

## РАСЧЕТ НЕКОТОРЫХ ВАРИАНТОВ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПЛАЗМЕННЫХ ЛИНЗ

*В.И. Бутенко, Б.И. Иванов*  
*ННЦ ХФТИ, Харьков, 61108, Украина*  
*(E-mail: ivanovbi@kipt.kharkov.ua)*

Рассмотрены задачи фокусировки ионных пучков: 1. протяженной линзой Морозова, 2. короткой линзой Морозова, образованной кольцом с током, 3. протяженной однородной линзой Морозова, 4. протяженной линзой Морозова с неоднородным программируемым магнитным полем для повышения эффективности и силы линзы.

### 1. Введение

В настоящее время имеется значительная потребность в разработке устройств для фокусировки интенсивных ионных пучков высоких энергий для решения актуальных научных и технологических задач (инерциальный термоядерный синтез на тяжелых и легких ионах, исследование радиационной устойчивости материалов, имплантационная металлургия, радиационная терапия и т.д.). Для этой цели в основном применяются квадрупольные магнитные линзы. В последнее время начали использоваться плазменные линзы, фокусирующая сила которых значительно больше; при этом имеется также возможность фокусировки сильноточных ионных пучков, поскольку заряд фокусируемого пучка в такой линзе скомпенсирован. С ростом энергии и тока ускоряемых пучков плазменные линзы могут потеснить традиционные.

Работы по плазменным линзам ведутся во многих научных центрах, таких как Лоуренсовская Лаборатория в Беркли, CERN, GSI (Дармштадт), ИФ НАНУ и др. (см., напр., один из последних обзоров [1]). В настоящее время известно три типа таких линз: электронная (электростатическая) линза Габора, токовая (магнитная) плазменная линза, электростатическая плазменная линза Морозова. Что касается истории вопроса, то фокусировка пучков заряженных частиц собственным магнитным полем была рассмотрена в 30-х годах Альфвенем и Беннетом. В 1947 г. Габор предложил линзу с пространственным зарядом для электростатической фокусировки ионных пучков [2], представляющую собой цилиндрический столб электронной плазмы, удерживаемый магнитным полем. В 1950 г. Пановски и Бейкер провели эксперименты по фокусировке высокоэнергетичных ионных пучков магнитной плазменной линзой [3]. При этом фокусировка обеспечивалась азимутальным магнитным полем, которое создавалось продольным током в плазменном столбе. В 1979-80 гг. экспериментальные исследования магнитной плазменной линзы проводились в ИФ АН УССР [4]. В последнее время линзы такого типа успешно использовались в CERN, GSI, ННЦ ХФТИ [5-11].

В 80-х годах для фокусирования электронных пучков сверхвысоких энергий были предложены «пассивные» плазменные линзы [12,13], основанные на

концепции магнитной самофокусировки; в дальнейшем эта концепция была распространена на более перспективные адиабатические «пассивные» плазменные линзы [14]. Адиабатическая магнитная плазменная линза для медленного сжатия ионного пучка (на длине нескольких бетатронных колебаний) была рассмотрена в работе [15]. Следует отметить, что в [14, 15] критерием адиабатичности принималась малость изменения параметров плазменной линзы на длине фокусного расстояния (слабая неоднородность). В работах [9-11] для повышения эффективности фокусировки применено программируемое внешнее магнитное поле и исследованы адиабатические линзы, параметры которых существенно изменялись на длине фокусного расстояния (сильная неоднородность).

В 60-х годах А.И. Морозов предложил плазменную электростатическую линзу, в которой магнитные поверхности являлись эквипотенциалами электрического поля [16, 17]. В дальнейшем это направление успешно развивалось в экспериментальных работах группы А.А. Гончарова (ИФ НАНУ) для фокусировки ионных пучков с энергией десятки кэВ [18-23].

В предлагаемой работе, в ее втором разделе, дано краткое рассмотрение протяженной линзы Габора.

В третьем разделе проведен расчет фокусировки ионного пучка линзой Морозова, образованной кольцевым током в плазме. Имея в виду важность этой задачи для расчетов электростатических плазменных линз, она рассмотрена более подробно, чем в работе [17], с учетом непараксиальности фокусируемого пучка и точного выражения для магнитного поля.

В четвертом разделе рассмотрена длинная линза Морозова, помещенная в программируемое магнитное поле, которое по длине плазменной линзы изменяется таким образом, чтобы радиус фокусирующего канала был близок к радиусу фокусируемого пучка и уменьшался по мере уменьшения радиуса последнего. При этом возрастает напряженность фокусирующего поля, что в итоге увеличивает эффективность и силу линзы.

### 2. Протяженная линза Габора

Линза Габора фактически является первой линзой с пространственным зарядом, которая начала применяться для электростатической фокусировки ионных пучков. Обычно эта линза рассматривается как «тонкая». При этом фокусное расстояние рассчитывается в

«импульсном» приближении, без учета радиального смещения частиц в линзе. Ниже дано краткое рассмотрение протяженной линзы Габора.

Для однородной электронной линзы выражение для электростатической силы, фокусирующей протоны, имеет вид:  $F_r = -2\pi n e^2 r$ , где  $n$  – электронная плотность. Уравнение радиального движения для фокусируемых протонов с массой  $M$  и скоростью  $v$ :

$$r'' + k_G^2 r = 0, \quad k_G^2 = \frac{2\pi n e^2}{M v^2}, \quad (1)$$

откуда уравнение траекторий и фокусное расстояние в самой линзе определяется выражениями:

$$r = r_0 \cos k_G^2 z, \quad L_f = \frac{\pi}{2k_G} = \frac{\pi v}{2e} \sqrt{\frac{M}{2\pi n}}. \quad (2)$$

Если длина линзы  $l < L_f$ , то  $l_f = l + k_G^{-1} \text{ctg} k_G l$ , а при  $k_G l \ll 1$  (например, при потенциале инжектора много больше фокусирующего потенциала линзы) получим известное выражение для фокусного расстояния «тонкой» линзы Габора [1, 2]:  $l_f = \frac{M v^2}{2\pi n l e^2}$ .

### 3. Линза Морозова, образованная кольцом с током

В плазменной электростатической линзе Морозова магнитные поверхности являются эквипотенциалами электрического поля [16, 17]. Электрические потенциалы вводятся в плазму посредством кольцевых электродов, благодаря чему в сильном магнитном поле образуется система «заряженных» магнитных поверхностей. Предполагается, что ток поперек магнитного поля отсутствует, а величина и пространственное распределение напряженности электрического поля в плазме полностью определяются геометрией магнитного поля и внешними потенциалами. Экспериментальные исследования в общем подтверждают эти предположения [17, 18-23], однако, вопрос состоит в выяснении причин aberrаций и их уменьшении.

В большой работе А.И. Морозова и С.В. Лебедева [17] теоретически исследованы различные вопросы плазмооптики, в том числе осевые электростатические плазменные линзы. В частности, дана оценка фокусного расстояния для простейшей плазменной линзы, образованной кольцом с током. Имея в виду важность этой задачи для практических расчетов электростатических плазменных линз, рассмотрим ее более подробно, с учетом непараксиальности фокусируемого пучка и точного выражения для магнитного поля.

Магнитное поле кольцевого тока  $J$  описывается азимутальной компонентой вектор-потенциала [24,25]:

$$A_\varphi = \frac{4J}{ck} \sqrt{\frac{a}{r}} \left[ \left(1 - \frac{k^2}{2}\right) K(k) - E(k) \right]; \quad (3)$$

$$k^2 = \frac{4ar}{(a+r)^2 + (z-l)^2},$$

где  $a$  радиус витка,  $l$  его положение на оси  $z$ ,  $K$  и  $E$  полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода.

Следуя [17], введем функцию магнитного потока  $\psi = r A_\varphi$ . При этом выражение

$$\psi(r, z) = const \quad (4)$$

является уравнением магнитной поверхности [24, 25].

В линзе Морозова эквипотенциальность магнитных поверхностей определяется соотношением [17]:

$$\Phi = \Phi(\psi), \quad (5)$$

где  $\Phi$  – потенциал электрического поля.

Выразим компоненты электрического и магнитного поля через  $\psi$  и  $A_\varphi$ :

$$E_r = -\frac{d\Phi}{d\psi} \frac{d\psi}{dr}; \quad E_z = -\frac{d\Phi}{d\psi} \frac{d\psi}{dz} = -\frac{d\Phi}{d\psi} r \frac{dA_\varphi}{dz}, \quad (6)$$

$$H_r = -\frac{dA_\varphi}{dz}; \quad H_z = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r A_\varphi. \quad (7)$$

Отсюда получим:

$$E_z = \frac{d\Phi}{d\psi} H_r, \quad E_r = -\frac{d\Phi}{d\psi} H_z r \quad (8)$$

Рассмотрим ряд случаев зависимости  $\Phi$  от  $\psi$ .

Случай 1. В работе [17] очень коротко рассмотрена плазменная линза, образованная кольцом с током, когда  $\Phi$  пропорционально  $\psi$ :

$$\Phi = b\psi = br A_\varphi, \quad \text{где } b = const, \quad (9)$$

и приведена оценка ее фокусного расстояния (см. в [17] формулы (1.13) и (3.8)).

Рассмотрим эту задачу подробнее, с применением компьютерного моделирования. Для выполнения условия (9) зададим граничное условие в виде распределения потенциала на цилиндрической поверхности с радиусом  $R$  (на практике оно задается подачей потенциалов на систему кольцевых электродов [18-23]):

$$\Phi(R, z) = bR A_\varphi(R, z) \quad (10)$$

Электрические и магнитные поля связаны соотношениями, которые следуют из (8) и (9):

$$E_z = br H_r, \quad E_r = -br H_z \quad (11)$$

Константа  $b$  определяется заданием (посредством тех же электродов) соответствующего значения напряженности электрического поля  $E_{r0}$  в точке  $(r_0, z_0)$ :

$$b = -\frac{E_{r0}}{r_0 H_z(r_0, z_0)}; \quad (12)$$

от этой константы зависит сила линзы.

Для ионов с массой  $M$  и зарядом  $q$  уравнения движения имеют вид:

$$M \frac{d^2 r}{dt^2} = -q E_r, \quad (13)$$

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} = -q E_z \quad (14)$$

(Азимутальное движение пока не учитываем).

Начальные условия:

$$\text{при } t=0 \quad z=0, \quad v_r=0, \quad v_z=v_0, \quad r=r_0, \quad (15)$$

где радиус инжекции иона  $r_0$  задается от  $\theta$  до величины, несколько меньшей радиуса кольца  $a$ .

Результаты расчета траекторий ионов приведены на рис. 1, откуда видно, что фокусируются только параксиальные частицы. Непараксиальные ионы (которых намного больше, т.к. их количество в слое с радиусом инжекции  $r_0$  пропорционально  $r_0^3$ ), «перефокусируются», причем чем больше их начальный радиус, тем ближе к началу координат точка их пересечения с

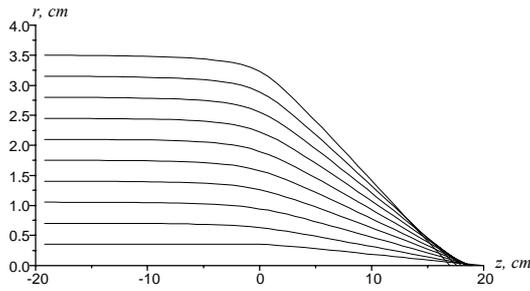


Рис.1 . Траектории протонов с энергией 20 кэВ, радиус пучка 3.5 см, при фокусировке линзой Морозова, создаваемой токовым витком (радиус 4 см, координата  $z=0$ ). Задано распределение потенциала по магнитным поверхностям  $\Phi \sim rA_\phi$  ( $\Phi_{max}=3$  kV).

осью  $z$ . Это связано с тем, что при приближении к витку потенциал  $\Phi \sim rA_\phi$  существенно возрастает.

Случай 2. Рассмотрим вариант, когда в плоскости витка  $z=z_0$  задается линейное нормированное распределение радиального электрического поля:

$$E_r(r, z_0) = E_r(r_0, z_0) \frac{r}{r_0} = E_{r,0} \frac{r}{r_0}. \quad (16)$$

В этом случае имеем соотношения:

$$\frac{d\Phi(\psi(r, z_0))}{d\psi} = -\frac{E_{r,0}}{r_0 H_z(r, z_0)}, \quad (17)$$

$$\Phi(\psi(r, z_0)) = -\frac{1}{2} \frac{E_{r,0}}{r_0} r^2, \quad (18)$$

$$\psi(r, z_0) = rA_\phi(r, z_0) \quad (19)$$

На цилиндрической поверхности с радиусом  $R$  зададим граничное условие в виде распределения электрического потенциала:

$$\Phi(\psi(R, z)) = \Phi(RA_\phi(R, z)) \quad (20)$$

Используя соотношения (17-20) при определении электрических полей из формул (8), а также уравнения движения (13, 14) и начальные условия (15), можно вычислить траектории ионов. Результаты расчетов на компьютере представлены на рис. 2.

Из рис. 2 следует, что во втором случае (как и в первом) фокусируются только параксиальные частицы. Непараксиальные ионы (которых намного больше), на этот раз «недофокусируются», причем чем больше их начальный радиус, тем дальше точка их пересечения оси  $z$ . Это связано с тем, что из-за кривизны магнитных поверхностей внешние ионы недостаточное время находятся в области сильных фокусирующих полей. (В случае параллельных магнитных поверхностей при  $\Phi \sim r^2$  была бы идеальная фокусировка, см. раздел 4).

Случай 3 (введение поправки к случаю 2). В формулу (16) в распределение радиального электрического поля по радиусу добавляется член 3-ей степени по  $r$  и, соответственно, в распределение потенциала добавляется член 4-ей степени по  $r$ . Коэффициент при этом дополнительном члене нами пока просто подбирается.

При этом можно получить улучшение фокусировки (см. рис. 3). В принципе, задачу нахождения

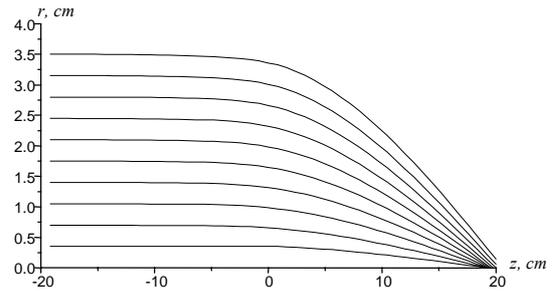


Рис. 2. Траектории протонов с энергией 20 кэВ, радиусом пучка 3.5 см, при фокусировке линзой Морозова, создаваемой токовым витком (радиус 4 см, координата  $z=0$ ). Распределение потенциала по магнитным поверхностям  $\Phi \sim r^2$  при  $z=0$  ( $\Phi_{max}=3$  kV).

оптимального распределения электрического поля можно решить, разработав специальный алгоритм.

Следует отметить, что от задачи с одним токовым витком несложно будет перейти к задаче с соленоидом произвольного вида, воспользовавшись принципом суперпозиции полей.

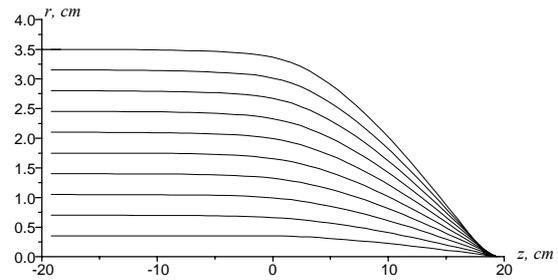


Рис. 3. Траектории протонов с энергией 20 кэВ, радиус пучка 3.5 см, при фокусировке линзой Морозова, создаваемой токовым витком (радиус 4 см, координата  $z=0$ ). Задано оптимизированное распределение потенциала при  $\Phi_{max}=3$  kV.

#### 4. Протяженная линза Морозова

В случае протяженной линзы Морозова (т.е., когда длина соленоида значительно больше его диаметра и влиянием его концов на фокусировку частиц можно пренебречь) кольцевые электроды можно разместить вблизи торцов линзы на боковой цилиндрической поверхности, т.е. на входе и выходе магнитных силовых линий. Для того, чтобы локализовать область размещения кольцевых электродов, вблизи концов соленоида целесообразно применить встречно включенные катушки [18-23], которые увеличивают отклонение магнитных силовых линий от оси. В случае, когда требуется до минимума свести сферическую абберацию (например, при фокусировке широкоапертурного пучка в пятно малого диаметра), целесообразно рассмотреть возможность размещения на входе и выходе линзы, в области однородного магнитного поля, системы тонких concentрических электродов переменного

го радиуса, расположенных в плоскости, перпендикулярной оси. При этом желательно, чтобы формирующая система электродов ионного инжектора (например, типа MEVVA [26]) была геометрически подобна системе электродов линзы и прикрывала ее от потока ионов своей «тенью». Следует отметить, что в имплантационных технологиях не допускается тепловое повреждение образцов, следовательно, и электроды линзы не пострадают. При необходимости теплового воздействия на образец нужно учитывать, что плотность потока ионов на него существенно выше, чем на электроды. Кроме того, образец можно разместить в фокусе пучка, находящегося внутри линзы (см. ниже) и тем самым обезопасить электроды на выходе линзы.

Выражение для фокусирующей силы электростатического поля в линзе Морозова имеет вид:

$$F_e = eE_r = -q \frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial r} \quad (21)$$

На большей части длины рассматриваемой однородной линзы можно посредством электродов, расположенных на торцах (или вблизи торцов), задать распределение потенциала по радиусу  $\varphi = \varphi_0 r^2 / a_0^2$  (где  $a_0$  радиус внешней магнитной поверхности, а  $\varphi_0$  ее потенциал). В этом случае

$$F_e(r) = -2q\varphi_0 r / a_0^2 \quad (22)$$

При этом уравнение движения для фокусируемых ионов будет иметь вид:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + k_M^2 r = 0, \quad \text{где } k_M^2 = \frac{2q\varphi_0}{Mv^2 a_0^2} \quad (23)$$

Тогда уравнение траекторий ионов, фокусируемых в линзе, имеет вид:  $r = r_0 \cos k_M z$  (где  $r_0$  - радиус инжекции иона), откуда длина фокусировки в линзе:

$$L_f = \pi(2k_M)^{-1} = \frac{\pi v a_0}{2} \sqrt{\frac{M}{2q\varphi_0}} \quad (24)$$

Если длина линзы  $l < L_f$ , то  $l_f = l + k_M^{-1} \text{ctg} k_M l$ , а при  $k_M l \ll 1$  (например, при потенциале инжектора много больше потенциала линзы) получим фокусное расстояние, соответствующее случаю «тонкой» линзы:  $l_f = (k_M^2 l)^{-1}$ . Отметим, что приведенные выражения для длины фокусировки не зависят от радиуса инжекции и пригодны для широкоапертурных пучков.

В протяженной линзе Морозова может оказаться полезным увеличение внешнего магнитного поля от входа к выходу линзы таким образом, чтобы радиус определенной магнитной поверхности (которую мы назовем граничной) совпадал с радиусом фокусируемого пучка. При этом, по мере уменьшения радиусов концентрических магнитных поверхностей, будет возрастать напряженность фокусирующего поля, что в итоге увеличит эффективность и силу линзы.

В этом случае задачу будем решать в параксиальном приближении (и для частиц, и для магнитного

поля). При этом уравнение магнитных поверхностей имеет вид:

$$a^2(z) = \frac{a_0^2 B_z(0)}{B_z(z)}, \quad (25)$$

где  $a(z)$  - изменяющийся радиус магнитной поверхности,  $B_z(z)$  - продольное магнитное поле на оси,  $B_z(0)$  и  $a_0$  определяются граничными условиями при  $z=0$ .

Из соотношения (25) легко установить, что если выделенные нами магнитные поверхности эквидистантны в некотором сечении, то они будут таковыми и в любом другом сечении (хотя расстояние между ними может изменяться). Поэтому, если мы задали квадратичное распределение потенциала по радиусу в начальной части линзы (т.е. при  $z = 0$ ), то оно будет таковым в любом ее сечении, что требуется для фокусировки без сферической аберрации, поскольку при этом сила электрического поля, отклоняющая ион к оси, пропорциональна его расстоянию от оси.

В таком случае, при заданном посредством электродов линзы распределении потенциала по радиусу  $\varphi = \varphi_0 r^2 / a_0^2$  (здесь  $a_0$  начальный радиус внешней магнитной поверхности при  $z = 0$ , а  $\varphi_0$  ее потенциал), получим, с учетом (25), уравнение движения для фокусируемых ионов:

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{B_z(z)}{B_z(0)} k_M^2 r = 0, \quad \text{где } k_M^2 = \frac{2q\varphi_0}{Mv^2 a_0^2} \quad (26)$$

В общем случае траектории фокусируемых частиц рассчитываются на компьютере. Для некоторых частных случаев уравнение (26) имеет аналитическое решение - например, для «колоколообразного» распределения магнитного поля:

$$B_z(z) = B_z(0) \left[ 1 + (z/d)^2 \right]^2 \quad (27)$$

В этом случае уравнение (26) принимает вид:

$$r'' + k_M^2 r \left[ 1 + (z/d)^2 \right]^2 = 0 \quad (28)$$

Решение уравнения (28), известное из электронной оптики [27], в данном случае можно записать следующим образом:

$$r = \frac{r_0}{\sqrt{1 + k_M^2 d^2}} \frac{\sin\left(\sqrt{1 + k_M^2 d^2} \text{arccctg} z/d\right)}{\sin(\text{arccctg} z/d)}. \quad (29)$$

При этом координата фокуса ионного пучка, соответствующая  $r=0$ , определяется выражением:

$$z_f = d \text{ctg} \frac{\pi}{\sqrt{1 + k_M^2 d^2}} \quad (30)$$

Численные оценки, основанные на приведенных формулах, показывают, что благодаря сжатию магнитных поверхностей можно получить существенное увеличение фокусирующей силы линзы.

В процессе фокусировки ионов и компрессии граничной магнитной поверхности часть ионов (с большими радиусами инжекции относительно оси линзы) могут оказаться вне канала фокусировки (см. ниже) и не попасть в общий фокус.

Для того, чтобы все ионы собрать в фокусе, необходимо определить форму оптимальной магнитной поверхности, которая ограничивает канал фокусировки. После этого нужно рассчитать параметры соленоида для формирования такой магнитной поверхности и определить траектории фокусируемых ионов (см. [9-11], где таким путем рассмотрена магнитная плазменная линза). Искомая магнитная поверхность определяется из условия, что ее радиус ( $a$ ) совпадает с радиусом фокусируемого пучка ( $R$ ). Функции  $R(z)$  и, следовательно,  $B_z(z)$  определяются из уравнения:

$$\frac{d^2 R}{dz^2} + \frac{\kappa}{R} = 0, \text{ где } \kappa = \frac{2q\Phi_0}{Mv^2}. \quad (31)$$

Решение этого уравнения (с учетом начальных условий:  $R = R_0, R' = R'_0$  при  $z=0$ ) имеет вид:

$$z = \pm \int_{R_0}^R \frac{dr}{\sqrt{R_0'^2 - 2\kappa \ln R / R_0}}. \quad (32)$$

Используя подстановку:  $t^2 = \frac{R_0'^2}{\kappa} - 2 \ln \frac{R}{R_0}$ , приведем решение к виду:

$$z = \pm \sqrt{\frac{\pi}{2\kappa}} R_0 \exp\left(\frac{R_0'^2}{2\kappa}\right) \times \left[ \Phi\left(\sqrt{\frac{R_0'^2}{\kappa} - 2 \ln \frac{R}{R_0}}\right) - \Phi\left(\frac{R'_0}{\sqrt{\kappa}}\right) \right] \quad (33)$$

где  $\Phi$  -интеграл вероятности (табулированный).

В случае инжекции параллельного пучка ионов при  $z=0$  имеем  $R'_0 = 0$ ; кроме того, в области фокусировки  $z > 0$ . В итоге связь между  $R$  и  $z$  определяется выражением:

$$z = \sqrt{\frac{\pi}{2\kappa}} R_0 \Phi(\sqrt{2 \ln R_0 / R}) \quad (34)$$

Сжатие канала фокусировки происходит до определенного значения  $R_g$ , соответствующего координате выхода из линзы  $z_g$ . Дальше происходит инерциальная фокусировка ионов. Координата фокуса определяется выражением:

$$z_f = \sqrt{\frac{\pi}{2\kappa}} R_0 \Phi(\sqrt{2 \ln R_0 / R_g}) + \frac{R_g}{\sqrt{2\kappa \ln R_0 / R_g}}. \quad (35)$$

Пример расчета. Пусть нужно сфокусировать пучок ионов с энергией 1 МэВ, радиусом  $R_0=3$  см. Потенциал граничной магнитной поверхности равен 5 кВ.

Тогда  $\kappa = \frac{2q\Phi_0}{Mv^2} = \frac{\Phi_0}{U} = 0.005$ , где  $U$  - потенциал, укоряющий ионы. Пусть в результате фокусировки пучка и одновременного сжатия граничной магнитной поверхности мы получили  $R_0 / R_g = e = 2.72$ . Воспользовавшись формулой (35), найдем длину линзы  $z_g=45$  см. Из формулы (36) найдем длину фокусировки  $z_f=56$  см, что существенно меньше, чем в однородной линзе, см. формулу (24). Особенно большой

выигрыш - в несколько раз - получается при фокусировке расходящихся пучков. Расчет параметров соленоида и траекторий ионов производится на компьютере по специально разработанным программам [28].

В заключение сделаем следующее замечание. Как отмечено во многих работах, напр. в [1,29], для вакуумных электростатических линз длина фокусировки  $\propto (U / \Phi_0)^2$ , а для «тонких» электронно-плазменных:  $\propto (U / \Phi_0)$ , т.е., намного меньше. В данной работе показано, что для протяженных электронно-плазменных линз она еще меньше:  $\propto (U / \Phi_0)^{1/2}$ , см. ф. (24), (35).

## Литература

1. G.Hairapetian, // AIP Conf. Proc., 1995, Vol. 335, P.174.
2. D.Gabor, // Nature, 1947, Vol. 160, P.89.
3. W.Panofsky, W.Baker, // RSI, 1950, Vol. 21, P. 445.
4. А.А.Гончаров и др. // ЖТФ, 1980, Т.50, с.2556.
5. F.Dothan e.a., // J. Appl. Phys., 1987, Vol.62, P.3585.
6. E.Boggasch, J.Jacoby e.a. // Phys. Rev. Lett., 1991, Vol. 66, P. 1705.
7. E.Boggasch, A.Tauschwitz e.a. // Appl. Phys. Lett., 1992, Vol. 60, P. 2475.
8. V.N.Belan e.a., // RSI, 1998, Vol.69(2), P.1110.
9. V.N.Belan e.a., // Proc. of the EPAC'98, P.2106.
10. B.I.Ivanov // Problems of Atomic Science and Technology, 1999, No.4, p.81.
11. В.Н.Белан и др. // Физика плазмы, 2000, Т.26, №4.
12. T.Katsouleas, // Phys. Rev., 1986, Vol. A33, P.2056.
13. P.Chen, // Part. Accel., 1987, Vol. 20, P.171.
14. P.Chen, K.Oide, A.M.Sessler, S.S.Yu, // Phys. Rev., Lett., 1990, Vol. 64, P.1231.
15. A.Tauschwitz, S.S.Yu e.a. // Proc. of the Conf. «Beams-96», Prague, 1996, Vol. 1, P.91.
16. А.И.Морозов, // ДАН СССР, 1965, Т.163, с.1363.
17. А.И.Морозов, С.В.Лебедев // Плазмооптика. Вопросы теории плазмы, вып.8, с.247, М.: АИ, 1974.
18. А.А.Goncharov e.a., // RSI., 1994, Vol. 65, P.1428.
19. А.А.Goncharov, // RSI, 1998, Vol. 69(2), P.1150.
20. A.Goncharov e.a., // Appl. Phys. Lett., 1999, Vol.75, P. 911.
21. А.А.Goncharov e.a., // IEEE Trans. Plasma Sci., 1997, Vol.25, P. 709.
22. А.А.Goncharov e.a., // *ibid*, 1993, Vol. 21, P. 573.
23. А.Гончаров и др. // Физ. плазмы, 1994, Т.20, с.499.
24. В.Смайт, // Электростатика и электродинамика, Гл. 7, М.: ИЛ, 1954.
25. А.И.Морозов, Л.С.Соловьев, // В кн. Вопросы теории плазмы, вып.2, с.3, М.: Атомиздат, 1963.
26. I.G.Brown, // RSI., 1994, Vol. 65, P.3061.
27. В.Глазер, // Основы электронной оптики, М.: 1957.
28. В.И.Бутенко, Б.И.Иванов, // Расчет соленоидов с программируемым магнитным полем для фокусировки заряженных частиц, см. наст. выпуск.
29. Дж.Лоусон // Физика пучков заряженных частиц, Гл. 2, М.: Мир, 1980.