УДК 533.9

ГЕНЕРИРОВАНИЕ СВЧ-ИЗЛУЧЕНИЯ ВРАЩАЮЩИМСЯ СЛОЕМ ЭЛЕКТРОНОВ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В.В. Долгополов, А.М. Егоров, Ю.В. Кириченко
ННЦ ХФТИ, Харьков, Украина

Теоретически исследованы механизмы генерирования аксиально-неоднородных электромагнитных волн электронами, вращающимися в радиальном электростатическом и аксиальном магнитном полях в свободном пространстве (в отсутствие внешней стенки коаксиального резонатора). Показано, что генерирование колебаний возможно за счет поперечного черенковского резонанса. Получено дисперсионное уравнение, описывающее взаимодействие волн с нерелятивистскими электронами. Найдены частоты и инкременты излучаемых волн. Показано, что частота ω слабо зависит от k_z (k_z - аксиальная проекция волнового вектора). Это позволяет снять ограничения на частоту генерируемой волны при условии $k_z \propto \omega / c$. Показано, что достаточно большое радиальное электростатическое поле может существенно увеличить частоту излучения независимо от значения поля B_0 , включая случай $B_0 = 0$. При этом инкремент растет при увеличении частоты. Показано, что при некоторых условиях волна распространяется в аксиальном направлении, не теряя энергию на излучение в радиальном направлении.

1. Введение

В работе [1], в связи с объяснением процессов генерации электромагнитного излучения в системе типа орбитрон, исследовано поведение тонкого слоя электронов, вращающихся вокруг оси цилиндрического резонатора с положительно заряженной нитью на оси. Дополнив такую систему аксиальным магнитным полем, можно увеличить плотность и скорость электронов, а следовательно, мощность и частоту излучения волн. Процесс генерирования электромагнитных волн в такой системе электронами исследовался в работах [1-5], плазмой [6].

В случае коротких волн стенки резонатора практически не влияют на дисперсионные свойства генерируемых колебаний, поэтому целесообразно исследовать возможность генерирования электромагнитных волн электронами, вращающимися в свободном пространстве в отсутствие внешнего цилиндра коаксиального резонатора. Помимо этого генерация волн вращающимся слоем электронов в отсутствие внешней проводящей стенки представляет самостоятельный интерес.

Аксиально-однородные колебания ($k_z = 0$, k_z - аксиальная проекция волнового вектора) рассмотрены в работах [7,8]. Там было показано, что частота генерируемых волн определяется выражением

$$\mathrm{Re}(\omega) = \frac{mV}{r_-} \ , \tag{1}$$

где r_- - радиус слоя электронов, V - азимутальная скорость электронов, m - номер азимутальной гармоники. В этих работах найдены также условия, при которых инкремент неустойчивой волны растет с увеличением m. Однако результаты, полученные в [7,8], справедливы при довольно жестких ограничениях на m.

В работах [9,10]исследована возможность генерирования аксиально-неоднородных волн в потенциальном приближении, когда $k_z >> \mathrm{Re}(\omega)/c$ (c - скорость света). Инкременты таких волн также растут при увеличении m. Однако и в этом случае имеются сильные ограничения на m.

В настоящей работе показано, что ограничения на m , имеющиеся в работах [7-10], могут быть сняты при генерировании аксиально-неоднородных волн при условии

$$k_z \approx \frac{\omega}{c} \ . \tag{2}$$

Для этого приходится отказаться от потенциального приближения, использованного в [9,10].

2. Вывод дисперсионного уравнения

Рассмотрим неограниченный вдоль оси z (используется цилиндрическая система координат r, φ, z) цилиндрический слой электронов, вращающихся вокруг оси, на которой находится металлическая заряженная нить с линейной плотностью заряда Q. Радиус нити a предполагается малым, а ее проводимость большой настолько, что потерями в нити можно пренебречь. Электроны удерживаются на равновесных круговых орбитах радиальным электростатическим полем $E_0(r) = 2Q / r$ и внешним аксиальным магнитным полем B_0. Заметим, что $E_0(r)$ может иметь разные знаки. Возмущение скорости $\vec{v}$, плотности n, электромагнитных полей $\vec{E}, \vec{H}$ следующим образом зависят от координат и времени

$$\vec{v}, n, \vec{E}, \vec{H} \propto \exp[i(m\varphi + k_z z - \omega t)] \ . \tag{3}$$

Мы пренебрегаем собственными постоянным электростатическим и магнитным полями слоя электронов. Исследования проводятся в гидродинамическом приближении. Невозмущенная плотность электронов $n_0(r)$ отлична от нуля между поверхностями $r = r_-$ и $r = r_+$, причем

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ 2000. №1.
Серия: Плазменная электроника и новые методы ускорения (2), с. 160-163.

$$\delta = \frac{r_+ - r_-}{r_-} << 1 \qquad (4)$$

Из линеаризованных уравнений непрерывности и Лоренца получаем формулы для n и $\vec{v}$. В случае аксиально неоднородных волн имеется особенность, затрудняющая вывод дифференциального уравнения для компоненты E_φ. Если $k_z = 0$, то компоненты поля H_z, E_φ, E_r удовлетворяют трем уравнениям Максвелла, которые содержат только эти компоненты. Путем исключения из этих уравнений компонент H_z, E_r в [1,7,8] было получено дифференциальное уравнение для E_φ, Теперь, когда $k_z \neq 0$ все шесть компонент векторов $\vec{E}, \vec{H}$ оказываются связанными между собой. Чтобы обойти эту трудность, предположим, что электроны находятся в условиях поперечного черенковского резонанса с волной возмущений

$$\omega_m(r_-) \equiv \omega - \frac{mV}{r_-} \approx 0 . \qquad (5)$$

Условие (5) позволяет в нерелятивистском приближении получить из уравнения $\mathrm{rot}\vec{E} = i\frac{\omega}{c}\vec{H}$ следующие соотношения между компонентами векторов $\vec{E}, \vec{H}$

$$E_z - \frac{V}{c}H_r \approx \frac{k_z r}{m}E_\varphi ,$$

$$E_r + \frac{V}{c}H_z \approx -i\frac{1}{m}\frac{d}{dr}(rE_\varphi) . \qquad (6)$$

Эти формулы, в свою очередь, позволяют следующим образом представить возмущения плотности заряда ρ и тока $\vec{j}$

$$4\pi j_r = \frac{\Omega^2\omega_m}{Wm}\frac{d}{dr}(rE_\varphi) - \frac{\Omega^2\omega_d}{W}E_\varphi \quad , \qquad (7)$$

$$4\pi j_z = \frac{\Omega^2 r k_z}{\omega_m m}E_\varphi \qquad (8)$$

$$4\pi j_\varphi = -i\frac{\Omega^2\omega(V/r + V' - \omega_c)}{W\omega_m m}\frac{d}{dr}(rE_\varphi) + i\left(\frac{\Omega^2\omega}{W} + \frac{\Omega^2 V r k_z^2}{m\omega_m^2}\right)E_\varphi - i\frac{V}{r\omega_m}\frac{d}{dr}\left(\frac{\Omega^2 r\omega_m}{Wm}\frac{d}{dr}(rE_\varphi) - \frac{\Omega^2 r\omega_d}{W}E_\varphi\right) \qquad (9)$$

$$4\pi\rho = -i\frac{(V/r + V' - \omega_c)}{W\omega_m r}\frac{d}{dr}(rE_\varphi) + i\left(\frac{\Omega^2 m}{rW} + \frac{\Omega^2 r k_z^2}{m\omega_m^2}\right)E_\varphi - i\frac{1}{r\omega_m}\frac{d}{dr}\left(\frac{\Omega^2 r\omega_m}{Wm}\frac{d}{dr}(rE_\varphi) - \frac{\Omega^2 r\omega_d}{W}E_\varphi\right), \qquad (10)$$

где $\Omega^2 = 4\pi e^2 n_0(r)/m_e$, $\omega_m = \omega - mV/r$, $W = \omega_m^2 - \omega_d(\frac{V}{r} + \frac{dV}{dr} - \omega_c)$, $\omega_d = 2V/r - \omega_c$, $\omega_c = eB_0/m_e c$, $-e < 0$, m_e - заряд и масса электрона. Используя формулы (7-10) получим из компонент уравнения $\mathrm{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} - i\frac{\omega}{c}\vec{E}$ дифференциальное уравнение для E_φ

$$\frac{d}{dr}\left\{\left(1 - \frac{\Omega^2}{W}\right)r\frac{d}{dr}(rE_\varphi) + \frac{\Omega^2 m r^2\omega_d}{W\omega_m}E_\varphi\right\} = \frac{\Omega^2 m\omega_d}{W\omega_m}\frac{d}{dr}(rE_\varphi) + \left\{k_z^2 r^2 + m^2 - \frac{\Omega^2 r^2 k_z^2}{\omega_m^2} - \frac{\Omega^2 m^2}{W}\left[1 - \frac{\omega_d}{\omega_m^2}\left(\frac{dV}{dt} - \frac{V}{r}\right)\right]\right\}. \qquad (11)$$

Компоненты H_z и E_z поля возмущений удовлетворяют уравнениям

$$r\frac{d}{dr}\left(r\frac{d}{dr}E_z\right) + (\kappa^2 r^2 - m^2)E_z = -i\frac{4\pi\omega}{c^2}r^2 j_z + i4\pi k_z r^2\rho , \qquad (12)$$

$$r\frac{d}{dr}\left(r\frac{d}{dr}H_z\right) + (\kappa^2 r^2 - m^2)H_z = i\frac{4\pi m}{c}r j_r - \frac{4\pi}{c}r\frac{d}{dr}(rj_\varphi) , \qquad (13)$$

где $\kappa^2 = \omega^2/c^2 - k_z^2$. Можно показать, что в условиях черенковского резонанса (1) имеет место неравенство

$$\left|-\frac{4\pi\omega}{c^2}r^2 j_z + 4\pi k_z r^2\rho\right| << \left|i\frac{4\pi m}{c}r j_r - \frac{4\pi}{c}r\frac{d}{dr}(rj_\varphi)\right| , \qquad (14)$$

которое равносильно условию

$$|m|\delta << 1 \qquad (15)$$

и которое выполняется в силу предположений (2) и (5). Неравенство (15) означает, что

$$|H_z| >> |E_z| . \qquad (16)$$

Другими словами, в условиях черенковского резонанса цилиндрический слой электронов генерирует преимущественно H-волну.

Учитывая, что слой электронов является узким (4), решение уравнения (11) в области $r_- < r < r_+$, как и в работах [1,2], можно искать методом последовательных приближений. В результате с точностью до слагаемого первого порядка по малому параметру δ получим граничные условия, связывающие поля в области $a \le r \le r_-$ с полями в области $r > r_+$

$$\left.\frac{dH_z}{dr}\right|_{r_+} = \left.\frac{dH_z}{dr}\right|_{r_-} , \quad H_z\big|_{r_+} - H_z\big|_{r_-} = \frac{1}{\omega_m^2(r_-)}G\left.\frac{dH_z}{dr}\right|_{r_-} , \qquad (17)$$

где $G = \int\limits_{r_-}^{r_+} dr\Omega^2 \frac{2E_0(r)/m_e r - \Omega^2 - \mu^2\omega_c^2}{2E_0(r)/m_e r + \Omega^2 + \omega_c^2}$,

(18)

$\mu = k_z r_- / m$.

В (18) учтено, что

$$|\mu| \ll 1. \qquad (19)$$

Неравенство (19) следует из формул (1,2).

В дальнейшем нас будет интересовать возможность генерации волны при условии

$$\left|\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2\right| r^2 \ll 4|m|. \qquad (20)$$

Рассмотрим сначала случай, когда

$$\kappa^2 \equiv \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 > 0. \qquad (21)$$

Компонента H_z в вакууме является решением уравнения (13), где следует положить $j_z = j_\varphi = 0$. Условие (20) позволяет воспользоваться разложениями функций Бесселя и Неймана при $a < r < r_-$ и функций Ханкеля при $r > r_+$ по малому аргументу. В результате компонента поля H_z будет определяться формулами

$$H_z = \begin{cases} A x^{|m|} + \dfrac{B}{x^{|m|}}, & a < r < r_- \qquad (22) \\ \dfrac{x^{|m|}}{2^{|m|}|m|!} - i\dfrac{|m-1|!\,2^{|m|}}{\pi x^{|m|}}, & r_+ < r \qquad (23) \end{cases}$$

где $x = \kappa r$. Будем считать, что на поверхности нити

$$H_z\big|_{r=a} = 0. \qquad (24)$$

Воспользовавшись граничными условиями (17,24) для поля (22,23), получим для случая $\kappa^2 > 0$ дисперсионное уравнение

$$\omega_m(r_-)^2 = -\frac{|m|}{2r_-}\frac{\eta - 1}{\eta} G(1 - 2i\Delta), \qquad (25)$$

$$\Delta = \frac{\eta - 1}{2\eta}\frac{\pi(r_- \operatorname{Re}\kappa)^{2|m|}}{(|m|-1)!\,|m|!\,2^{2|m|}} \ll 1, \qquad (26)$$

где $\eta = (r_- / a)^{2|m|} > 1$. Параметр Δ характеризует потери на излучение в свободное пространство при $\kappa^2 > 0$.

Если выполняется неравенство

$$\kappa^2 < 0, \qquad (27)$$

то условие (20) позволяет воспользоваться разложениями модифицированных функций Бесселя $I_m(x), K_m(x)$. Компонента поля H_z в этом случае определяется формулами (22,23), причем в (23) отсутствует первое слагаемое. В результате получаем дисперсионное уравнение вида (25), где $\Delta = 0$, что соответствует отсутствию потерь на излучение в свободное пространство.

3. Анализ результатов

Из дисперсионного уравнения (25) следует, что $\operatorname{Re}(\omega)$ генерируемой волны определяется формулой (1). При достаточно больших электрических полях $E_0(r)$, когда выполняется условие

$$G > 0 \qquad (28)$$

из уравнения (25) получаем инкремент нарастающей во времени волны

$$\operatorname{Im}(\omega) = |m|^{1/2}\left(\frac{\eta - 1}{2r_-\eta}\right)^{1/2} G^{1/2}. \qquad (29)$$

Из формул (1,29) следует, что при условии (28) инкремент и частота растут с увеличением $|m|$. Однако, в отличие от случаев, рассмотренных в работах [7-10], величина $|m|$ в (1,29) не ограничена сверху. Действительно, комплексная частота ω, определяемая формулами (1,29) слабо зависит от k_z. При $B_0 \neq 0$ эта зависимость проявляется в членах порядка $\delta^{1/2}$. При $B_0 = 0$ зависимость ω от k_z еще слабее. Это позволяет соответствующим выбором k_z (так, чтобы $k_z \propto \omega / c$) удовлетворить неравенству (20) при любых $|m|$. Значит, ограничений на $|m|$, связанных с величинами V, k_z, r_- [7-10], в настоящей работе нет. Ограничения на m, обусловленные условием (15), является общим для приближения тонкого слоя. Инкремент (29) монотонно растет при увеличении $E_0(r_-)$. Если выполняется условие

$$G < 0 \qquad (30)$$

($E_0(r_-)$ достаточно мало или $E_0(r_-) < 0$), то неустойчивость волны обусловлена диссипативными процессами. Инкременты этих волн малы ($\operatorname{Im}(\omega) \propto \delta^{1/2}\Delta$) и убывают с ростом $|m|$.

4. Заключение

В настоящей работе рассмотрено генерирование аксиально неоднородных волн при произвольном соотношении между k_z и ω / c. Показано, что радиальное электростатическое поле, удовлетворяющее условию

$$E_0(r_-) > 0, \quad \frac{2eE_0(r_-)}{m_e r_-} > \overline{\Omega}^2 + \mu^2\omega_c^2 \qquad (31)$$

может существенно увеличить частоту генерируемых волн, независимо от значения магнитного поля, включая случай $B_0 = 0$. ($\overline{\Omega}$ - среднее значение плазменной частоты). При этом инкремент волны растет при увеличении частоты. При $\kappa^2 > 0$ генерируемая волна рассеивается в открытое пространство. При $\kappa^2 \leq 0$ в случае бесконечного цилиндрического слоя электронов волна распространяется в аксиальном направлении, не теряя энергию. Полубесконечный цилиндрический слой будет излучать волну со своего торца. Отметим в заключение, что увеличение частоты генерируемых волн за счет больших m не требует дополнительных затрат энергии на увеличение внешних полей $E_0(r)$ и B_0.

Литература

1. В.В.Долгополов, Ю.В.Кириченко, Ю.Ф.Лонин, И.Ф.Харченко. Генерирование электромагнитных волн в цилиндрическом резонаторе электронами, вращающимися в радиальном электростатическом поле// ЖТФ, 1998, т.68, Вып.8, с.91.

2. В.В.Долгополов, Ю.В.Кириченко, М.В.Долгополов. Генерирование электромагнитных волн электронами, вращающимися в скрещенных радиальном электростатическом и аксиальном магнитном полях// Изв. Вузов. Радиоэлектроника, 1997, т.40, №12. с.16.

3. В.В.Долгополов, Ю.В.Кириченко, И.Ф.Харченко. Генерация электромагнитных волн релятивистстскими электронами, вращающимися в радиальном электростатическом поле// Изв.Вузов. Радиоэлектроника, 1999, т.42, №2, с.33.

4. Ю.В.Кириченко. Генерирование электромагнитных волн релятивистскими электронами в резонаторе со скрещенными радиальным электростатическом и аксиальным магнитном полями в условиях плазменного резонанса//ЖТФ,1999, т.69, вып.6, с.112.

5. В.В.Долгополов, Ю.В.Кириченко. Генерирование электромагнитных волн вращающимся цилиндрическим слоем электронов// Письма в ЖТФ, 2000, т.26, Вып.4, с.18.

6.В.В.Долгополов, М.В.Долгополов, Ю.В.Кириченко. Генерирование электромагнитных волн вращающейся плазмой// ЖТФ, 1999, т.69, Вып.2, с.16.

7. В.В.Долгополов, Ю.В.Кириченко. Генерирование электромагнитных волн электронами, вращающимися в радиальном электростатическом поле в свободном пространстве//Письма в ЖТФ, 1999. Т.25, Вып.21, С.1.

8. В.В.Долгополов, Ю.В.Кириченко. Генерирование электромагнитных волн электронами, вращающимися в скрещенных радиальном электростатическом и аксиальном магнитном полях в свободном пространстве //Изв.Вузов.Радиоэлектроника, 2000, т.43, №2, с.29.

9. Ю.В.Кириченко. Генерирование и усиление электромагнитных колебаний трубчатым пучком электронов в скрещенных радиальном электростатическом и аксиальном магнитном полях в свободном пространстве// Изв.Вузов. Радиоэлектроника, 2000, т.43, №3, с.52.

10. Ю.В.Кириченко. Генерирование и усиление электромагнитных колебаний трубчатым пучком электронов в радиальном электростатическом поле в свободном пространстве//ЖТФ, 2000, т.70, Вып.8, с.126.