

## УСКОРЕНИЕ ПЛАЗМЫ ПОЛЕМ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А.В. Буц, В.А. Буц

*Национальный Научный Центр “Харьковский физико-технический институт”  
61108, Харьков, Украина*

Изучается динамика движения заряженных частиц в поле электромагнитных волн в условиях отсутствия резонансов и пондеромоторных сил. Показано, что полем одной волны частицы увлекаются. Возможность увлечения следует из строгого решения задачи о движении заряженных частиц в поле нерезонансной поперечной электромагнитной волны. Показано, что такое увлечение может быть использовано для эффективного ускорения плазменных сгустков полем лазерного излучения. Напряженность продольного электрического поля, ускоряющего ионы плазмы, может превышать напряженность электрического поля лазерной волны.

Изучение движения плазмы в интенсивных ВЧ-полях началось давно и стимулировалось возможностью радиационного ускорения плазмы [1,2]. В настоящее время динамика плазмы в ВЧ полях достаточно хорошо изучена. Построена полная самосогласованная теория, учитывающая как изменение плотности плазмы под действием сил ВЧ давления, так и изменение самих сил. В основе рассмотренной динамики плазмы лежат либо сила ВЧ давления, либо силы, связанные с резонансным взаимодействием волн и частиц. В настоящей работе рассматривается другая схема ускорения плазмы, не связанная с наличием этих сил. Условия взаимодействия волн с частицами формулируются так, что эти силы отсутствуют.

#### Увлечение частицы полем поперечной электромагнитной волны

Рассмотрим движение заряженной частицы в поле плоской бегущей электромагнитной волны, характеризуемой векторным потенциалом  $\vec{A} = \vec{A}(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \equiv \vec{A}(\psi)$ . Уравнение движения частицы в этом поле в безразмерных переменных:  $\tau \equiv \omega t$ ,  $\vec{k} \equiv \vec{k}/k_0$ ,  $k_0 \equiv \omega/c$ ,  $\vec{\beta} \equiv \vec{v}/c$ ,  $\vec{p} \equiv \vec{p}/m_0c$  ( $\vec{v}$  — скорость частицы,  $\vec{p}$  — ее импульс)  $E \equiv ek_0 A_{\max}/m_0c\omega$ ,

$\vec{A} \equiv \vec{A}/A_{\max}$  принимает вид:

$$\frac{d\vec{p}}{d\tau} = -E \frac{\partial \vec{A}}{\partial \psi} (1 - \vec{k}\vec{\beta}) - E\vec{k} \left( \vec{\beta} \frac{\partial \vec{A}}{\partial \psi} \right). \quad (1)$$

Уравнение (1) с учетом имеющихся у него интегралов полностью интегрируется. Решение в системе координат, связанной с частицей было получено в [3]. Подробный анализ динамики движения частицы в поле плоской монохроматической волны в лабораторной системе координат проделан в [4]. Обобщим этот результат на случай движения частицы в поле

электромагнитной волны, поле которой определяется потенциалом  $\vec{A}(\psi)$ .

Умножая скалярно (1) на  $\vec{p}$  и используя соотношения  $\gamma = \sqrt{1 + |\vec{p}|^2}$ ,  $\dot{\psi} = 1 - \vec{k}\vec{\beta}$ ,  $\vec{\beta} = \vec{p}/\gamma$ , получаем уравнение, описывающее изменение энергии:

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = -E \left( \vec{\beta} \frac{\partial \vec{A}}{\partial \psi} \right), \quad (2)$$

с помощью которого находим из (1) известный интеграл:

$$\vec{p} + E\vec{A} - \vec{k}\gamma = \text{Const} = \vec{p}_0 + E\vec{A}_0 - \vec{k}\gamma_0. \quad (3)$$

В случае чисто поперечной волны ( $k_{\parallel} = 1$ ,  $k_{\perp} = 0$ ,

$[k_{\parallel}\vec{E}] = [k_{\parallel}\vec{H}] = [k_{\parallel}\vec{A}] = 0$ ) уравнение (1) с учетом (2),(3) и следующего из (3) соотношения

$$p_{\parallel} - k_{\parallel}\gamma = \text{Const} = -\gamma(1 - \beta_{\parallel}) = -\gamma\dot{\psi} +$$

полностью интегрируется в лабораторной системе координат. Решение имеет вид:

$$p_{\parallel} - p_{\parallel 0} = \frac{[E(\vec{A} - \vec{A}_0) + \vec{p}_{\perp 0}]^2}{2\gamma\dot{\psi}};$$

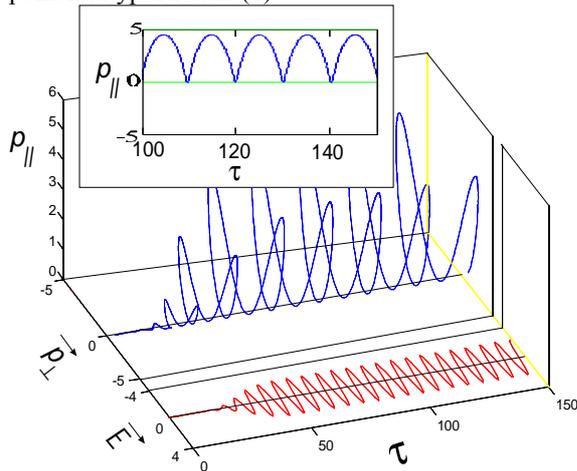
$$\vec{p}_{\perp} - \vec{p}_{\perp 0} = E(\vec{A} - \vec{A}_0) \quad (4)$$

$$r_{\parallel} - r_{\parallel 0} = \frac{p_{\parallel 0}(\psi - \psi_0)}{\gamma\dot{\psi}} +$$

$$+ \frac{1}{2(\gamma\dot{\psi})^2} \int_{\psi_0}^{\psi} [E(\vec{A} - \vec{A}_0) + \vec{p}_{\perp 0}]^2 d\psi;$$

$$\vec{r}_{\perp} - \vec{r}_{\perp 0} = \frac{-1}{\gamma\dot{\psi}} \int_{\psi_0}^{\psi} [E(\vec{A} - \vec{A}_0) - \vec{p}_{\perp 0}] d\psi \quad (5)$$

Решения (4),(5) в системе отсчета, в которой частица в среднем покоится полностью переходят в решения, полученные методом уравнения Гамильтона-Якоби в [3]. Уже из (4),(5) видно, что частица увлекается полем волны, так как ее продольный импульс осциллирует, но остается знакопостоянным, а продольная координата определяется интегралом от неотрицательной функции. Для иллюстрации этого на рис.1 приведены временные зависимости импульса и координаты частицы, найденные при численном решении уравнения (1).



а

б

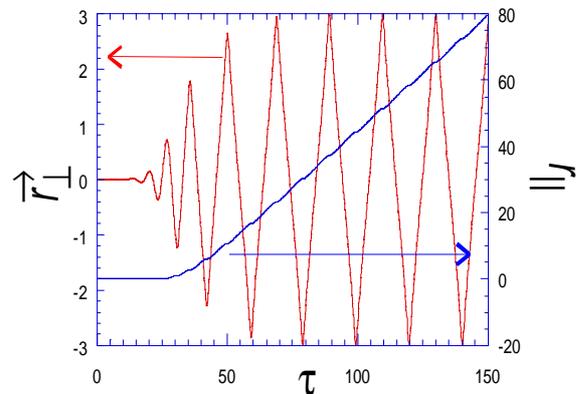


Рис. 1. Увлечение заряженной частицы полем поперечной электромагнитной волны.

Рис. 1а — импульс, 1б — координата частицы.

Параметр напряженности поля  $E$  равен трем.

Решение получено для первоначально покоящейся частицы, на которую воздействует поперечное электромагнитное поле с компонентами, определяемыми соотношением

$$\partial A(\psi)/\partial \psi = 0.5(1 + \text{erf}(0.1\psi - \pi)) \sin(\psi).$$

Видно, что после окончания переходного процесса продольная координата частицы начинает в среднем равномерно расти со временем, т.е. частица приобретает некоторую среднюю скорость. О том, что полученное решение уравнения (1) описывает процесс стационарного увлечения частицы полем волны свидетельствуют результаты численного решения этого уравнения при наличии затухания

(добавочное слагаемое  $-v_{ei}\bar{p}/\gamma$ ,  $1 \gg v_{ei} > 0$  — постоянная затухания в правой части уравнения (1)). Интегралы (3), (5) в этом случае не сохраняются, однако качественный вид решения при достаточно малом затухании не отличается от приведенного на рис. 1, а среднее значение скорости частицы выходит на стационарное значение и стремится к среднему значению скорости, полученному из интеграла (4), т.е. частица для поддержания своей скорости и компенсации диссипации энергии забирает энергию у волны.

### Увлечение плазменного слоя полем волны большой интенсивности

Пусть излучение лазера проходит через тонкий слой редкой плазмы. При этом поле волны будет, как это описано выше, увлекать за собой электроны плазмы. Произойдет разделение заряда. В результате разделения возникнет кулоновское поле, которое тормозит электроны и ускоряет ионы. Если амплитуда падающего поля не слишком велика, а плазма не слишком редкая, то это кулоновское поле может удерживать электроны (не позволит им покинуть ионный остов) и ускорять ионы. При этом плазменный слой приобретет скорость.

Оценим величину напряженности электрического поля волны, падающей на плазменный слой, при которой кулоновское поле разделения зарядов будет удерживать электроны. Оценим также величину продольного (кулоновского) поля, ускоряющего ионы. Для этого приравняем значение максимальной силы, которая действует на электроны со стороны волны ( $F_z \sim E^2/2$ ) силе кулоновского торможения:  $F_q = E_q \equiv eE_q/mc\omega \approx 2\pi\mu a/\lambda$ , где  $a$  — толщина слоя,  $\lambda$  — длина падающей волны. Приравняв  $F_z$  и  $F_q$ , находим, что для удержания электронов в плазменном слое и для его ускорения необходимо, чтобы напряженность падающего поля удовлетворяла неравенству:

$$E^2 < 4\pi\mu \cdot a/\lambda,$$

а напряженность ускоряющего ионы продольного поля может (при  $E > 1$ ) превосходить напряженность лазерного поля  $E_l$

$$E_q \approx E_l E.$$

В качестве модельной схемы, с помощью которой можно исследовать динамику ускорения плазменного слоя полем волны выберем движение легкой заряженной частицы в потенциале волны и одномерном потенциале тяжелой заряженной частицы. Уравнение (1) в этом случае преобразуется в два уравнения движения легкой частицы (“электрона”, нижний индекс  $e$ ) и тяжелой (“иона”, нижний индекс  $i$ ):

$$\frac{d\vec{p}_l}{d\tau} = -\delta_l E \cdot \frac{d\vec{A}}{d\psi} (1 - \vec{k}\vec{\beta}_l) - \delta_l E \vec{k} \left( \vec{\beta}_l \frac{d\vec{A}}{d\psi} \right) + \delta_l \cdot \text{grad}\tilde{\phi},$$

$$\delta_l = \begin{cases} -1 & l = e \\ \delta_{ei} \equiv m_e/m_i & l = i \end{cases} \quad (6)$$

связанных через потенциал, который для случая достаточно малых отклонений положения легкой частицы от положения равновесия можно представить в виде  $\text{grad}\tilde{\phi} \approx \mu \cdot \vec{e}_z (z_e - z_i)$ , где  $z_{e,i}$  — нормированные на волновой вектор падающей волны координаты “электрона” и “иона” соответственно. (Продольное направление совпадает с направлением распространения волны, выбрано перпендикулярным слою и направлено вдоль оси  $z$ ). Тогда интегралы (3)-(5) для движения в поперечном направлении не изменятся, а для движения в продольном направлении можно получить еще один интеграл:

$$p_{iz} - \gamma_i + \delta_{ei} (p_{ez} - \gamma_e) - \delta_{ei} \cdot \phi = \text{Const} \quad (7)$$

Полагая, что в поле поперечной волны скорость поперечного движения частицы значительно превосходит скорость продольного ( $E < 1$ ), т.е.  $\gamma_l \approx \sqrt{1 + (E\vec{A}_\perp)^2}$ , усредняя (7) по фазам и пренебрегая для редкой плазмы средней потенциальной энергией взаимодействия  $U$  “электрона” и “иона” ( $U = \delta_{ei} \mu \cdot \langle (z_e - z_i)^2 \rangle / 2$ ), получаем из (7) оценку для импульса, с которым движется центр масс плазменного слоя:

$$\langle p_{iz} + \delta_{ei} p_{ez} \rangle = \delta_{ei} \left\langle \sqrt{1 + (E\vec{A}_\perp)^2} - 1 \right\rangle \approx \frac{\delta_{ei} E^2}{4},$$

$E \ll 1$ ,  $A_\perp$  — гармоническая функция.

На рис.2 приведены результаты численного решения уравнений (6) для поля электромагнитной волны, по форме совпадающей с приведенным на рис.1. Видно, что по окончании переходного процесса продольные координаты тяжелой и легкой частиц начинают в среднем равномерно расти. Средняя скорость центра масс совпадает со скоростью, определяемой соотношением (8). Легкая частица быстро колеблется вокруг тяжелой. На графике скорости тяжелой частицы можно выделить быстрые колебания ( $\omega \sim 1$ ), связанные с воздействием на легкую частицу поля волны и более медленные колебания ( $\Omega \sim 0.1$ ), определяемые колебаниями этой частицы вокруг общего центра масс.

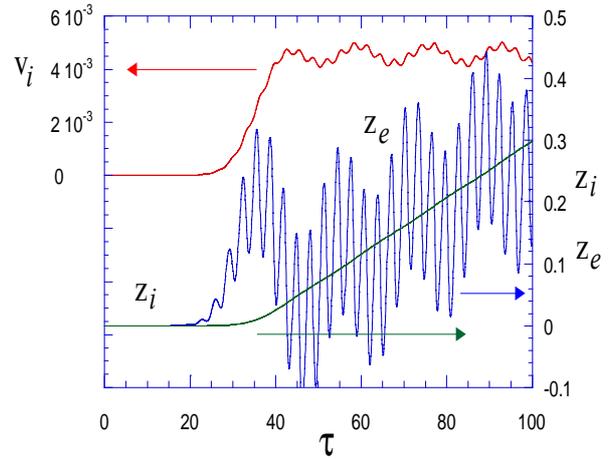


Рис. 2. Скорость и координаты двух частиц, движущихся в потенциале друг друга и поле интенсивной электромагнитной волны ( $E = 1$ ,  $\delta_{ei} = 0.01$ ,  $\mu = 0.1$ ). Вдоль правой оси ординат отложена скорость тяжелой частицы, а вдоль левой — координаты частиц

Движение частицы в поле рассмотренного выше параболического потенциала и в поле внешней волны при малой напряженности поля последний ( $E \ll 1$ ) имеет вид:

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} + \mu \cdot z = 0.5 \cdot E^2 \cdot \sin(2\psi).$$

Динамика нелинейного маятника, который описывается этим уравнением, при малых напряженностях поля хорошо изучена (см., например, [6]). Фазовое пространство такого маятника заполнено стохастической паутиной. Резонансы наступают при выполнении условия  $2 = n\sqrt{\mu}$ ,  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ . Чем меньше напряженность внешней электромагнитной волны ( $E \ll 1$ ), тем больше вырождение и тем более эффективен линейный резонанс. Чем больше напряженность, тем сильнее проявляется нелинейность. Динамика частицы становится сложнее. Эффективность резонанса между собственными колебаниями частицы в потенциале и внешней продольной силой, которая действует на частицу со стороны электромагнитной волны, уменьшается. Эти особенности динамики видны на рис. 3-5.

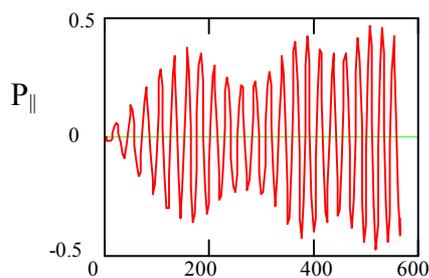


Рис.3. Резонансное нарастание амплитуды колебаний легкой заряженной частицы, движущейся в бесконечно глубокой потенциальной яме и поле поперечной электромагнитной волны

$$(E = 0.1, \delta_{ei} = 0.01, \mu = 2)$$

В параболическом потенциале возвращающая сила, действующая на частицу, линейна. В результате, как мы видели выше, движение частицы в этом потенциале описывается уравнением линейного маятника. Однако сила, действующая на частицу со стороны волны, нелинейная. Кроме того, простое движение частицы усложняется тем, что потенциал под действием колебаний частицы смещается. Поэтому резонанс взаимодействия частицы с полем наиболее ярко выражен при малых амплитудах электромагнитной волны. Если амплитуда поля достаточно велика, то эффективность резонанса падает (см. рис. 4).

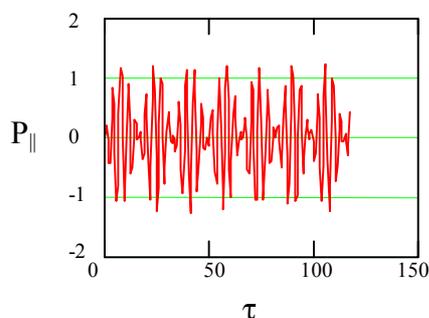


Рис.4. Уменьшение эффективности резонанса с увеличением амплитуды волны

$$(E = 1, \delta_{ei} = 0.01, \mu = 2)$$

На рис. 5 показана эволюция продольного импульса частицы, которая захвачена в потенциальную яму конечной глубины:  $U = Q / (1 + (z_e - z_i)^2)$ , когда на нее действует поперечная электромагнитная волна с большой напряженностью электрического поля ( $E=3$ ). Видно, что при  $\tau < 200$  частица остается захваченной потенциалом, колеблется в нем и набирает энергию. Когда энергия частицы становится достаточной для преодоления кулоновского притяжения потенциала, она покидает яму ( $\tau > 200$ ). Дальнейшая ее

динамика аналогична динамике свободной частицы в поле поперечной волны.

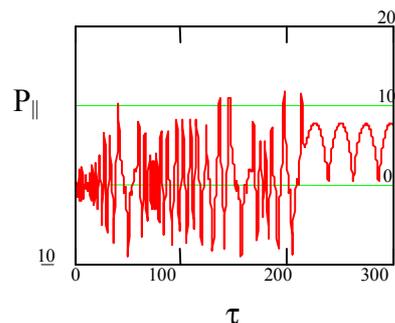


Рис.5. Зависимость продольного импульса от времени для легкой частицы, захваченной в потенциальную яму конечной глубины :

$$U = Q / (1 + (z_e - z_i)^2), Q=9.2 ; E=3$$

В процессе набора энергии легкой частицы происходит увлечение и ускорение самого потенциала (см. рис. 6). К моменту выхода частицы из ямы скорость ее достигает значения 0.06 и остается постоянной после вылета частицы.

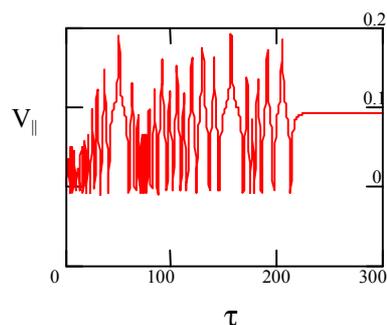


Рис.6. Зависимость скорости потенциала от времени для тех же значений параметров, что и на рис.5.

Выше мы видели, что динамика заряженной частицы в поле поперечной электромагнитной волны такова, что частица увлекается волной в направлении распространения волны. При этом скорость частицы периодически возвращается к своему начальному значению. Например периодически обращается в ноль если до взаимодействия с волной частица покоилась в рассматриваемой системе координат. Такой согласованный процесс обмена энергией между частицей и волной может быть легко нарушен если в процесс взаимодействия включатся другие силы. Например, если частица будет взаимодействовать не с одной волной а с двумя волнами или в системе имеются другие частицы, с которыми частица сталкивается. Наши предварительные исследования и расчеты показывают, что действительно наличие дополнительной низкочастотной поперечной электромагнитной волны, которая также взаимодействует с частицей, приводит к

рассинхронизации динамики взаимодействия исходной волны с частицей и, как результат, уже не к увлечению заряженной частицы, а к ее эффективному ускорению. В качестве иллюстрации этих результатов на рис. 7 представлены зависимости продольных импульсов заряженной частицы в поле одной поперечной электромагнитной волны (см. рис. 7,а) и в случае, когда во взаимодействии принимает участие дополнительная низкочастотная ( $\omega_2 = 0.02\omega$ ) электромагнитная волна с амплитудой ( $E_2 = 0.5$ ).

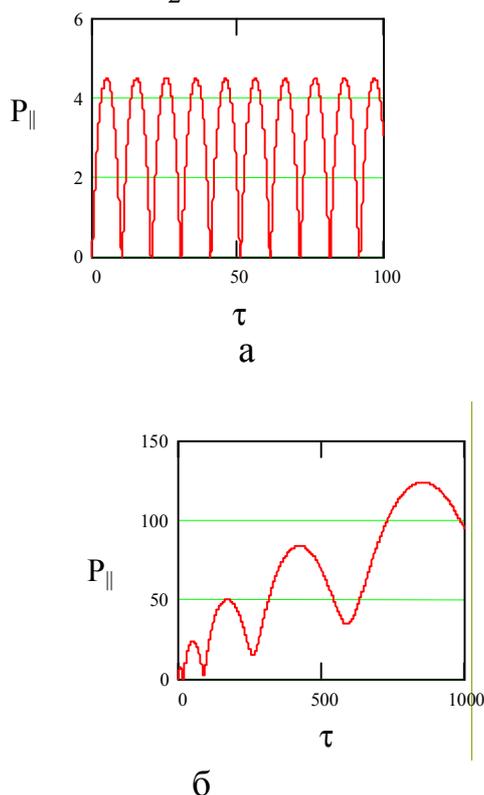


Рис. 7. Зависимость продольного импульса частицы от времени. Частица движется в поле одной поперечной электромагнитной волны (а) с  $E=3$ , ( б ) - во взаимодействии с частицей подключена вторая низкочастотная волна ( $\omega_2 = 0.02\omega$ ), параметр напряженности которой достаточно мал  $E_2 = 0.5$ .

В обоих случаях до начала взаимодействия частица покоилась. Видно, что наличие второй низкочастотной волны существенно меняет динамику движения частицы и приводит к ее эффективному ускорению. Можно показать, что это ускорение не является результатом комбинационного резонанса.

Авторы благодарят член-корреспондента НАН Украины Степанова К.Н. за полезное обсуждение результатов.

Работа выполнена при частичной поддержке УНТЦ, проект № 855.

### Литература

1. V.I. Veksler, Proc. Of the Symposium in High-energy Accelerators and Pion Physics v.1, Vienna IAEA, 1956.
2. Л.М.Горбунов, // УФН, 1973, т. 105, вып. 4, с. 631.
3. Л.Д.Ландау, Е.М. Лифшиц, Теория поля. М.: Наука, 1973.
4. В.А. Буц, А.В. Буц . // ЖЭТФ. 1996, т.110, вып. 3(9) с. 818-831
5. Электродинамика плазмы / Под ред. А.И.Ахиезера. М.: «Наука», 1974.
6. Г.М.Заславский, Р.З.Сагдеев, Д.А.Усиков, А.А.Черников. Слабый хаос и квазирегулярные структуры. М.: «Наука», 1991.