УДК 533.9

АНОМАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

В.В.Огнивенко

ННЦ ХФТИ, Харьков, Украина, e–mail:ognivenko@kipt.kharkov.ua

Представлены результаты теоретического исследования динамики движения потока релятивистских электронов при вынужденном аномальном рассеянии (АР) электромагнитной волны. Установлена взаимосвязь элементарного эффекта АР с коллективным процессом вынужденного АР и определена эффективность АР электронным пучком конечной длины.

Исследования процессов вынужденного рассеяния электромагнитных волн релятивистскими электронными пучками привлекают значительное внимание в связи с возможностью получения интенсивного когерентного коротковолнового излучения [1,2]. В замедляющей среде значительное увеличение частоты рассеянной волны может быть получено при вынужденном рассеяние электромагнитной волны, распространяющейся в направлении движения пучка с фазовой скоростью меньшей скорости пучка [3–5]. При таком рассеянии в направлении движения пучка происходит возбуждение электромагнитной волны с частотой, значительно превышающей частоту падающей (рассеиваемой) волны. Взаимодействие потока заряженных частиц с падающей и рассеянной волной приводит к одновременному увеличению амплитуд этих волн в процессе рассеяния. В основе такого вынужденного процесса рассеяния лежит элементарный эффект аномального рассеяния [3], который состоит в том, что падающий фотон с энергией $\hbar\omega_1$ рассеиваясь заряженной частицей не поглощается, а вызывает излучение еще такого же фотона $\hbar\omega_1$ и рассеянного фотона $\hbar\omega_2$. Законы сохранения энергии и импульса при АР имеют вид:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \hbar(\omega_1 + \omega_2)\ ,\ \vec{p}_1 - \vec{p}_2 = \hbar(\vec{k}_1 + \vec{k}_2),$$

где ε_1, p_1 и ε_2, p_2 - энергия и импульс частицы до и после взаимодействия с фотонами.

Частота рассеянного фотона в среде с коэффициентом преломления $n(\omega)$ удовлетворяет соотношению:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\beta_0 n(\omega_1)\cos\theta_{1\text{Б}} - 1}{1 - \beta_0 n(\omega_2)\cos\theta_2}\ . \qquad (1)$$

Так, при рассеянии медленной волны $(\beta_0 n(\omega_1) > 1)$ на релятивистских электронах в направлении скорости v_0 ($\theta_1 = \theta_2 = 0$) может достигаться значительная трансформация частоты.

В настоящей работе представлена теория коллективного процесса вынужденного АР электромагнитной волны релятивистским электронным пучком. При этом поле рассеянной волны, индуцированное излучение на частоте падающей волны и движение электронов пучка определены самосогласованно суммированием полей волн, рассеянных отдельными электронами этого пучка.

Рассмотрим моноэнергетический поток релятивистских электронов с энергией $E_b = mc^2\gamma_0$, движущийся в положительном направлении оси z в замедляющей среде. В этом же направлении с фазовой скоростью меньшей скорости пучка распространяется падающая плоско поляризованная электромагнитная волна:

$$\vec{E}_1^{ext}(z,t) = \vec{e}_x\ \mathbf{Re}\{A_{10}\ \mathbf{exp}[i(k_1 z - \omega_1 t)]\}, \qquad (2)$$

где A_{10} - амплитуда волны; ω_1, k_1 - ее частота и волновой вектор, соответственно; $\vec{e}_x$ - единичный вектор вдоль оси x декартовой системы координат, (xyz); $v_{\Phi 1}$ -фазовая скорость волны: $v_{\Phi 1} = \omega_1 / k_1 < v0$, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$, $\beta_0 = v_0 / c$, v_0 – равновесная скорость электронов, с- скорость света в вакууме.

Найдем поле рассеянной электромагнитной волны и определим динамику изменения амплитуды поля падающей волны. Для этого вычислим поля электромагнитных волн, рассеянных отдельными электронами пучка, а затем учтем обратное влияние полного поля падающей и рассеянной волн на продольное движение электронов.

При взаимодействии с полем падающей волны электроны приобретают поперечный импульс:

$$\vec{p}_1(t, q_s) = \vec{e}_x \frac{e}{\omega_1} \mathbf{Re}\{iA_{10}\ \mathbf{exp}[i(k_1 Z_S - \omega_1 t)]\} \quad (2а)$$

и движутся по траектории

$$\vec{r}_1(t, q_s) = \vec{r}_{0s} - \vec{e}_x \alpha_w \cos(k_1 Z_S - \omega_1 t) + \vec{e}_z Z_S(t, q_s), \quad (2б)$$

где $\alpha_w = \dfrac{c\alpha_1}{(k_1 v_0 - \omega_1)\gamma_0}$, $\alpha_1 = \dfrac{eA_{10}}{mc\omega_1}$,
$Z_S(t, q_s) = v_0(t - t_{0s}) + \Delta(t, q_s)$, $\Delta(t, q_s)$ - продольное смещение s-того электрона относительно его равновесной траектории, е-заряд электрона.

Поле волны, рассеянной отдельным электроном, найдем из решения уравнений Максвелла с током, создаваемым отдельным зарядом, движущимся по заданной траектории в среде с показателем преломления n(ω) :

$$\vec{E}(\vec{r},t;q_s)=\frac{e}{2\pi c}\int dt'\int\frac{d\omega}{R'}\left[i\omega\vec{\beta}'-\frac{\vec{R}'}{n^2R'}\left(i\omega n-\frac{c}{R'}\right)\right] \times\mathbf{exp}\left[i\omega\left(t'-t+\frac{n}{c}R'\right)\right], \quad (3)$$

где $\vec{R}=\vec{r}(t,q_s)-\vec{r}$; $\vec{\beta}=\vec{v}/c$; $\vec{r}(t,q_s),\vec{v}(t,q_s)$-лагран–жевы координата и скорость s-того электрона; $q_s\equiv\{\vec{r}_{0s},t_{0s}\}$, $\vec{r}_{0s}=\{x_{0s},y_{0s},0\}$-начальные координа–ты электрона; t0s - время влета электрона в замедляющую среду (z>0). В выражении (3) под ин–тегралом штрихом отмечены функции времени t'.

Уравнение (3) совместно с (2а) и (2б) определяет в общем виде поле электромагнитной волны, рассеянной отдельным электроном. Полное поле волны, рассеянной потоком электронов, будет равно сумме полей, рассеянных отдельными электронами этого потока: $\vec{E}^{tot}(\vec{r},t)=\sum_s\vec{E}(r,t;q_s)$.

Для достаточно интенсивных электронных пучков суммирование полей рассеянных отдельными электронами можно заменить интегрированием по их начальным координатам и времени влета:

$$\vec{E}^{tot}(\vec{r},t)=\int dt_{0s}v_{0s}\int dx_{0s}\int dy_{0s}n_b(q_s)\vec{E}(\vec{r},t;q_s) \quad (4)$$

Для упрощения задачи рассмотрим среду без дисперсии и однородный в поперечном сечении электронный пучок. Кроме того, будем рассматривать рассеяние волн в направлении движения пучка в случае, когда частота рассеянной волны превышает частоту падающей волны ($\omega_2>\omega_1$), полагая при этом $v_{\Phi1}=c/n_1<v_0$, $v_{\Phi2}=c/n_2>v_0$. Вычисляя поле волны (3), рассеянной отдельным электроном, подставим его в выражение (4) и после интегрирования по начальным координатам электронов, в дипольном приближении (αw<<1), получим следующее выражение для полного поля рассеянной волны:

$$\vec{E}_2^{tot}(z,t)=\vec{e}_x\,\mathbf{Re}\{A_2(z,t)\mathbf{exp}[i\omega_2(t-z/v_{\Phi2})]\}, \quad (5а)$$

$$\vec{H}_2^{tot}=\vec{e}_y n_2 E_2^{tot}, \quad (5б)$$

$$A_2=-\frac{i2\pi\beta_0 r_0 c^2}{n_2\gamma_0(1-\beta_0 n_2)\omega_1}\int\limits_{t-z/v_0}^{t-z/v_{\Phi2}}dt_0 n_b(t_0)A_1 e^{-i\tau(z,t_0)}, \quad (5в)$$

$$\omega_2=\omega_1(\beta_0 n_1-1)/(1-\beta_0 n_2), \quad (5г)$$

где nb – плотность пучка, $\tau(z,t)=\omega_3[t(z,t_0)-z/v_0]$, $\omega_3=\omega_1+\omega_2$, $r_0=e^2/mc^2$.

Интегрирование в правой части (5в) проводится по времени влета тех электронов, поле излучения от которых в координате z в момент времени t отлично от нуля. Как видно из выражения (5а), полное поле электромагнитной волны, рассеянной в положительном направлении оси z, представляет собой плоско поляризованную волну с частотой ω_2 , определяемой формулой (5г), и фазовой скоростью $v_{\Phi2}$, большей скорости пучка.

Под действием поля рассеяной волны (5а) возникают вынужденные этим полем колебания электронов пучка. Добавка к поперечному импульсу электронов, обусловленная этим полем, имеет вид:

$$\vec{p}_2(z,t)=-\vec{e}_x\frac{e}{\omega_2}\mathbf{Re}\{iA_2(z,t)\mathbf{exp}[i\omega_2(t-z/v_{\Phi2})]\}. \quad (6)$$

Такое осцилляторное движение электронов, в свою очередь, вызывает индуцированное электромагнитное поле. Выражение для этого поля, создаваемого отдельным электроном, можно вычислить, подставив значение импульса (6) в общее выражение для поля (3). Результирующее же индуцированное поле, создаваемое потоком электронов, будет равно сумме индуцированных полей индивидуальных электронов рассеивателей:

$$\vec{E}_1^{ind}(z,t)=\vec{e}_x\,\mathbf{Re}\{A_1^{ind}(z,t)\mathbf{exp}[i(k_1z-\omega_1t)]\}, \quad (7)$$

$$A_1^{ind}=\frac{1}{n_1n_2}\left[\frac{2\pi\beta_0 r_0 c^2}{\gamma_0^2(\beta_0 n_1-1)\omega_1}\right]^2\int\limits_{t-z/v_{\Phi1}}^{t-z/v_0}dt_{0i}n_b(t_{0i})e^{i\tau'(z,t_{0i})}\times\int\limits_{t_{0i}}^{\psi(z,t;t_{0i})}dt_{0s}n_b(t_{0s})A_1e^{-i\tau'(z,t_{0s})},$$

где $\psi=(k_1z-\omega_1t+\omega_3t_{0i})/\omega_2$.

Из выражения (7) видно, что индуцированное поле имеет такую же поляризацию, частоту и волновой вектор, как и падающая волна. Поэтому амплитуду полного поля падающей волны можно представить в виде:

$$\vec{E}_1^{tot}(z,t)=\vec{e}_x\,\mathbf{Re}\{A_1\,\mathbf{exp}[i(k_1z-\omega_1t)]\}, \quad (8)$$

где $A_1(z,t)=A_{10}+A_1^{ind}(z,t)$.

Уравнения для поля (5а), (7) и (8) совместно с уравнениями продольного движения электронов пучка

$$\frac{d}{dz}p(z,t_{0s})=\frac{1}{v_z}F_z^{tot}(z,t_{0s}), \quad (9)$$

где $F_z^{tot}(z,t_{0s})=e[E_z^{tot}+\beta_x(z,t_{0s})\cdot H_y^{tot}(z,t)]$,

составляют замкнутую самосогласованную систему уравнений, описывающих динамику вынужденного АР медленной волны релятивистским электронным пучком. Будем рассматривать рассеяние интенсивной волны накачки ($\omega_b<<\gamma_0^{3/2}\rho\omega_1$), когда влиянием собственных поляризационных колебаний частиц пучка на процесс рассеяния можно пренебречь. В этом случае выражение для продольной группирующей силы принимает вид:

$$F_z^{tot}(z,t)=\mathbf{Re}\{A_F(z,t)\mathbf{exp}[i\omega_3(z/v_0-t)]\}, \qquad (10)$$

где $A_F(z,t)=-\dfrac{\pi e^2\alpha_1^2(1+k_1/k_2)}{(1-\beta_0 n_2)\gamma_0^2 n_1}\int\limits_{t-z/v_0}^{t-z/v_{\Phi 2}} dt_0 n_b(t_0)e^{-i\tau(z,t_0)}$.

Из этого выражения видно, что сила, группирующая электроны в продольном направлении, имеет вид плоской волны, бегущей в положительном направлении оси z с фазовой скоростью равной скорости пучка. В линейном приближении, когда обусловленное обратным влиянием волн продольное смещение электронов пучка относительно их равновесной траектории мало по сравнению с длиной комбинационной волны ($\Delta\cdot\omega_3/v_0$)<<1, выражение для продольной группирующей силы принимает вид:

$$F_z^{tot}(z,t)=\frac{3}{\pi}F_1^{(R)}N_c\,\mathbf{Re}\left[e^{i\varphi_3(z,t)}\int\limits_0^{\zeta}d\zeta' h(\zeta')\right], \qquad (11)$$

где $F_1^{(R)}=-\dfrac{2}{3}\beta_0 n_2^3\left[\dfrac{r_0 A_{10}(\beta_0 n_1-1)}{\sqrt{2}(1-\beta_0^2 n_2^2)\gamma_0}\right]^2$ - сила торможения рассеянным излучением отдельного электрона, $k_3\Delta(z,t_0)=-\mathbf{Re}(ihe^{i\omega_3 t_{0s}})$, $\lambda_2=2\pi c/\omega_2 n_2$, $\varsigma=z/D$, $D=2\pi v_0/\omega_{*1}$, $\omega_{*1}=k_1 v_0-\omega_1$, $\varphi_3=\omega_3(z/v_0-t)$, $N_c=n_{b0}\lambda_2^3(1-\beta_0^2 n_2^2)^{-1}$.

Из уравнения (11) следует, что увеличение амплитуды полной группирующей силы обусловлено когерентностью излучения частиц в пределах сгустка (N h) и ростом числа когерентно излучающих сгустков (интеграл в правой части уравнения (11)). Решая уравнения (5), (7) и (9) в случае стационарной инжекции электронного пучка ($n_b(z=0)=const$), получим коэффициент усиления рассеянной волны [5]: $S_2(\xi)\propto\mathbf{exp}\left(\sqrt{3}\xi\rho/2^{1/3}\right)$,

$$\rho=\left(\alpha_1\frac{\omega_b}{\omega_{*1}}\right)^{2/3}\left[\frac{1+\delta}{4n_2\gamma_0^5(1-\beta_0 n_2)}\right]^{1/3}, \qquad (12)$$

и соотношение, связывающее плотности потоков квантов падающего и рассеянного излучения [4,5]:

$$P_2(z)=P_1(z)-P_1(0) \qquad (13)$$

где, $P_i=\dfrac{S_i}{\omega_i}$, $\xi=\dfrac{\omega_{*1}}{v_0}z$, $\delta=\dfrac{1-\beta_0 n_2}{\beta_0 n_1-1}$, $S_i=\dfrac{cn_i}{16\pi}|A_i|^2$ – плотность потока энергии волны.

Из соотношения (13) видно, что в процессе вынужденного АР интенсивности рассеянного и падающего излучения растут одновременно [4,5].

Рассмотрим АР медленной электромагнит–ной волны релятивистским электронным пучком конечной длины $l_b=v_0 t_b$. Здесь t_b– длительность токового импульса пучка. Найдем КПД η, определяемый здесь как отношение полной энергии рассеянной электромагнитной волны, прошедшей через плоскость z=const , к начальной энергии электронного пучка. Предположим, что инжектируется моноэнергетичный электронный пучок с постоянной равновесной плотностью ($v(0,t_0)=v_0$, $\rangle n_b(0)\langle=const$ при $0\le t_0\le t_b$). В случае, когда затравочное излучение на частоте рассеянной волны отсутствует $A_2(0,t)=0$, а начальное значение интенсивности этой волны определяется флуктуациями тока пучка, выражение для КПД при $\rho\tau_b\le 1$ и $\xi>\tau_p$ принимает следующий вид:

$$\eta=\frac{(1-\beta_0 n_2)\gamma_0^2}{2\pi N n_2\xi}\mathbf{exp}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\rho\xi^{2/3}\tau_b^{1/3}\right), \qquad (14)$$

где $\tau_b=\omega_3 t_b$, N – полное число электронов в сгустке.

Эффективность преобразования энергии электронного пучка в энергию рассеянной электромагнитной волны (η_{sat}) и характерное расстояние, на котором происходит насыщение неустойчивости, можно получить из условия захвата электронов пучка комбинационной волной:

$$\eta_{sat}\approx\sqrt{\rho^3\tau_b}, \qquad \xi_{sat}\approx\frac{1}{\sqrt{\rho^3\tau_b}}. \qquad (15)$$

Видно, что КПД в насыщении пропорционален (а расстояние ξ_{sat} обратно пропорционально) корню квадратному из полного заряда пучка. Заметим, что в соответствующем режиме АР интенсивной волны непрерывным электронным пучком КПД в насыщении пропорционален $n_b^{1/3}$ [5,6]: $\eta_{\mathbf{inf}}\approx\rho$. Из выражений (14) и (15) следует также, что при фиксированной плотности пучка с ростом его длительности КПД увеличивается и сокращается расстояние, на котором это значение достигается.

Автор благодарен Я.Б.Файнбергу за полезные обсуждения.

Литература

1. Я.Б. Файнберг // Физика плазмы, 1985, т. 11, с.1398.
2. Т. Маршалл. Лазеры на свободных электронах. М.: Мир, 1987, 238 с.
3. И.М. Франк // Ядерная физика, 1968, т.7, с. 1100.
4. В.А. Буц, В.И. Мирошниченко, В.В. Огнивенко // Письма в ЖТФ, 1980, № 10, с. 2257.
5. В.В. Огнивенко // Радиотехника и электроника, 1982, № 2, с. 1818.
6. В.В. Огнивенко // Вынужденное рассеяние электромагнитной волны релятивистским электронным пучком в среде. Препринт ХФТИ АН УССР, ХФТИ 83–42, Харьков , 1983, 22 с.