

# АМЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОАКСИАЛЬНОГО ПЛАЗМЕННОГО УСИЛИТЕЛЯ

*Г.В. Сотников*

*Национальный научный центр “Харьковский физико-технический институт”  
Харьков, Украина, E-mail: sotnikov@kipt.kharkov.ua*

Теоретически исследовано возбуждение СВЧ-колебаний электронным пучком в коаксиальной линии передачи с гребенками на внутренних и внешних проводниках. Пролётный канал структуры, где распространяется кольцевой электронный пучок, полностью заполнен плазмой. Исследованы собственные волны плазмозаполненной коаксиальной линии и их зависимость от плотности плазмы. Показано, что плазма приводит к существенному увеличению усиления и в то же самое время приводит к уширению возбуждаемого спектра колебаний. Проведен нелинейный анализ усиления колебаний. Определены максимальная амплитуда продольного электрического поля, эффективность взаимодействия, оптимальные длины структур для различных плотностей плазмы. Сравнение указанных характеристик с аналогичными для вакуумной структуры показывает преимущество плазмозаполненной гибридной структуры перед вакуумной.

## 1. Введение

Вакуумная замедляющая структура может приобрести хорошо известные черты гибридности при заполнении области взаимодействия (пролётного канала), в котором распространяется электронный пучок, плазмой. Принципы плазменной замедляющей структуры впервые изложены в [1,2]. В результате заполнения пролётного канала плазмой продольная компонента электрического поля сильно возрастает, что приводит к увеличению коэффициента связи, а следовательно, коэффициента усиления волны. При этом, если реализованы условия, взаимодействие осуществляется с собственными волнами вакуумной структуры, генерируется большой поток СВЧ-мощности. Экспериментальные исследования [3,4,5] подтвердили теоретические предсказания перспективности гибридных замедляющих структур для создания на их основе мощных усилителей и генераторов.

Следует напомнить, что первые исследования гибридных плазменных структур были выполнены с использованием вакуумных замедляющих структур типа цепочка связанных резонаторов (ЦСР). Условия для возбуждения СВЧ-колебаний в такой гибридной структуре являются оптимальными, когда синхронная частота возбуждаемых колебаний равна плазменной. Таким образом, для данной плотности плазмы возбуждается узкий (порядка инкремента) спектр колебаний. Авторами [6] высказано предположение, что при заполнении вакуумной структуры, в которой существует замедленная кабельная волна с широкой полосой пропускания, плазмой возможно сохранить широкую полосу усиления колебаний и одновременно увеличить коэффициенты усиления.

В данной работе исследованы амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) усилителя на основе коаксиальной диафрагмированной линии с диафрагмами на внутреннем и внешнем цилиндрах и заполненным плазмой пролётным каналом. Линейная и нелинейная теория усилителя на основе вакуумной структуры докладывалась на конференциях “Сrimico’97” [7], “Beams’98”, опубликована в их трудах и [9]. Показано, что в такой структуре СВЧ-

колебания, действительно, можно возбуждать в широком частотном диапазоне. Ниже будут исследованы изменения дисперсионных характеристик, коэффициентов усиления, амплитуд колебаний в результате заполнения пролётного канала коаксиальной замедляющей линии плазмой. Следует отметить, что авторы [6] выполнили предварительные исследования коэффициентов усиления и сопротивлений связи в плазмонаполненной коаксиальной линии с дисками на внутреннем проводнике. Как продемонстрировано, плазма может существенно изменить электродинамические характеристики замедляющей структуры, если поперечный размер пролётного канала сравним с длиной волны усиливаемых колебаний или больше её. Это обусловлено поверхностным характером резонансной волны (рассматривается взаимодействие электронного пучка с нулевой пространственной гармоникой кабельной моды). Плазма может существенно изменить картину только в случае очень высоких плотностей плазмы.

## 2. Линейный режим

Замедляющая структура представляет собой коаксиальную линию с внутренним и внешним радиусами цилиндров  $\rho$  и  $b$  соответственно и с дисками на обоих проводниках. Плазма плотности  $n_p$  полностью заполняет пролётный канал с внутренним радиусом  $\sigma$  и внешним радиусом  $a$ . В этом канале распространяется тонкий электронный пучок, его радиус –  $r_b$ , скорость –  $v_0$ , ток –  $I_b$ . Период структуры –  $D$ , ширина резонаторов одинакова и равна  $d$ . Внутренняя структура может быть смещена относительно внешней на произвольное расстояние  $l$ .

В линейном приближении дисперсионное уравнение, описывающее возбуждение монохроматической волны электронным пучком, может быть получено методом частичных областей. В данном случае условно разобьём замедляющую структуру на четыре области: I –  $\rho \leq r \leq \sigma$ , II –  $\sigma \leq r \leq r_b$ , III –  $r_b \leq r \leq a$ , IV –  $a \leq r \leq b$ . В каждой из областей необходимо найти решение уравнений Максвелла с точностью до произвольных констант ишить на общих границах.

Вследствие периодичности замедляющей структуры возмущения всех величин в пролётном канале имеют зависимость

$$X = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} X_m \exp(i\beta_m z - i\omega t), \quad (1)$$

где  $\beta_m = \beta_0 + 2\pi m / D$ ,  $\omega$  – частота волны, ось  $z$  направлена вдоль структуры. В резонаторной области ограничимся основной пространственной гармоникой стоячей волны. Граничные условия состоят в равенстве нулю тангенциальных компонент электрического поля на металлических поверхностях, непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах раздела пролётного канала и резонаторов. Компоненты электрического  $E_r$  и магнитного полей  $H_\phi$  на пучке испытывают разрыв, величина которого пропорциональна току пучка:

$$H_{\phi,m}^{II} - H_{\phi,m}^{III} = i \frac{2e\omega I_b}{(\omega - \beta_m v_0)^2 \gamma_0^3 m c v_0 r_b} E_{z,m}(r_b), \quad (2)$$

где  $\gamma_0 = 1 / \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}$ .

Для улучшения сходимости метода следует учесть квазистатическую особенность тангенциального электрического поля вблизи острых углов диафрагм (10):

$$E_z^I = E_z^{II} \Big|_{r=\sigma} = \begin{cases} M_1, |z| < d/2 \\ 0, d/2 < |z| < D/2 \end{cases}, \quad (3)$$

$$E_z^{III} = E_z^{IV} \Big|_{r=a} = \begin{cases} M_1 \exp(i\beta_0 l), |z-l| < d/2 \\ 0, d/2 < |z-l| < D/2. \end{cases} \quad (4)$$

В выражениях (3)-(4) предполагается, что начало продольной координате  $z=0$  соответствует середина внутреннего резонатора.

Продлав вышеописанную процедуру, придём к дисперсионному уравнению:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{d}{D} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{k\varepsilon_3}{k_{\perp m}} \frac{\psi_m^2}{\Delta_m} \left[ \frac{F_1(k_{\perp m}, a, \sigma)}{F_0(k_{\perp m}, a, \sigma)} - \frac{\alpha_m^2}{(\omega - \beta_m v_0)^2} \right] \times \right. \\ & \times \left. F_1(k_{\perp m}, a, r_b) \frac{F_0(k_{\perp m}, r_b, \sigma)}{F_0(k_{\perp m}, a, \sigma)} - \frac{F_1(k, a, b)}{F_0(k, a, b)} \right\} \times \\ & \times \left\{ \frac{d}{D} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{k\varepsilon_3}{k_{\perp m}} \frac{\psi_m^2}{\Delta_m} \left[ \frac{F_1(k_{\perp m}, \sigma, a)}{F_0(k_{\perp m}, \sigma, a)} - \frac{\alpha_m^2}{(\omega - \beta_m v_0)^2} \right] \times \right. \\ & \times \left. F_1(k_{\perp m}, \sigma, r_b) \frac{F_0(k_{\perp m}, r_b, \sigma)}{F_0(k_{\perp m}, a, \sigma)} - \frac{F_1(k, \sigma, \rho)}{F_0(k, \sigma, \rho)} \right\} - \\ & - \frac{d^2}{D^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{k\varepsilon_3}{k_{\perp m}} \frac{\psi_m^2}{\Delta_m} e^{im\phi_0} \times \frac{F_1(k_{\perp m}, a, a)}{F_0(k_{\perp m}, \sigma, a)} \times \\ & \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{k\varepsilon_3}{k_{\perp m}} \frac{\psi_m^2}{\Delta_m} e^{-im\phi_0} \frac{F_1(k_{\perp m}, \sigma, a)}{F_0(k_{\perp m}, a, \sigma)} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

В дисперсионном уравнении (5) введены обозначения:

$$F_n(q, x, y) = J_n(qx)Y_0(qy) - Y_n(qx)J_n(qy),$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \omega_p^2 / \omega^2, \omega_p^2 = 4\pi e^2 n_p / m, k_{\perp m} = \sqrt{(k^2 - \beta_m^2) \varepsilon_s},$$

$$k = \omega / c, \phi_0 = 2\pi l / D, \Psi_m = \sin(\beta_m d / 2) / (\beta_m d / 2),$$

$$\Delta_m = 1 + \frac{\alpha_m^2 F_0(k_{\perp m}, r_b, a)}{(\omega - \beta_m v_0)^2} \cdot \frac{F_0(k_{\perp m}, r_b, \sigma)}{F_0(k_{\perp m}, a, \sigma)},$$

$$\alpha_m^2 = \frac{I_b}{I_A} \frac{\pi c^3 (k^2 - \beta_m^2)}{\gamma_0 v_0}, I_A = 17 \text{ кА},$$

$J_n, Y_n$  – функции Бесселя и Вебера  $n$ -го порядка.

Численное решение дисперсионного уравнения (5) было выполнено для значений параметров структуры и пучка, которые используются в эксперименте, проведенным в НИЦ ХФТИ[11]:  $b = 5.3 \text{ см}$ ,  $a = 4.0 \text{ см}$ ,  $\sigma = 3.5 \text{ см}$ ,  $\rho = 1.9 \text{ см}$ ,  $D = 0.7 \text{ см}$ ,  $d = 0.5 \text{ см}$ ,  $\phi_0 = 0$ ,  $r_b = 3.6 \text{ см}$ ,  $I_b = 5.0 \text{ А}$ ,  $W_b = 35 \text{ кэВ}$ . На рис.1 представлены дисперсионные зависимости вакуумной замедляющей структуры, а на рис.2 – плазмонной замедляющей структуры ( $n_p = 1.8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ). Данная плотность плазмы соответствует случаю, когда плазменная частота  $f_p = \omega_p / 2\pi$

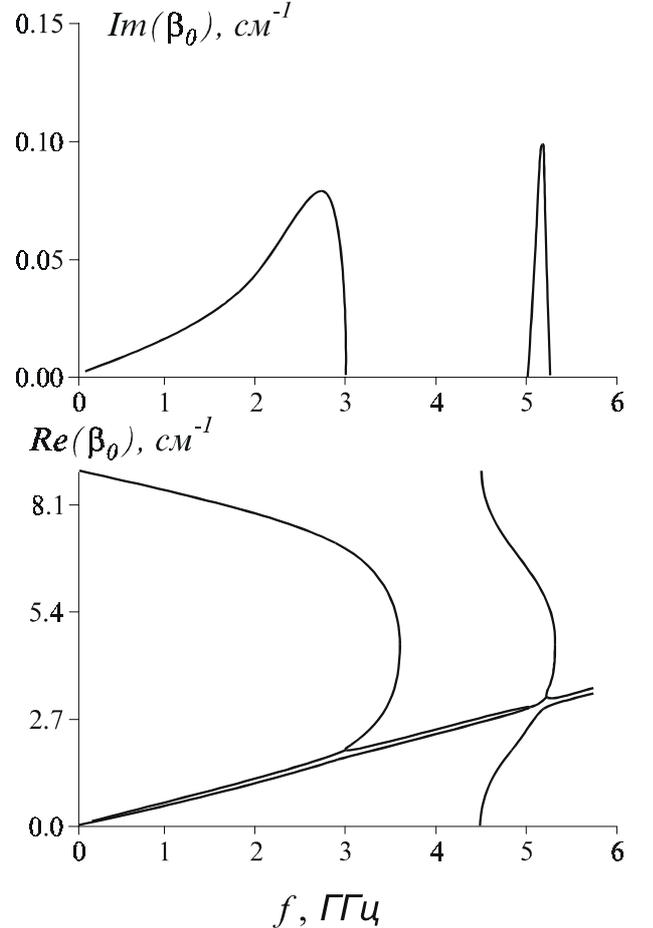


Рис.1. Действительная ( $Re \beta_0$ ) и мнимая часть ( $Im \beta_0$ ) продольного волнового числа вакуумной коаксиальной замедляющей структуры с пучком как функция частоты

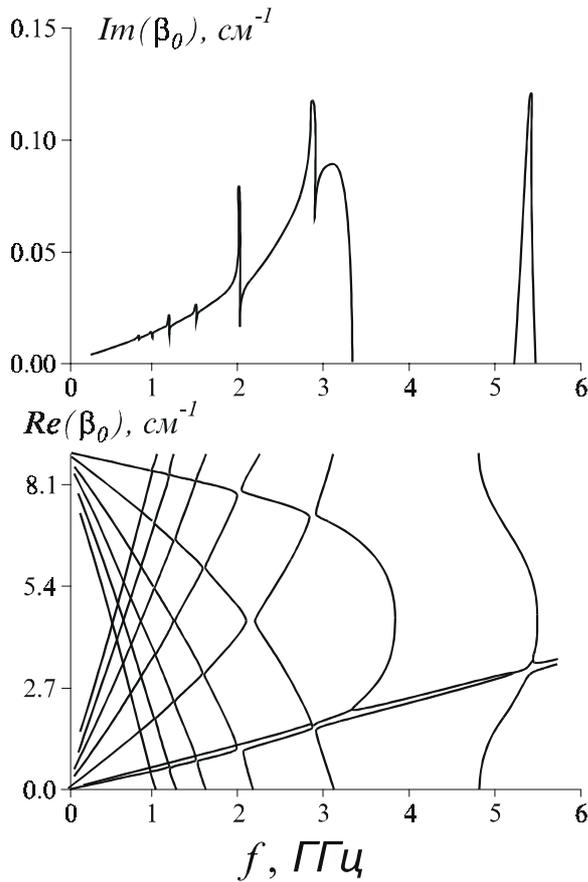


Рис.2. Действительная ( $Re \beta_0$ ) и мнимая часть ( $Im \beta_0$ ) продольного волнового числа плазменонаполненной коаксиальной замедляющей структуры с пучком как функция частоты

перекрывает верхнюю частоту отсечки коаксиальной моды. Как следует из сравнения рис.1 и рис.2 присутствие плазмы в пролётном канале приводит к уширению полосы усиления примерно на 10% с одновременным увеличением коэффициента усиления примерно на 10%.

На рис.3 представлены графики максимума коэффициента усиления и частоты, соответствующей этому максимуму, как функции плотности плазмы. На исследуемом интервале частот коэффициент усиления растёт почти линейно с увеличением плотности плазмы. Такой характер поведения коэффициента усиления, по всей видимости, можно объяснить линейным ростом резонансной с пучком волны при увеличении плотности плазмы и уменьшении её групповой скорости.

Поперечная структура продольного электрического поля кабельной волны, с которой взаимодействует электронный пучок, антисимметрична для нулевой пространственной гармоники. Следовательно, коэффициент усиления должен стремиться к нулю, когда радиус электронного пучка в точности равен положению нуля продольного электрического поля. Это показано на рис.4, где приведены зависимости максимума коэффициента усиления от радиуса пучка для первой и второй полос прозрачности. Во второй поло-

се прозрачности коэффициент усиления монотонно возрастает при перемещении электронного пучка от внутренней границы пролётного канала к внешней.

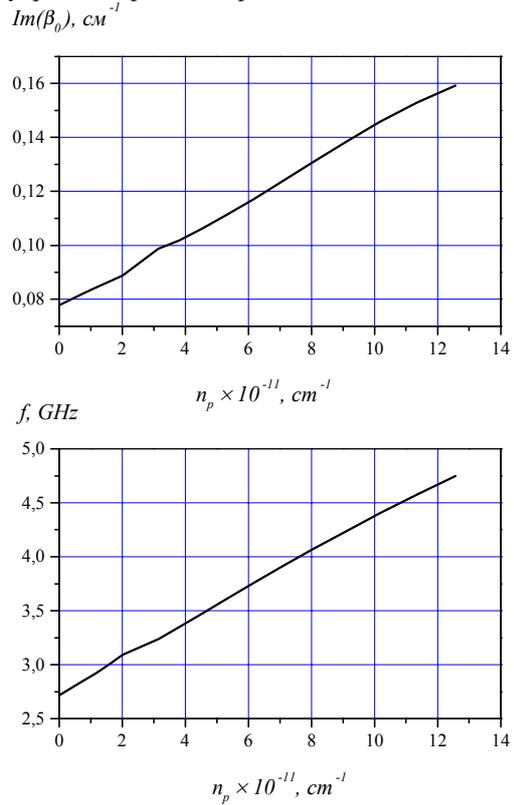


Рис.3. Максимальный коэффициент усиления и частота волны, соответствующая этому максимуму, как функция плотности плазмы

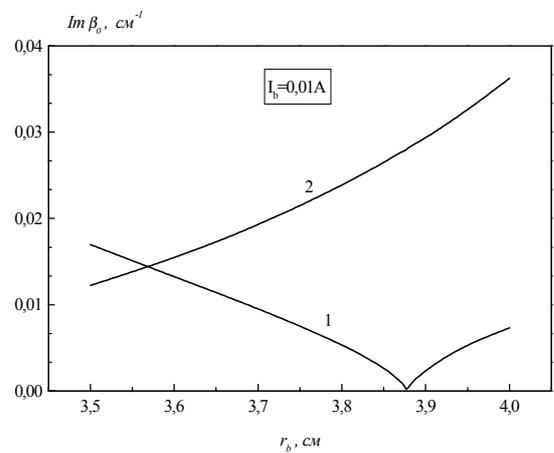


Рис.4. Максимум коэффициента усиления в первой(1) и второй(2) полосе прозрачности как функция радиуса пучка

Важным параметром, характеризующим свойства замедляющей системы, является волновое сопротивление, определяемое обычно в СВЧ-электронике следующим образом [12]:

$$\rho_w = \frac{\left| \int_l \vec{E} dl \right|^2}{2P}, \quad (6)$$

где криволинейный интеграл вычисляется между точками на проводящих поверхностях линии, лежащими в плоскости поперечного сечения системы,  $P$  – поток энергии в замедляющей системе. Применительно к нашему случаю, расчётная формула для волнового сопротивления имеет вид:

$$\rho_w = 60 \left| \int_{\sigma}^a E_r dr \right|^2 \bigg/ \int_{\sigma}^a E_r H_{\varphi}^* r dr (Ом). \quad (7)$$

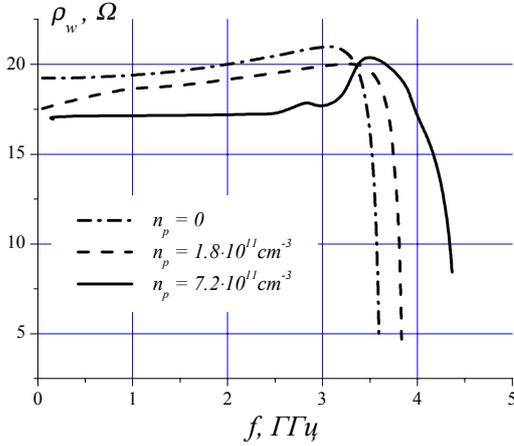


Рис.5. Волновое сопротивление коаксиальной замедляющей структуры как функция частоты для различных плотностей плазмы.

На рис.5 изображены зависимости волнового сопротивления коаксиальной замедляющей линии от частоты для различных плотностей плазмы. Как следует из приведенных зависимостей, волновое сопротивление структуры изменяется слабо при заполнении ей плазмой, т.е. остаётся почти постоянным в основной полосе пропускания. Последнее обстоятельство позволяет надеяться на хорошее согласование плазменного усилителя с входным генератором.

### 3. Нелинейный режим

Для исследования нелинейной стадии взаимодействия между электронным пучком и собственными волнами коаксиальной замедляющей линии передачи будем исходить из уравнения для усреднённой по поперечному сечению амплитуды продольного электрического поля  $E$

$$\frac{dE}{dz} + i(\beta_e - \beta_0)E = \beta_0^2 I_b R_{св}^0 \int_0^{2\pi} l e^{i\theta} d\theta_0 / 2\pi \quad (8)$$

и уравнений движения для частиц пучка

$$\frac{dv(z)}{dz} = \frac{e}{mv} \left(1 - \frac{v^2(z)}{c^2}\right)^{3/2} \text{Re}(E^{-i\theta}),$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\omega}{\beta_0 v(z)} - 1. \quad (9)$$

В уравнениях (8)-(9) введены обозначения:  $\beta_e = \omega / v_0$ ,  $\omega$  и  $\beta_0$  – частота и продольное волновое число волны,  $I_b$  – ток пучка,  $v$  – скорость электронов

пучка. Сопротивление связи  $R_{св}^0$  определено следующим образом:

$$R_{св}^0 = \frac{E_{z,0}^2(r_b)}{\frac{c}{2\pi} \beta_0^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_S E_{r,m} H_{\varphi,m}^* dS}, \quad (10)$$

где  $S$  – поперечное сечение пролётного канала,  $r_b$  – радиус электронного пучка,  $E_{z,m}$ ,  $E_{r,m}$ ,  $H_{\varphi,m}$  – компоненты электромагнитного поля собственной волны гибридной структуры в отсутствие пучка.

На рис. 6-9 представлены результаты численного решения системы уравнений (1)-(3). Для численных расчётов взяты параметры экспериментальной установки [11], приведенные выше.

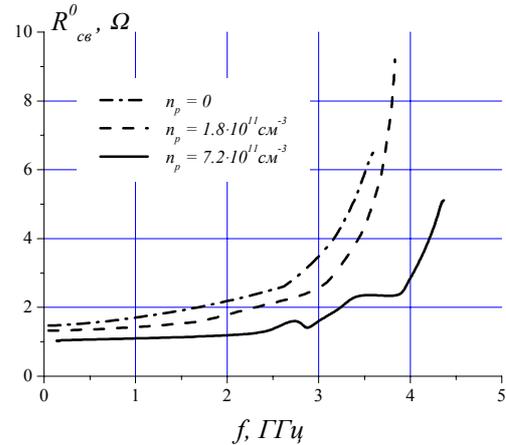


Рис.6. Сопротивление связи коаксиальной замедляющей структуры как функция частоты для различных плотностей плазмы

На рис.6 приведены зависимости сопротивления связи для плотностей плазмы  $n_p = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$  и  $n_p = 7,2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$  от частоты. По сравнению с вакуумным случаем сопротивление связи для плазмозаполненной замедляющей линии передачи немного меньше на значительной части частотного интервала, но максимальное значение сопротивления связи в плазменном варианте выше, чем для вакуумной замедляющей структуры.

На рис.7 приведены зависимости амплитуды продольного электрического поля от длины замедляющей структуры. Частота и волновой вектор в каждом случае соответствуют максимуму усиления в линейном режиме. Если плотность плазмы равна  $1,8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , амплитуда насыщения продольного электрического поля равна 1,42 кВ/см, оптимальная длина структуры равна 43,6 см. Для плотности плазмы  $7,2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$  амплитуда насыщения равна 1,93 кВ/см, оптимальная длина гибридной структуры равна 34,8 см. В вакуумном случае аналогичные характеристики составляют 1,3 кВ/см и 48 см.

Семейство зависимостей продольного электрического поля от длины структуры для различных собственных частот приведено на рис.8 для вакуумной и на

рис.9 для плазмозаполненной ( $n_p = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ) структур. Нелинейное численное моделирование подтверждает выводы линейной теории о расширении

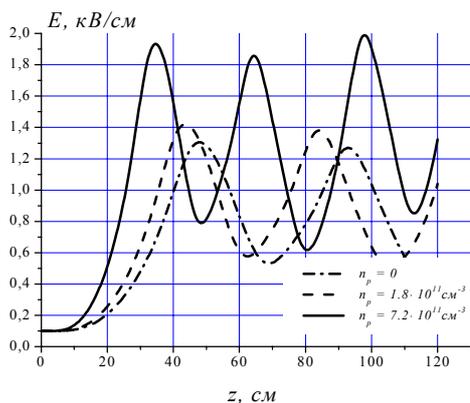


Рис.7. Амплитуда продольного электрического поля как функция длины структуры для различных плотностей плазмы

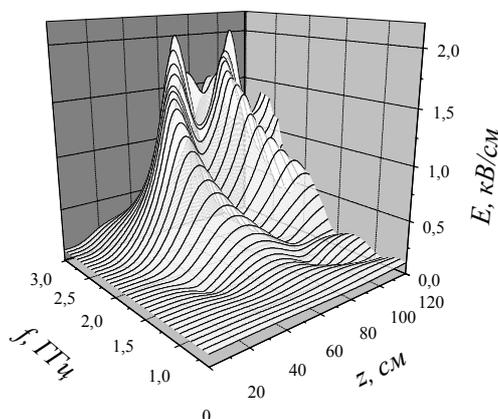


Рис.8. Амплитуда продольного электрического поля в зависимости от частоты волны и длины коаксиального вакуумного усилителя

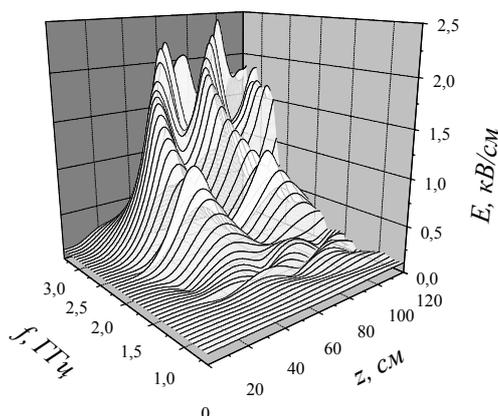


Рис.9. Амплитуда продольного электрического поля в зависимости от частоты волны и длины плазменного коаксиального усилителя

полосы возбуждаемых частот и увеличении усиления

в результате заполнения канала взаимодействия вакуумной замедляющей структуры плазмой.

В заключение автор выражает благодарность Корнилову Е.А. за обсуждение результатов и Маркову П.И. за помощь при проведении расчётов.

#### 4. Литература

1. Я.Б.Файнберг, Ю.П.Блиох, Е.А.Корнилов и др. Электродинамика гибридных плазменно-волноводных замедляющих структур // Доклады АН УССР. Физ.-мат. и тех. Науки. 1990, № 11, с. 55.
2. Я.Б.Файнберг, Ю.П.Блиох, М.Г.Любарский и др. Электродинамика гибридных плазменно-волноводных замедляющих структур. // Физика плазмы. 1994, т.20, с. 757
3. А.Н.Антонов, Ю.П.Блиох, Ю.А.Дегтярь и др. Пучково-плазменный генератор, основанный на взаимодействии электронного пучка с плазменно-волноводной структурой, ограниченной цепочкой индуктивно связанных резонаторов // Физика плазмы. 1994, т. 20, с.777.
4. М.А.Завьялов, В.О.Мартынов, Л.А.Митин и др. Мощный пучко-плазменный усилитель. // IV Симпозиум по сильноточной электронике: Тез. докл.: Россия. 1992, с.132.
5. Y.Carmel, K.Miami, R.A.Kohs et.al. Demonstration efficiency enhancement in high-power backward-wave oscillator by plasma injection // Phys. Rev. Lett. 1989. vol.62, p.2389.
6. Е.О.Корнилов, О.М.Коростельов, О.В.Лодигин и др. Электродинамика гибридной сповільнюючої структури типу діафрагмованої коаксiальної лiнii заповненої // УФЖ. 1995, т.40, с.312.
7. Е.А.Корнилов, П.И.Марков, Г.В.Сотников. Возбуждение широкого спектра колебаний электронным пучком в коаксиальной замедляющей линии. Труды 7-й Межд. Крымской конф. "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии". 1997, т.2, с. 427.
8. Е.А.Корнилов, П.И.Марков, Г.В.Сотников. Excitation of broadband oscillations by electron beam in coaxial disk loaded transmission line. // Proc. of 12th Int. Conf. on High Power Particle Beams. 1998, vol.1, p.877.
9. Г.В.Сотников. Возбуждение широкого спектра колебаний электронным пучком в коаксиальной замедляющей линии // Электромагнитные явления. 1998, т.1, с.383.
10. М.Ф.Стедьмах, Е.Б.Ольдерогге. Распространение электромагнитных волн в диафрагмированных замедляющих системах с кольцевыми щелями // Радиотехника и электроника. 1959, т.4, с.980.
11. В.С.Антипов, В.И.Карпунин, Е.А.Корнилов, Л.А.Логинов Генератор СВЧ-колебаний с гибридной замедляющей структурой и плазменным эмиттером // Труды 8-й Межд. Крымской конф. "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии". 1998, т.2, с. 749.
12. А.Д.Григорьев, В.Б.Янкевич. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ // Радио и связь. 1984.