ВОЗБУЖДЕНИЕ ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ ПРЯ-МОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ЭЛЕК-ТРОННЫХ СГУСТКОВ

Н.И. Онищенко, Г.В. Сотников ННЦ "Харьковский физико-технический институт" 61108, Харьков, ул. Академическая, 1, Украина; E-mail: <u>onish@kipt.kharkov.ua</u>

Исследованы процессы возбуждения кильватерного поля электронными сгустками и их последовательностью в прямоугольном диэлектрическом волноводе. Кильватерное поле, представляющее собой излучение Вавилова-Черенкова, в прямоугольной геометрии состоит из двумерного набора эквидистантных радиальных гармоник. Рассмотрена возможность увеличения амплитуды кильватерного поля при сложении полей эквидистантных гармоник, реализуемая для одномерной плоской геометрии в отличие от неэквидистантной цилиндрической. Изучены особенности возбуждения, связанные с входной границей - возникновение гасящей волны и переходного излучения. Получено точное аналитическое выражение для переходного и черенковского излучений. Численно исследовано пространственное распределение поля, возбуждаемое сгустком конечных размеров. Изучено возбуждение кильватерного поля периодической последовательностью сгустков. Определены характеристики кильватерного поля для параметров планируемого Брукхэвенского эксперимента [1].

1. ВВЕДЕНИЕ

Среди новых методов ускорения перспективными представляются кильватерные методы, в частности ускорение частиц кильватерным полем, возбуждаемым прямоугольными релятивистскими электронными сгустками сечения 10×150 мкм, длительностью 3.5 фс, энергией 500 МэВ и зарядом 1...3 пКл каждый в прямоугольном диэлектрическом волноводе [1]. Теоретические исследования диэлектрического кильватерного метода [2-4] показали, что для плоской геометрии [2], в отличие от цилиндрической [3,4], возбуждаются эквидистантные радиальные гармоники. Так как убывание амплитуд с номером возбуждаемых гармоник слабое, их сложение для плоской геометрии приводит к локализации кильватерного поля, которое представляет собой регулярную последовательность знакопеременных импульсов большой амплитуды. В цилиндрическом случае из-за неэквидистантности гармоник регулярность импульсов быстро нарушается. В планируемом Брукхэвенском эксперименте [1] приближением плоской геометрии выбрана прямоугольная геометрия, вытянутая по одному из поперечных направлений. Этот случай требует отдельного рассмотрения, проведенного в настоящей работе, для выяснения эффективности сложения полей гармоник в двумерной геометрии по сравнению с плоской.

Вторая цель представленных исследований заключается в выяснении явлений, вызываемых неизбежной в эксперименте входной границей, т.е. полуограниченной диэлектрической структурой. На входе в прямоугольный диэлектрический волновод, так же как и в цилиндрическом случае [5], во-первых, возбудится переходное излучение и, во-вторых, возбужденное черенковское излучение будет выноситься от входа с групповой скоростью, что приведет к возникновению так называемой гасящей волны [6] и в случае последовательности сгустков ограничит число когерентно-излучающих сгустков. В работе получены аналитические выражения для интерферирующих черенковского и переходного излучения в случае точечного электронного сгустка. Для сгустка конечных размеров с использованием лагранжевых переменных численно определена топография возбуждаемого кильватерного поля. Исследован процесс возбуждения кильватерного поля последовательностью сгустков с параметрами планируемого Брукхэвенского эксперимента [1].

2. КИЛЬВАТЕРНОЕ ПОЛЕ, ВОЗБУЖДАЕМОЕ ТОЧЕЧНЫМ СГУСТКОМ

Рассмотрим прямоугольный металлический волновод шириной b и высотой d. Волновод заполнен однородным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью Е. В продольном направлении волновод занимает область $0 \le z < \infty$. С торца z = 0 он закорочен металлической стенкой. Будем предполагать, что в волновод со стороны торца влетает и затем движется с постоянной скоростью V₀ вдоль оси волновода моноэнергетический точечный электронный сгусток. Распределение плотности заряда и плотности тока такого сгустка записывается в виде: $\rho = -Ne\delta \left(x - x_L\right)\delta \left(y - y_L\right)\delta \left(t - t_L\right)/v_L, \ j = e_z \Psi v_L \rho \ , \ (1)$ где - *е* – заряд электрона, *N* – число электронов в сгустке, $x_L(t_0, x_0, y_0, z)$, $y_L(t_0, x_0, y_0, z)$, $v_L(t_0, x_0, y_0, z) =$ лагранжевы скорость и координаты сгустка, соответственно, $t_L(t_0, x_0, y_0, z)$ – лагранжево время сгустка, t_0 – момент влета сгустка в волновод, x_0, y_0 - начальные координаты сгустка, e_z - единичный орт вдоль оси z.

В приближении равномерного движения скорость и поперечные координаты сгустка постоянные: $v_L = v_0$, $x_L = x_0$, $y_L = y_0$, а лагранжево время $t_L = t_0 + z / v_0$.

Решая волновое уравнение с учетом граничных условий на боковых стенках волновода:

 $E_z(x=0) = E_z(x=b) = E_z(y=0) = E_z(y=d) = 0$,

а также с учетом граничных условий на торце волновода: $E_x(z=0) = E_y(z=0) = 0$, получаем выражение для Фурье-компонент продольной и поперечной составляющих электрического поля:

$$E_{x}^{*} = \underbrace{\mathsf{e}}_{k,l} \underbrace{\overset{\mathsf{h}}{\underset{\mathsf{b}}{\mathsf{b}}} \frac{8\pi \, kNe}{\varepsilon \, v_{L} b^{2} d \left(k_{Z_{k,l}}^{2} - \omega^{2} / v_{L}^{2}\right)}{\varepsilon \, v_{L} b^{2} d \left(k_{Z_{k,l}}^{2} - \omega^{2} / v_{L}^{2}\right)} e^{i\omega \, t_{0}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{\pi \, k}{b} x_{L} \underbrace{\overset{\mathsf{H}}{\underset{\mathsf{m}}{\mathsf{m}}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{\pi \, l}{d} \, y_{L} \underbrace{\overset{\mathsf{H}}{\underset{\mathsf{m}}{\mathsf{m}}}}{\varepsilon \, v_{L} b^{2} d \left(k_{Z_{k,l}}^{2} - e^{i\omega \, z / v_{L}} \underbrace{\overset{\mathsf{H}}{\underset{\mathsf{m}}{\mathsf{m}}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{\pi \, k}{b} x_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{\pi \, l}{d} \, y_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, v_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}} d^{2} b \left(k_{Z_{k,l}}^{2} - \omega^{2} / v_{L}^{2}\right)} e^{i\omega \, t_{0}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{\pi \, k}{b} x_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{\pi \, l}{d} \, y_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, v_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}} d^{2} v_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}}$$
(3)
$$\underbrace{E_{y}^{\mathsf{m}} = \underbrace{\mathsf{e}}_{k,l} \underbrace{\overset{\mathsf{M}}{\mathsf{m}}} \frac{\theta \, kl Ne}{\varepsilon \, b d} e^{i\omega \, z / v_{L}} \underbrace{\overset{\mathsf{H}}{\mathsf{m}}} \cos_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{1}{d} \, y_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{b} \, x_{L}^{\mathsf{H}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, y_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, b \, d} \, x_{L}^{\mathsf{H}} \underbrace{\overset{\mathsf{M}}{\mathsf{m}}} \cos_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{1}{d} \, y_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, y_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, b \, d} \, y_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}} \cos_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{b} \, x_{L}^{\mathsf{H}} \sin_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, y_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, b \, m_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, v_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}} \underbrace{\overset{\mathsf{M}}{\mathsf{M}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, y_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, b \, w_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, v_{\mathsf{m}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, b \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}}{\varepsilon \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, w_{\mathsf{M}}^{\mathsf{H}}}} \underbrace{sm_{\mathsf{M}}^{\mathsf{M}} \frac{k}{d} \, w_$$

где $k_{Z_{k,l}}^2 = \varepsilon \omega^2 / c^2 - (\pi k / b)^2 - (\pi l / d)^2$.

Так как ускоряющим полем в нашей системе будет служить только продольная составляющая элек-

$$U_{2}(ry, y) = \prod_{H}^{M} - \underbrace{\mathsf{e}}_{M}^{\Gamma} (-1)^{m} r^{2m} J_{2m}(y) \qquad \text{при}$$

$$\prod_{H}^{\Pi} - \cos_{3} \frac{\# ry}{2} + \frac{y}{2r} \frac{\texttt{u}}{\texttt{u}} + \underbrace{\mathsf{e}}_{m=0}^{\Gamma} \frac{(-1)^{m}}{r^{2m}} J_{2m}(y) \qquad \text{при}$$

Введенные переменные определяются следующим образом:

$$\begin{split} r_1 &= \sqrt{\frac{t - t_0 - z\sqrt{\varepsilon}/c}{t - t_0 + z\sqrt{\varepsilon}/c}} \, \sqrt{\frac{1 - c/v_L\sqrt{\varepsilon}}{1 + c/v_L\sqrt{\varepsilon}}} \,, \\ r_2 &= \sqrt{\frac{t - t_0 - z\sqrt{\varepsilon}/c}{t - t_0 + z\sqrt{\varepsilon}/c}} \, \sqrt{\frac{1 + c/v_L\sqrt{\varepsilon}}{1 - c/v_L\sqrt{\varepsilon}}} \,, \\ y &= \sqrt{\frac{c^2}{\varepsilon} \frac{\breve{M}_{X}\pi}{K_{X}} \frac{k}{b} \frac{\mu^2}{\Xi} + \frac{\varkappa\pi}{3} \frac{l}{d} \frac{\mu^2}{\Xi} \frac{\mu}{b}}{W}} \sqrt{\left(t - t_0\right)^2 - \frac{\varkappa}{3} \frac{z\sqrt{\varepsilon}}{c} \frac{\mu^2}{\Xi}} \,. \end{split}$$

Введем $v_{ph} = c/\sqrt{\varepsilon}$, $v_{gr} = c^2/\varepsilon v_0$. При $t - t_0 - z/v_{ph} \downarrow 0$ выполняются следующие соотношения: 0 $\ddagger r_1$ 1 и 0 $\ddagger r_2$ $\ddagger 1$ при $t - t_0 - z/v_{gr}$ $\ddagger 0, r_2 > 1$ при $t - t_0 - z/v_{gr} > 0$. Отсюда и (10) при $t - t_0 - z/v_{ph} \ge 0$ и $t - t_0 - z/v_{gr} \le 0$ можно записать, что:

трического поля, остановимся в дальнейшем на получении выражения именно для нее.

Выполняя обратное преобразование Фурье для E_z^{ω} , получаем:

$$E_{z} = \sum_{k,l} \frac{8iNe}{bd\varepsilon} \sin\left(\frac{\pi k}{b} x_{L}\right) \sin\left(\frac{\pi l}{d} y_{L}\right) \times \\ \times \sin\left(\frac{\pi k}{b} x\right) \sin\left(\frac{\pi l}{d} y\right) \{I_{1} - I_{2}\},$$
(5)

eque
$$I_1 = \prod_L d\omega \,\omega \, \frac{\exp \left| \vec{h} - i\omega \, t + i\omega \left(\, z \,/ \, v_0 + \, t_0 \right) \right|_{\mathbf{H}}}{\left(\, \omega - \omega \,_0 \right) \left(\, \omega + \, \omega \,_0 \right)} \,, \qquad (6)$$

$$I_{2} = \prod_{L} d\omega \frac{\omega_{0}^{2} \exp \frac{\breve{N}}{h} - i\omega (t - t_{0}) + i\sqrt{k_{Z_{k,J}}^{2}} z_{\breve{h}}^{\texttt{H}}}{v_{L} \sqrt{k_{Z_{k,J}}^{2}} (\omega - \omega_{0}) (\omega + \omega_{0})}$$
(7)

Интеграл (6) описывает кильватерное поле заряда, движущегося в бесконечном волноводе. Он легко вычисляется по теории вычетов и равен

$$I_{1} = -2\pi i \cos \mu_{0} \left(t - t_{0} - z/v_{0} \right) \mu_{0} \left(t - t_{0} - z/v_{0} \right), \quad (8)$$

где $\Theta(x)$ - функция Хевисайда.

Г

Интеграл (7) соответствует свободным собственным колебаниям прямоугольного волновода, появляющимся из-за ограниченности системы по z. Учет этого дополнительного слагаемого позволяет удовлетворить граничному условию на торцевой металлической стенке. Как будет показано далее, (7) дает «гасящую волну» и переходное излучение. Аналитическое вычисление такого типа интеграла подробно рассмотрено в [5]. Он равен

$$I_{2} = 2\pi i \, \underbrace{M}_{2} U_{2}(r_{2}y, y) - U_{2}(r_{1}y, y) \, \underbrace{M}_{2}, \qquad (9)$$

(10)

где $U_2(ry, y) - функция Ломмеля от двух аргумен$ тов, определяемая как

$$ry, y) = \iint_{H}^{-1} \cos \frac{x}{3} \frac{ry}{2} + \frac{y}{2r} \frac{u}{u} + \underbrace{e}_{m=0}^{r} \frac{(-1)^{m}}{r^{2m}} J_{2m}(y) \quad \text{при } r > 1$$

$$U_{2}(r_{2}y, y) - U_{2}(r_{1}y, y) = \bigoplus_{m=1}^{f} (-1)^{m} (r_{1}^{2m} - r_{2}^{2m}) J_{2m}(y) .$$
(11)

Соответственно при $t - t_{0} - z/v_{ar} > 0$ имеем

$$U_{2}(r_{2}y, y) - U_{2}(r_{1}y, y) = -\cos \frac{1}{2}\omega_{0}(t - t_{0} - z/v_{0}) \mathbf{\mu} + J_{0}(y) + \mathbf{e}^{\dagger}(-1)^{m}(r_{1}^{2m} + r_{2}^{-2m}) J_{2m}(y).$$
(12)

Первое слагаемое в правой части (12) описывает существующую в области $0 < z < (t - t_0) v_{gr}$ электромагнитную волну, которая совпадает с полем излучения Вавилова-Черенкова (8), взятым с противоположным знаком. Это «гасящая волна», компенсирующая черенковское излучение в соответствующей области Z. Оставшиеся слагаемые в (12) соответствуют той части переходного излучения, которая распространяется со скоростью меньшей, чем Vgr. Выражение (12) соответствует более быстрой части переходного излучения.

Подставим (9) и (8) в (5) с учетом (11) и (12). В результате поле, которое создает в полубесконечном волноводе точечный заряд, движущийся с постоянной скоростью, удобно записать в виде суперпозиции ограниченного в пространстве поля излучения Вавилова-Черенкова E_z^{cher} и поля переходного излучения E_z^{cher}

$$E_{z}(t, x, y, z, t_{0}, x_{0}, y_{0}) =$$

$$= E_{z}^{cher}(t, x, y, z, t_{0}, x_{0}, y_{0}) + E_{z}^{trans}(t, x, y, z, t_{0}, x_{0}, y_{0}),$$
(13)

где

 $E_{z}^{cher}(t, x, y, z, t_{0}, x_{0}, y_{0}) =$

$$= \frac{16\pi Ne}{bd\varepsilon} \underset{k,l}{\Theta} \sup_{\mathbf{k},l} \frac{\pi k}{b} x_0 \underset{\mathbf{k}}{\mathbf{u}} \sin_{\mathbf{k}} \frac{\pi l}{d} y_0 \underset{\mathbf{k}}{\mathbf{u}} \sin_{\mathbf{k}} \frac{\pi k}{b} x_{\mathbf{u}} \underset{\mathbf{k}}{\mathbf{u}} \sin_{\mathbf{k}} \frac{\pi l}{d} y_{\mathbf{u}} \underset{\mathbf{k}}{\mathbf{u}} \sin_{\mathbf{k}} \frac{\pi k}{b} x_{\mathbf{u}} \underset{\mathbf{k}}{\mathbf{u}} \sin_{\mathbf{k}} \frac{\pi l}{d} y_{\mathbf{u}} \underset{\mathbf{k}}{\mathbf{u}}$$

$$\cos \breve{\mu} \omega_0 \left(t - t_0 - z/v_0 \right) \underset{\mathbf{k}}{\mathbf{u}} \left\{ \Theta \left(t - t_0 - z/v_0 \right) - \Theta \left(t - t_0 - z/v_g \right) \right\},$$

$$(14)$$

$$E_{z}^{trans}\left(t, x, y, z, t_{0}, x_{0}, y_{0}\right) = \frac{16\pi Ne}{bd\epsilon} t$$

$$f \mathbf{e}_{k,l} \sin \frac{3\pi k}{b} x_{0} \frac{u}{y} \sin \frac{3\pi l}{d} y_{0} \frac{u}{y} \sin \frac{3\pi k}{b} x_{0} \frac{u}{y} \sin \frac{3\pi l}{d} y_{0} \frac{u}{y} t$$

$$f \left\{ \breve{h} \Theta \left(t - t_{0} - z / v_{ph}\right) - \Theta \left(t - t_{0} - z / v_{gr}\right) \frac{u}{b} \right\}$$

$$f \left\{ \breve{h} \Theta \left(t - t_{0} - z / v_{ph}\right) - \Theta \left(t - t_{0} - z / v_{gr}\right) \frac{u}{b} \right\}$$

$$f \left\{ \breve{h} \Theta \left(y \right) + \mathbf{e}_{m=1}^{t} \left(-1\right)^{m} \left(r_{1}^{2m} + r_{2}^{-2m}\right) J_{2m}\left(y\right) \right\}$$

$$= \mathbf{h} \left\{ \breve{h} \left\{ J_{0} \left(y \right) + \mathbf{e}_{m=1}^{t} \left(-1\right)^{m} \left(r_{1}^{2m} + r_{2}^{-2m}\right) J_{2m}\left(y\right) \right\}$$

Кильватерное поле Вавилова-Черенкова (14) с учетом «гасящей волны» отлично от нуля при $(t - t_0) v_{gr}] z < (t - t_0) v_0$. В пределах этой области огибающая черенковского сигнала постоянна (см. рис.1,б). Величина v_{gr} есть не что иное, как групповая скорость синхронной со сгустком электромагнитной волны. Плоскость $z^{gr} = (t - t_0) v_{gr}$ является задним фронтом кильватерного поля. Этот фронт перемещается вслед за сгустком с групповой скоростью.

Поле переходного излучения (14) существует в области $0 \ddagger z - (t \ t_0) v_{ph}$. Величина v_{ph} есть наибольшая скорость распространения электромагнитного сигнала в диэлектрическом волноводе. Именно с этой скоростью распространяется наиболее быстрая высокочастотная часть переходного сигнала так называемый «предвестник». Огибающая переходного сигнала максимальна вблизи заднего фронта (линия 1 на рис.1,в) и убывает по мере удаления от него. В предвестнике (линия 2 на рис.1,в) она стремится к нулю. Вблизи задней стенки огибающая мала, но отлична от нуля и убывает со временем. Переходное поле (14) терпит скачок на плоскости заднего фронта (см. рис.1,в). Это объясняется тем, что мы искусственно разделили непрерывное суммарное поле (13) на составляющие, при этом выделенное поле Вавилова-Черенкова (14) при переходе через плоскость заднего фронта также обращается скачком в нуль.

В результате в фиксированный момент времени *t* пространственная структура результирующего



Рис.1. Структура первой гармоники продольной составляющей кильватерного поля, возбуждаемого бесконечно коротким точечным зарядом в прямоугольном волноводе: суммарное поле E_z (a); E_z^{cher} (б); E_z^{trans} (c). Цифры у кривых: $1 - z = z^{gr}$; $2 - z = z^{ph}$; 3 - положение заряда. Время наблюдения $t_{HC} 260$, $t_0 = 0$, $\gamma = 9$, $\varepsilon = 3$

поля имеет вид, изображенный на рис.1,а. Перед сгустком поле равно нулю. Левее $z^{ph} = (t - t_0) v_{ph}$ (линия 2) огибающая поля начинает убывать, при $z = z^{gr}$ (линия 1) она равна половине черенковского излучения. В области $z << z^{gr}$ поле мало и убывает со временем.

3. СГУСТОК КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

В качестве заряженного сгустка конечных размеров выберем прямоугольный сгусток с размерами b_0 по ширине и d_0 по высоте с длительностью t_b ($t_b = L_b / v_0$, где L_b – длина сгустка; полагаем, что скорость v_0 – постоянна и одинакова у всех частиц сгустка) (рис. 2).

Распределение плотности заряда в сгустке будем считать однородным как по поперечным, так и по продольным координатам. Такой сгусток может быть представлен в виде набора точечных сгустков, равномерно заполняющих объем сгустка конечных размеров. Тогда поле, возбуждаемое сгустком конечных размеров, можно записать в виде

$$E_{z}(t, x, y, r) = \mathbf{e}_{i} E_{z}(t, x, y, r, t_{0i}, x_{0i}, y_{0i})$$

где элементарное поле $E_z(t, x, y, r, t_{0i}, x_{0i}, y_{0i})$ макрочастицы с номером \dot{i} определяется выражениями (14)–(16).



Рис.2. Схема рассматриваемой модели



Рис.3. Структура продольного электрического кильватерного поля, возбуждаемого на оси полубесконечного волновода одним заряженным сгустком. Учтено 50 гармоник по x, 50 по y. b₀=10⁻³ см, d₀=0.15 см, t_b=3.5 фс, заряд сгустка – 1 нКл, энергия – 500 МэВ, b=18.8·10⁻³ см, d=0.15 см, ε=3. Центр сгустка расположен на оси волновода. Время наблюдения 32 пс

Суммирование по поперечным координатам можно заменить аналитическим интегрированием выражений (15), (16) по x_0 , y_0 .

На рис.3 представлено продольное распределение кильватерного поля E_z вдоль оси волновода, возбуждаемого в полубесконечном диэлектрическом волноводе релятивистским электронным сгустком.

Интерференция большого числа гармоник приводит к появлению острых пиков поля, амплитуда которых значительно превышает амплитуду какойлибо одной гармоники. Четко видно, что область, в которой огибающая кильватерного поля максимальна, заключена между заряженным сгустком и движущейся вслед за ним границей – задним фронтом излучения. Позади заднего фронта поле значительно меньше, чем перед ним, и имеет другую структуру.

4. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ СГУСТКОВ

Перспективным методом получения кильватерных полей большой амплитуды является использование цепочки коротких сгустков малой плотности, организованной таким образом, чтобы поля от отдельных сгустков складывались когерентно. Рассмотрим последовательность из 15 сгустков. Из рис.4 видно, что поле растет, а затем убывает, причем за последним сгустком (линия 1) скорость убывания поля возрастает до задней границы волнового пакета, за которой поле стремится к нулю. Линия 2 соответствует положению заднего фронта кильватерного поля, возбуждаемого головным сгустком последовательности, и определяет количество сгустков, поля от которых могут складываться когерентно. Отсюда, амплитуда поля в фиксированный момент времени будет достигать максимального значения в точке

$$z^{gr} = v_{or}t$$

и не будет увеличиваться с ростом числа сгустков при количестве сгустков, равным

$$N^{\max} \approx \frac{t\left(v_0 - v_{gr}\right)}{\Delta z} + 1$$

где Δz – расстояние между соседними сгустками последовательности.



Рис.4. Структура продольного электрического поля, возбуждаемого на оси полубесконечного волновода 15 заряженными сгустками. Учтено 50 гармоник по X, одна по У





сгустком, по ширине волновода. Характер распределения поля от большего количества сгустков, очевидно, останется аналогичным. Здесь учтено 50 гармоник по x и y. Поле вычисляется в максимуме в z = 0.64 см. Как видно, поле достигает максимального значения на оси волновода, при этом оно локализовано на расстояниях от оси порядка размера сгустка и быстро спадает в направлении стенок.

Наконец, рассмотрим распределение продольного электрического поля по высоте (рис.6). Параметры те же, что и на рис.5. Распределение амплитуды поля практически однородно по высоте волновода.

Со временем максимум поля будет расти и перемещаться вслед за сгустками с групповой скоростью. Для системы конечной длины максимум поля достигается в конце в момент времени $t = L_{sys} / v_{gr}$, где L_{sys} – длина системы. Таким образом, в рассматриваемой нами замедляющей системе $N^{max} \approx 13$.



Рис.6. Распределение продольного электрического кильватерного поля по ширине волновода, возбуждаемого одним заряженным сгустком

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено 3-мерное исследование возбуждения переходного и черенковского излучений в полуограниченном диэлектрическом волноводе прямоугольного сечения электронными релятивистскими сгустками или их последовательностью.

С применением метода Фурье и методов функции комплексного переменного найдены точные аналитические решения для полей как переходного, так и черенковского излучений. Продольная структура аксиального электрического поля имеет вид периодических четко выраженных узких пиков. Это происходит из-за интерференции большого числа поперечных гармоник. Поперечная структура кильватерного поля практически полностью повторяет поперечную форму сгустка. Определены степень локализации и увеличение амплитуды кильватерного поля, обусловленные суперпозицией большого количества поперечных мод. Показано увеличение кильватерного поля при когерентном сложении полей регулярной последовательности электронных сгустков. Исследованы явления, возникающие при наличии входной границы, - возбуждение переходного излучения и ограничение на число когерентновозбуждающих сгустков. Последнее связано с уходом от входа с групповой скоростью возбужденного излучения. Наибольшая амплитуда продольного электрического поля достигается вблизи заднего фронта, движущегося с групповой скоростью. Максимально достижимое поле определяется параметрами волновода и цепочки сгустков, определяющих число когерентно-излучающих сгустков.

Для параметров планируемого Брукхэвенского эксперимента [1] получены величины черенковских (кильватерных) полей порядка 3 МэВ/м.

Как следует из рис 5,6 возбуждаемое поле сосредоточено в области, занятой электронным сгустком. Это позволяет надеяться на уменьшение требований к пробою диэлектрика. Однако для окончательного вывода необходимо решить эту задачу при наличии вакуумного пролетного канала для электронного сгустка. Более того, это необходимо и для адекватности реальному эксперименту.

Работа выполнена при поддержке гранта ДФФД №02.07/325.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. T.C. Marshal, C. Wang, J.L. Hirshfield // Phys. Rev. ST-Accel. And Beams 4, 121301 2001.
- T.B. Zhang, J.L.Hirshfield, T.C. Marshal, B. Hafizi // Phys. Rev. 1997, E 56, p.4647-4655.
- V. Kiselev, A. Linnik, I. Onishchenko, G. Sotnikov et al. Dielectric Wake-Field Generator // 12th Intern. Conf. jn High-Power Particle Beams. BEAMS'98, Haifa, Israel, June 7-12,1998, v.I, p.756-759.
- S.Y. Park and J.L. Hirshfield // Phys. Rev. 2000, E 62, 1266.
- 5. I.N. Onishchenko, D.Yu. Sidorenko, G.V. Sotnikov // *Physical Review* E 65. 2002, p.066501-1-11.
- Е.Л. Бурштейн, Г.В. Воскресенский // ЖТФ. 1963, 33, с.34.

EXCITATION OF CHERENKOV RADIATION IN SEMI-INFINITE DIELECTRIC WAVEGUIDE OF RECTANGULAR CROSS-SECTION BY A SEQUENCE OF ELECTRON BUNCHES

N.I.Onishchenko, G.V.Sotnikov

Process of wakefield excitation by an electron bunch and by a sequence of bunches in rectangular dielectric waveguide is investigated for electron acceleration with high accelerating rate.

ЗБУДЖЕННЯ ЧЕРЕНКОВСЬКОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ В НАПІВОБМЕЖЕНОМУ ДІЕЛЕК-ТРИЧНОМУ ХВИЛЕВОДІ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ ПОСЛІДОВНІСТЮ ЕЛЕКТРОННИХ ЗГУСТКІВ

М.І.Онищенко, Г.В.Сотніков

Досліджені процеси збудження кільватерного поля електронними згустками та їх послідовністю в прямокутному діелектричному хвилеводі.