РЕЛЯТИВИСТСКАЯ И НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ПЛАЗМЕННАЯ СВЧ-ЭЛЕКТРОНИКА

СТОХАСТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В СХЕМАХ ОБРАЩЕННОГО ЛАЗЕРА НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

В.А. Буц, В.В. Кузьмин
Национальный Научный Центр «Харьковский физико-технический институт»
Харьков, Украина
E-mail: vbuts@kipt.kharkov.ua

Изложены результаты аналитического и численного исследований динамики заряженных частиц в поле интенсивных электромагнитных волн. Показано, что традиционная схема ускорения типа обращенного лазера на свободных электронах в таких полях мало эффективна. При её реализации развивается стохастическая неустойчивость ускоряемых частиц, которая приводит к разбросу ускоряемых частиц по энергиям и к разрушению ускоряемого сгустка.

PACS: 41.60.Cr

ВВЕДЕНИЕ

Динамика заряженных частиц в электромагнитных полях волн умеренной интенсивности к настоящему времени практически хорошо изучена. Под умеренными полями мы понимаем поля, параметр силы волны ε [1] которых достаточно мал ($\varepsilon = eE/mc\omega << 1$, здесь E – напряженность электрического поля волны; ω – частота волны).

В таких полях малость параметра силы волны во многих случаях позволяет исследовать динамику частиц аналитическими методами. Для эффективного обмена энергией между волной и частицами при этом необходимо выполнение одного из условий резонансного взаимодействия волн и частиц. Эти условия означают длительное синхронное взаимодействие заряженных частиц с электромагнитной волной.

Однако, если не предпринимать специальных условий, то нелинейные эффекты ограничивают величину передаваемой энергии от частиц к волне и в обратном направлении. Важным частным случаем, при котором нелинейные эффекты не выводят заряженную частицу из резонанса с волной, является случай авторезонанса [2,3]. Условия авторезонанса выполняются при взаимодействии заряженных частиц с волной в вакууме и в случае, когда электромагнитная волна строго распространяется вдоль внешнего постоянного однородного магнитного поля.

Второй возможностью неограниченного ускорения заряженных частиц является стохастическое ускорение. Оно может быть реализовано, например, при перекрытии нелинейных циклотронных резонансов [4-6]. Если не принимать эти два случая во внимание, то обмен энергией между частицами и волнами ограничен шириной нелинейного резонанса.

В последнее время значительные успехи достигнуты в создании электромагнитных полей исключительно большой напряженности. Параметр силы волны в таких полях уже близок к единице и может даже значительно превосходить её. Для десятисантиметрового диапазона длин волн это означает, что напряженность электрического поля волны должна превосходить величину 10^5 В/см. Для лазерного излучения ($\lambda \sim 10^{-4}$ см) эта напряженность становится больше 10^{10} В/см.

Анализ динамики движения частиц при этом значительно затруднен, так как отсутствует малый параметр. Кроме того, в полях такой напряженности за время порядка периода волны скорость частицы достигает скорости близкой к скорости света. Эффективный обмен энергией между волнами и частицами при этом может происходить за очень короткие времена. Длительный синхронизм в этих условиях может оказаться не необходимым, т.е. резонансы взаимодействия волн и частиц перестают играть определяющую роль в обмене энергией между ними. Особенности динамики заряженных частиц в таких полях к настоящему времени изучены очень мало. Некоторые результаты таких исследований содержатся, например, в работах [7-9].

Одной из перспективных схем ускорения, позволяющей ускорять заряженные частицы в вакууме, является схема обращенного лазера на свободных электронах (ОЛСЭ). В этой схеме заряженные частицы движутся в поле двух электромагнитных волн с заданными параметрами. При этом предполагается, что нелинейное взаимодействие заряженной частицы с полем этих двух поперечных электромагнитных волн эквивалентно взаимодействию заряженной частицы с медленной электромагнитной волной, которая имеет фазовою скорость близкую к средней скорости частиц. Кроме того, эта эквивалентная волна имеет продольную компоненту электрического поля. Практически речь идет о черенковском взаимодействии ускоряемых заряженных частиц с комбинационной волной. Такая схема ускорения заряженных частиц широко обсуждается в научной литературе [10-13]. Она обладает многими важными особенностями, из которых мы отметим только тот факт, что ускорение происходит в вакууме и поперечными электромагнитными волнами. Для реализации эффективного обмена энергией в схеме ОЛСЭ необходимо изучить особенности динамики заряженных частиц в поле нескольких поперечных электромагнитных волн. Особое внимание при этом мы будем обращать на зависимость этой динамики от напряженности полей этих волн. Темп ускорения в схеме ОЛСЭ пропорционален ε^2. Поэтому можно ожидать, что эффективность этой схемы ускорения будет быстро расти с увеличением ε. Ниже увидим, что при этом эффективность действительно растет. Однако уже при достаточно умеренных напряженностях полей ($\varepsilon \sim 0.5$) в схеме ОЛСЭ развивается стохастическая неустойчивость. Она приводит к тому, что динамика частиц становится хаотической. Поэтому увеличение напряженности электромагнитных полей в этой схеме не целесообразно.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим динамику движения заряженных частиц в поле нескольких электромагнитных волн. Выражения для электрических и магнитных полей этих волн можно представить в таком виде:

$$E = \sum_n E_n, \quad H = \sum_n H_n,$$

$$E_n = \mathrm{Re}(\mathcal{E}_n e^{i\psi_n}); \quad \vec{H}_n = \frac{c}{\omega_n}[\vec{k}_n \vec{E}_n], \tag{1}$$

где $\psi_n = k_n r - \omega_n t$.

Уравнения движения заряженной частицы в полях (1) имеют традиционный вид:

$$\frac{dP}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]. \tag{2}$$

Эти уравнения удобно записать в безразмерных переменных, как для зависимых, так и для независимых переменных:

$$P \to \frac{P}{mc}; \; \omega_0 = \frac{\omega_n}{\omega_0}; \; \vec{P} \equiv \frac{dP}{d\tau}; \; \tau \equiv \omega_0 t; \; \vec{P} \equiv \frac{P}{mc};$$

$$\vec{r} = \frac{v}{c}; \; \vec{E}_n \equiv \frac{eE_n}{mc\omega}; \; \vec{k}_n \equiv \frac{k_n c}{\omega}; \; \vec{r} \equiv \frac{\omega_0}{c}\vec{r}.$$

Уравнения движения (2) удобно дополнить уравнением для энергии:

$$\dot{\gamma} = \frac{P}{\gamma}\frac{eE}{mc\omega_0}. \tag{3}$$

Подставляя поля (1) в уравнения (2), (3) и используя безразмерные переменные, можно получить следующие уравнения:

$$\dot{P} = \sum_n E_n\left(\omega_n - k_n\dot{\vec{r}}\right) + \sum_n k_n\left(\dot{\vec{r}}E_n\right); \tag{4}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{P}{\gamma}\sum_n \omega_n \vec{E}_n,$$

где $E_n = \mathrm{Re}\left(\mathcal{E}_n e^{i\psi_n}\right)$; $\psi_n \equiv k_n r - \omega_n \tau$.

Для дальнейшего анализа удобно также ввести некую вспомогательную характеристику частицы, которую мы в дальнейшем будем называть парциальной энергией частицы, которая удовлетворяет следующему уравнению:

$$\dot{\gamma}_n = \omega_n(\dot{r}E_n). \tag{5}$$

Из определения этой парциальной энергии следует, что она определяет то значение энергии, которое имела бы частица если бы двигалась только в поле одной n-ой электромагнитной волны. Используя определение этой парциальной энергии, из уравнений (4), (5) можно получить следующий интеграл движения:

$$\vec{P} - \sum_n \mathrm{Re}(i\vec{\mathcal{E}}_n e^{i\psi_n}) - \sum_n \frac{k_n}{\omega_n}\gamma_n = \vec{C}. \tag{6}$$

В общем случае уравнения (4), (5) совместно с интегралом (6) могут быть изучены только численными методами. Для получения аналитических результатов мы будем считать, что параметр силы каждой из действующих на частицу волн мал. В этом случае все характеристики частицы (ее энергию, импульс, координату, скорость) можно представить в виде суммы медленно и быстро меняющихся величин:

$$P = \bar{P} + \tilde{P}; \; \gamma_n = \bar{\gamma}_n + \tilde{\gamma}_n.$$

При этом можно получить следующие выражения и уравнения, которые связывают быстрые и медленные переменные:

$$\bar{\vec{P}} = \sum_n \frac{k_n}{\omega_n}\bar{\gamma}_n + C;$$

$$\tilde{P} = \sum_n \mathrm{Re}(i\mathcal{E}_n e^{i\psi_n}) + \sum_n k_n\tilde{\gamma}_n/\omega_n. \tag{7}$$

$$\dot{\bar{\gamma}}_n = \omega_n \bar{v}E_n = \omega_n \bar{v}\,\mathrm{Re}(\mathcal{E}_n e^{i\psi_n});$$

$$\dot{\tilde{\gamma}}_n = \omega_n \bar{v}E_n; \quad \tilde{\gamma}_n = \mathrm{Re}(\Gamma_n e^{i\psi_n}),$$

где $\Gamma_n = -i\omega_n \bar{v}\mathcal{E}_n/\dot{\psi}_n$.

Уравнения для быстрых переменных могут быть проинтегрированы:

$$\tilde{\gamma}_n = \mathrm{Re}\left[i\omega_n\left(\vec{\bar{v}}\mathcal{E}_n\right)e^{i\psi_n}/\omega_n - k_n\vec{\bar{v}}\right];$$

$$\tilde{P} = \sum_n \mathrm{Re}\left\{ie^{i\psi_n}\left[\mathcal{E}_n + k_n(\vec{\bar{v}}\mathcal{E}_n)/\omega_n\right]\right\}.$$

Уравнения для медленных переменных приобретут следующий вид:

$$\dot{\bar{\vec{P}}} = \sum_{m,n} k_n\frac{1}{\gamma}\left[\mathrm{Re}\left(i\vec{\mathcal{E}}_m e^{i\psi_m}\right)\right]\left[\mathrm{Re}\left(\vec{\mathcal{E}}_n e^{i\psi_n}\right)\right];$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\gamma}\sum_{m,n}\mathrm{Re}(i\vec{\mathcal{E}}_m e^{i\psi_m})\omega_n\,\mathrm{Re}(\vec{\mathcal{E}}_n e^{i\psi_n}) =$$

$$= \sum_{m,n}\frac{1}{2\gamma}\omega_n \vec{\mathcal{E}}_n\vec{\mathcal{E}}_m\left[\cos\left(\psi_m + \psi_n + \pi/2\right) + \right. \tag{8}$$

$$\left. + \cos\left(\psi_m - \psi_n + \pi/2\right)\right]$$

Уравнения (8) эквивалентны уравнению нелинейного маятника (математического маятника), на который действует внешняя периодическая сила. Покажем это. Пусть среди тех волн, что действуют на частицу, имеются две волны (под номером 1 и 2), биения которых формируют комбинационную волну. Пусть фазовая скорость этой волны близка к средней скорости частицы. Обозначим разность фаз этих волн через θ: $\theta \equiv \psi_1 - \psi_2$. Для этой разности фаз можно получить следующее дифференциальное уравнение.

$$\frac{d\theta}{dt} = \vec{\chi}\vec{v} - \Omega = \Delta(\gamma), \tag{9}$$

где: $\chi \equiv k_1 - k_2$, $\Omega \equiv \omega_1 - \omega_2$.

При этом мы считаем что $\Omega / \chi \cong \nu$.

Уравнение (8) мы теперь можем переписать в виде:

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \frac{1}{\gamma}\varepsilon\Omega\cos\theta + F(\tau), \qquad (10)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_1 \varepsilon_2$, $F(\tau)$ – периодическая функция.

Будем считать, что начальная энергия частицы в точности соответствует черенковскому резонансу частицы с комбинационной волной. Это означает, что: $\Delta(\gamma_0) = 0$. Кроме того, учтем, что в результате взаимодействия волн с частицами энергия частицы изменилась мало. В этом случае расстройку можно разложить в ряд Тейлора:

$$\Delta = \Delta(\gamma_0) + \delta\gamma\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\gamma}\right)_{\gamma_0}.$$

Тогда уравнения (9) и (10) будут полностью замкнуты и примут следующий вид:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \delta\gamma\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\gamma}\right)_{\gamma_0};$$

$$\frac{d\delta\gamma}{d\tau} = \frac{\varepsilon\Omega}{\gamma_0}\cos\theta + F(\tau). \qquad (11)$$

Система уравнений (11) эквивалентна уравнению математического маятника, находящегося под воздействием внешней периодической силы $F(\tau)$:

$$\ddot{\theta} = \left(\frac{\partial\Delta}{\partial\gamma}\right)_{\gamma_0}\frac{\varepsilon\Omega}{\gamma_0}\cos\theta + F(\tau). \qquad (12)$$

Уравнение (12) правильно описывает динамику частиц при малых амплитудах действующих на них волн. И чем меньше амплитуды этих волн, тем точнее описываемая динамика.

ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ

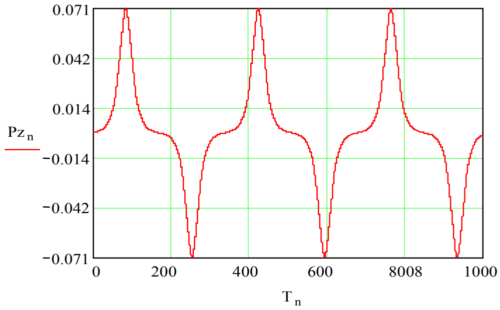
Нас интересует динамика как при малых, так и при больших напряженностях поля. Поэтому мы провели серию численных исследований исходной системы уравнений (4). Числено исследовалась динамика частиц в наиболее интересной конфигурации полей, которая представляет собой поле двух распространяющихся навстречу электромагнитных волн. Такая конфигурация как раз соответствует схеме ускорения ОЛСЭ. Основные результаты этих численных исследований заключаются в следующем:

– если амплитуды волн малы (ε_1 и ε_2 меньше 0.1), качественно динамика частиц соответствует динамике математического маятника;

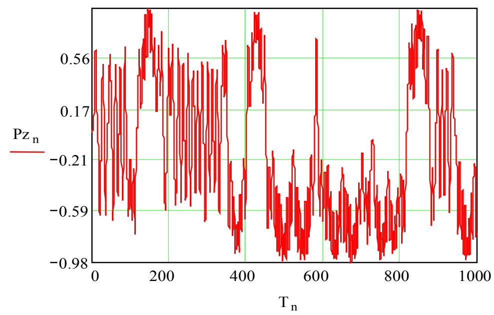
– когда амплитуды волн становятся большими 0.1, динамика некоторых частиц, а именно тех частиц, которые попадают в окрестность сепаратрисы математического маятника, становится хаотической. Причем, чем больше амплитуда волн, тем большее количество частиц ускоряемого сгустка включается в хаотическую динамику;

– только те частицы, которые оказываются в нулевых фазах комбинационной волны, не участвуют в хаотической динамике, они находятся в островке устойчивости, однако, с увеличением амплитуды таких частиц становится меньше.

Для иллюстрации сформулированного выше результата о возникновении хаотической динамики частиц в поле двух поперечных электромагнитных волн на Рис.1 представлена характерная зависимость продольного импульса частицы от времени.

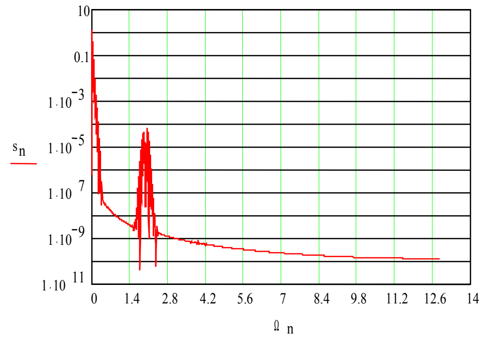


А

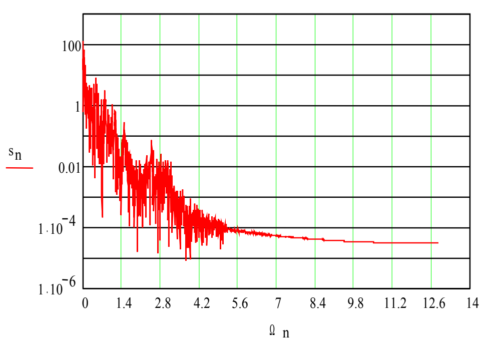


Б

Рис.1. Зависимости продольного импульса частицы от времени: А – $\varepsilon = 0.05$*; Б –* $\varepsilon = 0.5$



А



Б

Рис.2. Спектры движения частицы:
А – $\varepsilon = 0.05$; *Б* – $\varepsilon = 0.5$

Из этого рисунка видна нерегулярная динамика движения частицы. Эта же нерегулярность движения подтверждается статистическим анализом: спектры движения широкие, корреляционная функция быстро спадает, показатели Ляпунова положительны.

Полученные численные результаты находятся в хорошем качественном согласии с анализом динамики частиц на основе уравнения (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. Я.Б. Зельдович. Взаимодействие свободных электронов с электромагнитным излучением // *УФН*. 1975, т.115, вып.2, с.161-197.
2. А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Авторезонансное движение частицы в плоской электромагнитной волне // *ДАН СССР*. 1962, т.145, №6, с.1259-1261.
3. В.Я. Давыдовский. О возможности резонансного ускорения заряженных частиц электромагнитными волнами в постоянном магнитном поле // *ЖЭТФ*. 1962, т.43, с.886-888.
4. В.А. Балакирев, В.А. Буц, А.П. Толстолужский, Ю.А. Туркин. Хаотизация движения пучка сфазированных осцилляторов // *ЖЭТФ*. 1983, т.84, вып.4, с.1279.
5. В.А. Балакирев, В.А. Буц, А.П. Толстолужский, Ю.А. Туркин. Динамика движения заряженных частиц в поле двух электромагнитных волн // *ЖЭТФ*. 1989, т.95, вып.4, с.1231-1245.
6. В.А. Буц. Мазеры на циклотронном резонансе // *Успехи современной радиоэлектроники*. 2004, №8, с.13-34.
7. Б.М. Болотовский, А.В. Серов. Особенности движения частиц в электромагнитной волне // *УФН*. 2003, т.173, № 6, с.667-678.
8. В.А. Буц, А.В. Буц. Динамика заряженных частиц в поле интенсивной поперечной электромагнитной волны // *ЖЭТФ*. 1996, т.110, вып.3(9), с.818-831.
9. V.A. Buts. Peculiarities of particles and field dynamics at critical intensity of electromagnetic waves (part 1) // *Problems of Atomic Science and Technology*. 2005, №1, p.119-121.
10. Т. Маршалл. *Лазеры на свободных електронах*. М.: «Мир», 1987, с.289.
11. Н.Б. Баранов, М.О. Скалли, Б.Я. Зельдович. Ускорение заряженных частиц лазерными пучками // *ЖЭТФ*. 1994, т.105, вып.3, с.469–486.
12. М.В. Федоров. *Электрон в сильном световом поле*. М.: «Наука», 1991, с.224.
13. В.А. Буц, В.В. Огнивенко. Стохастическая неустойчивость движения частиц в лазерах на свободных электронах // *Письма в ЖЭТФ*. 1983, т.38, вып.9, с.434–436.

STOCHASTIC INSTABILITY OF MOTION OF PARTICLES IN SCHEMES OF THE INVERTED FREE ELECTRON LASER

V.A. Buts, V.V. Kuzmin

The results of analytical and numerical researches of the charged particles moving in a field of intensive electromagnetic waves are reported. It is shown, that the traditional scheme of acceleration type as the inverted free electron laser in such fields is not effective. At its realization stochastic instability of the accelerating particles arises. This instability results in disorder of the accelerating particles on energy and to destruction of the accelerated bunches.

СТОХАСТИЧНА НЕСТІЙКІСТЬ РУХУ ЧАСТОК У СХЕМАХ ОБЕРНЕНОГО ЛАЗЕРА НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ

В.А. Буц, В.В. Кузьмін

Викладені результати аналітичного та чисельного досліджень руху заряджених часток в полі інтенсивних електромагнітних хвиль. Показано, що традиційна схема прискорення типа оберненого лазера на вільних електронах у таких полях мало ефективна. При її реалізації виникає стохастична нестійкість прискорюваних часток. Ця нестійкість призводить до розкидання прискорених часток за енергіями та до руйнування прискорюваного згустку.