

МОНОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СГУСТКОВ В КИЛЬВАТЕРНОЙ ВОЛНЕ

С.В. Кузнецов

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

E-mail: shenau@rambler.ru

Исследуется процесс ускорения в кильватерной волне, возбуждаемой лазерным импульсом в плазменном канале, немонотонных электронных сгустков, инжектированных в окрестность максимума её потенциала со скоростью, меньшей фазовой скорости кильватерной волны. Показано, что существуют такие условия инжекции, при которых возникает явление группировки ускоряемых электронов сгустка в энергетическом пространстве, приводящее к минимизации разброса по энергии между ними.

ВВЕДЕНИЕ

Современная теория лазерно-плазменных методов ускорения электронов до энергий ~ 1 ГэВ и выше предполагает использовать для ускорения электронных сгустков кильватерные волны достаточно большой амплитуды [1]. Свойства таких кильватерных волн, генерируемых интенсивным лазерным импульсом в плазме или плазменном канале, значительно отличаются от свойств линейной кильватерной волны в однородной плазме. В частности, с увеличением амплитуды кильватерной волны, а также в случае генерации кильватерной волны в волноводной структуре, значительно увеличивается, по сравнению с линейной кильватерной волной в однородной плазме, область перекрытия её фокусирующей и ускоряющей фаз [2]. Это позволяет увеличить перепад потенциала в кильватерной волне, который может быть использован для ускорения электронов и, следовательно, ускорить их до большей энергии.

С другой стороны, ранее было показано [3, 4], что при инжекции электронного сгустка со скоростью, меньшей фазовой скорости кильватерной волны, перед генерирующим её лазерным импульсом можно организовать захват электронов кильватерной волной с большим перекрытием областей фокусирующей и ускоряющей фаз таким образом, что в энергетическом пространстве траектории ускоряемых электронов сходятся в малую область. Это означает, что на некоторой длине ускорения электроны сгустка имеют малый разброс по энергии. Если при этом используется достаточно большой перепад потенциала для ускорения электронов, то относительный разброс по энергии между электронами сгустка может быть весьма малым, то есть ускоренный сгусток оказывается монотонным.

Монотонность сгустка высокоэнергетических электронов является одной из важнейших проблем при реализации процесса лазерно-плазменного ускорения. Для практических приложений степень монотонности сгустка после ускорения должна быть не более 1% по относительному разбросу по энергии между электронами, а для многих приложений должна составлять десятки доли процента [5, 6].

В настоящей работе рассматривается исследованный в работе [3] механизм группировки электронов в энергетическом пространстве в приложении к другой схеме ввода электронов в ускоряющее кильватерное поле. А именно электроны инжектируются непосредственно в кильватерную волну в окрестность максимума её потенциала со скоростью, меньшей фазовой скорости кильватерной волны. Данная схема инжекции имеет преимущество перед схемой, изученной в работе [3], за счет сокращения длины стадии захвата и исключения воздействия на электроны полей лазерного импульса в процессе их захвата.

Целью работы является выяснение условий, при которых в этой схеме инжекции возможно в лазерно-плазменном ускорении получение сгустков высокоэнергетических электронов с минимальным разбросом по энергии между ними.

Для одномерного сгустка аналитически показывается, что в энергетическом пространстве траектории ускоряющихся электронов сгустка при определенных условиях инжекции сходятся на некоторой длине ускорения в очень малую область, так что энергии всех электронов сгустка становятся примерно одинаковыми. На этой оптимальной длине ускорения энергии электронов сгустка слабо зависят от флуктуаций в начальных условиях инжекции как вследствие разброса по координате инжекции, так и по энергии инжекции. При надлежащем выборе условий инжекции это явление может обеспечить высокую монотонность сгустка при большой средней энергии ускоренных электронов. Посредством численного моделирования показано, что такой же эффект в аналогичных условиях проявляется и при ускорении электронных сгустков конечных поперечных размеров.

Следует заметить, что вопросы генерации кильватерных волн нужного типа, то есть с большим перекрытием областей фокусирующей и ускоряющей фаз, в данной работе не обсуждаются, кильватерная волна считается стационарной и все её характеристики считаются заранее известными.

1. ЗАХВАТ КИЛЬВАТЕРНЫМ ПОЛЕМ ЕДИНИЧНОГО ЭЛЕКТРОНА

Аналитическое исследование процесса захвата и ускорения сгустка электронов в нелинейной кильватерной волне, распространяющейся вдоль оси OZ будем проводить в одномерной постановке. Такой подход можно использовать для электронов инжектируемых сгустков радиуса R_{b0} много меньшего в сравнении с характерным поперечным размером кильватерного поля R_p . Для приосевых электронов ($R_{b0} \ll R_p$) потенциал нелинейной кильватерной волны φ в лабораторной системе координат зависит только от сопутствующей переменной в продольном направлении $\xi = k_p(z - V_{ph}t)$, где k_p – волновой вектор кильватерной волны; V_{ph} – её фазовая скорость. Отметим, что фазовая скорость волны близка к скорости света ($V_{ph} \approx c$), как это имеет место для кильватерного поля, возбуждаемого лазерным импульсом в разреженной плазме.

Одномерные уравнения движения электрона сгустка имеют вид:

$$\frac{dp_z}{d\tau} = F_z(\xi, \rho) = \frac{|e|\hbar}{mc^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, \quad (1)$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{p_z}{\sqrt{1 + p_z^2 + p_r^2}} - \beta, \quad (2)$$

где p_z – нормированный на mc импульс электрона сгустка; $\tau = \omega_p t$; электронная плазменная частота

$\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m}$ определяется по фоновой плотности плазмы n_0 ; $k_p = \omega_p / c$; $\beta = V_{ph} / c$ – безразмерная фазовая скорость кильватерной волны. Сила $F_z(\xi, \rho)$, действующая на электрон, выражена через потенциал кильватерного поля φ . В уравнении (1) влиянием собственного заряда сгустка на процесс его ускорения пренебрегается, что для не слишком узких сгустков с характерным поперечным размером $10^{-4} < k_p R_{b0}$ оправдано при выполнении условия [7]:

$$N_e \ll n_0 (c/\omega_p)^3 = 4 \times 10^6 \lambda_p [\text{мкм}], \quad (3)$$

где N_e – число электронов в сгустке; λ_p – длина волны плазменных колебаний. Условие (3) означает, что поля, вызываемые зарядом сгустка, значительно меньше кильватерного поля, в котором происходит ускорение электронов.

Влиянием полей лазерного импульса на медленное (низкочастотное) движение электронов также пренебрегается, так как в системе координат, связанной с волной, при условии $a_0 \leq 1$ пондеромоторный потенциал от лазерного поля $\sim a_0^2$ мал в сравнении с потенциалом кильватерного поля $\sim \gamma_{ph} \varphi$, где $\gamma_{ph} = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ – гамма-фактор, определяемый

фазовой скоростью кильватерной волны. Здесь обозначено: $a_0 = |e|E_{L,0}/mc\omega$; $E_{L,0}$ – амплитуда высокочастотного лазерного импульса в максимуме; ω – его частота.

Будем считать, что в стационарную кильватерную волну, распространяющуюся без изменения своей формы, в момент времени t_{inj} инжектируется релятивистский немонотонноэнергетический сгусток электронов таким образом, что середина сгустка оказывается в точке пространства $z_{c,inj}$, где потенциал кильватерной волны в данный момент времени максимален $\varphi(z_{c,inj}, t_{inj}) = \varphi(\xi_m) = \varphi_{max}$. Направление инжекции сгустка совпадает с направлением фазовой скорости кильватерной волны V_{ph} , причем энергия инжекции $E_{inj} \ll E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$.

Стационарность кильватерного поля в системе координат, связанной с волной (то есть в сопутствующей системе координат, движущейся со скоростью V_{ph} вдоль оси OZ), позволяет написать для произвольного электрона сгустка закон сохранения энергии:

$$E' - |e|\varphi'(\xi) = E'_{inj} - |e|\varphi'(\xi_{inj}), \quad (4)$$

где штрихи здесь и далее означают, что эти величины взяты в волновой системе отсчета, ξ_{inj} – фаза инжекции электрона в кильватерный потенциал. Используя затем соотношение (4), можно в квадратурах записать выражение для траектории электрона сгустка:

$$\gamma_{ph}^{-2} c k_p (t - t_{inj}) - \beta(\xi - \xi_{inj}) = \int_{\xi_{inj}}^{\xi} \frac{\text{sign}(u'_z) d\eta}{\sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{\gamma_{ph}^2 [(E_{inj} - \beta \sqrt{E_{inj}^2 - m^2 c^4}) + |e|(\varphi(\eta) - \varphi(\xi_{inj}))]^2}}}. \quad (5)$$

Соотношения (4), (5) в неявной форме определяют траектории $\xi(t, t_{inj}, \xi_{inj}, E_{inj})$, $E(t, t_{inj}, \xi_{inj}, E_{inj})$ каждого электрона сгустка в физическом и энергетическом пространствах.

Далее будем следовать процедуре, изложенной в работах [8, 9], согласно которой наиболее важной для целей настоящего исследования является траектория движения так называемого центрального электрона сгустка, который в момент инжекции попадает точно в максимум потенциала кильватерного поля и имеет при этом энергию инжекции, равную средней энергии инжекции электронов сгустка. Траектория этого электрона и изменения всех его характеристик (энергии, импульса и т.п.) по траектории в зависимости от времени считаются известными, то есть должны быть определены численно или аналитически. Траектории всех других электронов сгустка считаются близкими к траектории центрального электрона в любой момент времени, то есть вариации координаты ξ и энергии E любого электрона сгустка относительно центрального элек-

трона являются малыми ($|\delta\xi_{inj}^x| = |k_p \delta z_{inj}| \ll 1$, $|\delta\xi^x| = |k_p \delta z| \ll 1$, $|\delta E_{inj}| \ll E_{inj}$, $|\delta E| \ll E$).

Разлагая по малым вариациям соотношения (4), (5), для любого электрона сгустка на той части его траектории, на которой его энергия достаточно велика $E \gg E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$, можно найти между вариациями его начальных условий инжекции по энергии и координате и отклонением его энергии от энергии центрального электрона связь в следующем виде:

$$\delta E' \cong \left(1 - \frac{d\varphi}{d\xi} \left(\frac{d\varphi}{d\xi_{tr}} \right)^{-1} \right) \delta H. \quad (6)$$

Выражение (6) получено в линейном приближении по $\delta\xi_{inj}^x$ и $\delta H = \delta E'_{inj} - \gamma_{ph} |e| 0.5 \times d^2\varphi / d\xi_m^2 \times \delta\xi_{inj}^2$ при выполнении условий $E_{inj} \ll \gamma_{ph} mc^2$, $E \gg E_{res} = \gamma_{ph} mc^2$ и с удержанием главных значимых слагаемых (вклад от линейного слагаемого, пропорционального $\delta\xi_{inj}^x$, мал и может быть опущен). Соотношение (6) показывает, как изменяется разброс по энергии между электронами сгустка в процессе их ускорения в кильватерном поле. Разброс по энергии между ускоряющимися электронами исчезает в линейном приближении по δH , если на траектории центрального электрона существует такая точка ξ_f , в которой выполняется

$$\frac{d\varphi}{d\xi_f} = \frac{d\varphi}{d\xi_{tr}}. \quad (7)$$

Условие (7) означает, что на некоторой длине ускорения электроны сгустка группируются в малую область энергетического пространства. Из структуры кильватерного поля следует, что условие (7) может выполняться только в том случае, когда захват электронов инжектированного сгустка происходит в той области кильватерного потенциала, в которой $d^2\varphi / d\xi_{tr}^2 > 0$. Поскольку область захвата электронов также должна находиться в фокусирующей области кильватерного поля, то используемая для ускорения кильватерная волна должна обладать большим перекрытием фокусирующей и ускоряющей областей по сравнению с линейной кильватерной волной.

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для демонстрации в численном моделировании эффекта группировки электронов сгустка в процессе их ускорения было использовано кильватерное поле, генерируемое в плазменном канале лазерным импульсом CO₂ лазера мощностью ~ 80 ТВт длительностью 1,32 пс с радиусом пятна фокусировки $r_L = 900$ мкм [9]. Резонансная плотность электронов плазмы на оси канала равна при этом $n_0 = n(r=0) \approx 10^{15} \text{ м}^{-3}$, а радиус согласованного канала $R_{ch} \approx 2,4$ мм, что соответствует следующим значениям безразмерных параметров: $k_p r_L = 5,35$; $k_p R_{ch} = 14,3$; $a_0 = 0,71$. Потенциал генерируемой кильватерной волны в максимуме имеет значение

$|e|\varphi(\xi_m) / mc^2 \approx 0,259$; гамма-фактор, определяемый фазовой скоростью кильватерной волны, равен $\gamma_{ph} = 1 / \sqrt{1 - \beta^2} = 100$.

Электроны сгустка инжектируются в кильватерную волну со средней энергией $E_{inj} = 1,65 mc^2 \approx 0,843$ МэВ и захватываются в окрестности точки ξ_{tr} , в которой $\frac{|e|\varphi(\xi_{tr})}{mc^2} = -0,0686$;

$\frac{|e|}{mc^2} \frac{d\varphi(\xi_{tr})}{d\xi} = 0,217$, и сохраняются фокусирующие свойства кильватерного поля. На Рис. 1 показаны отклонения энергии электронов в сгустке от средней энергии $\langle E \rangle$ для некоторых исходно различающихся между собой условиями инжекции (координатой инжекции $\delta\xi_{inj}^x$ и энергией инжекции δE_{inj}).

электрон сгустка в зависимости от нормированной длины ускорения L_{acc} / L_{ph} , где $L_{ph} = 2\pi\gamma_{ph}^2 k_p^{-1}$. Траектория, помеченная кружками, соответствует центральному электрону. Из Рис. 1 видно, что на некоторой длине ускорения траектории всех электронов сгустка одновременно сходятся в малую область энергетического пространства, то есть как бы «фокусируются» в тот момент, когда центральный электрон на своей траектории достигает точки «фокусировки» ξ_f и выполняется условие (7). В дальнейшем траектории электронов снова расходятся.

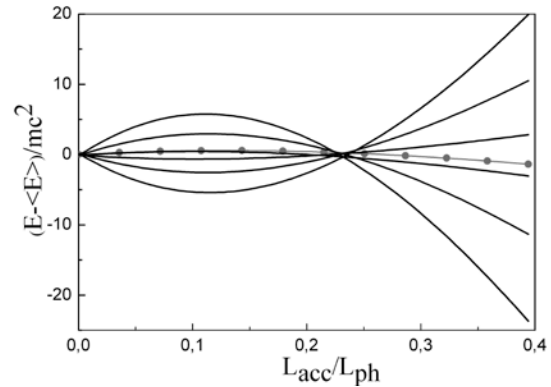


Рис. 1. Траектории в энергетическом пространстве некоторых электронов сгустка при различных вариациях их координаты $\delta\xi_{inj}^x$ и импульса $\delta p_{z,inj}$ от носителя центрального электрона в момент инжекции

Исследуем посредством численного моделирования влияние энергии инжекции на параметры сгустка ускоренных электронов в точке «фокусировки», когда разброс по энергии между электронами сгустка минимален. С целью снижения требований к инжектору рассмотрим ситуацию, когда в кильватерную волну инжектируется сгусток, размеры которого как в продольном, так и поперечном направлениях значительно превосходят соответствующие пространственные размеры кильватерного поля. Как известно [10], в таком случае захватываются кильватерным полем только те инжектируе-

мые электроны, которые приобретают в продольном направлении скорость, равную фазовой скорости волны, прежде, чем они окажутся в дефокусирующей области кильватерного поля. Происходит как бы «вырезание» кильватерным полем из инжектируемого сгустка части его электронов, из которых формируется в области захвата электронный сгусток для последующего ускорения. Размеры инжектируемого сгустка следующие: длительность сгустка (FWHM) 6620 фс, характерный поперечный размер $\sigma_{r,inj} = 662$ мкм при характерных пространственных размерах кильватерного потенциала $\lambda_p = 1060$ мкм, $R_p \approx 500$ мкм. Электроны распределены согласно нормальному распределению в продольном и поперечном направлениях, а также по энергии с относительным разбросом 1%.

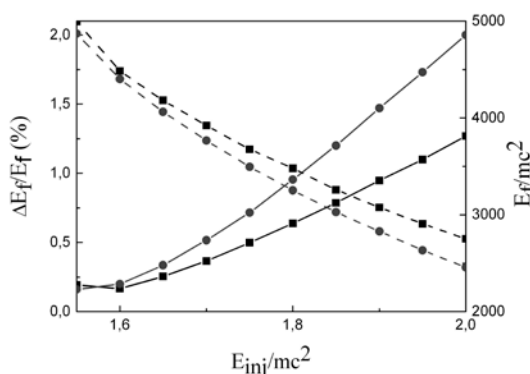


Рис. 2. Изменение в зависимости от энергии инжекции энергетических характеристик сгустков ускоренных электронов

На Рис. 2 сплошной линией, помеченной квадратами, показано изменение в зависимости от энергии инжекции относительного разброса по энергии в сгустке ускоренных электронов в точке «фокусировки» их траекторий в энергетическом пространстве. Пунктирная линия, помеченная квадратами, показывает изменение средней энергии электронов сгустка. Из Рис. 2 видно, что с увеличением энергии инжекции средняя энергия электронов сгустка уменьшается, а относительный разброс увеличивается. Связано это с тем, что увеличение энергии инжекции электронов приводит к сближению точек ξ_{ir} и ξ_f , что означает уменьшение перепада кильватерного потенциала, на котором электроны ускоряются. Поэтому для получения наиболее моноэнергетических сгустков предпочтительнее инжектировать электроны с меньшей энергией инжекции, при которой получают сгустки ускоренных электронов с относительным разбросом по энергии в десятые доли процента. Величина минимально возможной энергии инжекции определяется структурой кильватерного потенциала и фокусирующей областью в нем, которая ограничивает возможное положение в кильватерном потенциале области захвата электронов.

На Рис. 3 сплошной линией, помеченной квадратами, показан характерный радиус сгустка в зависимости от энергии инжекции электронов. Пунктирная линия, помеченная квадратами, показывает его нор-

мализованный поперечный эмиттанс. Из Рис. 3 видно, что с увеличением энергии инжекции увеличивается радиус сгустка, что приводит к очень большим значениям поперечного эмиттанса.

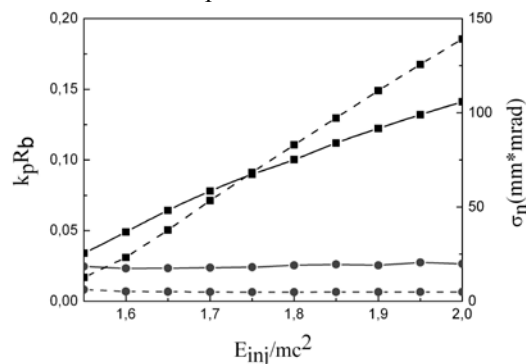


Рис. 3. Изменение в зависимости от энергии инжекции поперечного размера и эмиттанса сгустков ускоренных электронов

Возможность уменьшения поперечного эмиттанса сгустка захваченных и ускоренных электронов заключается в том, чтобы для инжекции использовать сгустки инжектируемых электронов с достаточно малым поперечным сечением. На Рис. 2 и 3 показаны расчеты для инжектируемого электронного сгустка по-прежнему большой длины (FWHM) (6620 фс), но малого поперечного размера ($\sigma_{r,inj} = 25$ мкм). Соответствующие этим расчетам графики помечены кружками. Из них следует, что в этом случае при практически тех же энергетических характеристиках сгустков захваченных и ускоренных электронов их поперечный эмиттанс уменьшился до ~5 мм·мрад.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование позволяет предложить способ моноэнергетического лазерно-плазменного ускорения сгустков электронов. Найдены такие условия инжекции немоноэнергетического сгустка электронов в кильватерную волну, при которых на определенной длине ускорения и при достаточно больших значениях энергии ускоренных электронов имеется минимум в разбросе по энергии между ними. Минимизация энергетического разброса между электронами ускоряющегося сгустка достигается за счет того, что в энергетическом пространстве траектории электронов сходятся, то есть как бы фокусируются в его малую область. Важным результатом является то, что эффект энергетической «фокусировки» способен подавлять как разброс по энергии между электронами в сгустке, связанный с его первоначальной длиной, так и вызываемый его исходной немоноэнергетичностью. Посредством численного моделирования показано, что эффект «фокусировки» траекторий электронов в энергетическом пространстве наблюдается и в случае инжекции в кильватерную волну сгустков электронов, имеющих характерные размеры, превышающие размеры кильватерного поля. За счет этого явления возможно получение сгустков электронов, ускоренных до энергий в несколько гигаэлектрон-

вольт с относительным разбросом по энергии порядка десятой доли процента.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. E. Esarey, C.B. Schroeder, W.P. Leemans, et al. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators // *Rev. Mod. Phys.* 2009, v. 81, p. 1229-1285.
2. N.E. Andreev, E.V. Chizhonkov, A.A. Frolov, et al. On laser wakefield acceleration in plasma channels // *Nucl. Instr. Methods Phys. Research.* 1998, v. A410, p. 469-476.
3. С.В. Кузнецов. Ускорение электронного сгустка, инжектируемого перед лазерным импульсом, генерирующим ускоряющую кильватерную волну // *Физика плазмы.* 2011, т. 37, №3, с. 242-256.
4. С.В. Кузнецов. Лазерно-плазменное ускорение сгустка электронов, инжектируемых перед лазерным импульсом, генерирующим кильватерную волну // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Ядерно-физические исследования» (79).* 2012, №3, с. 150-154.
5. T. Katsouleas. Progress on plasma accelerators: from the energy frontier to tabletops // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2004, v. 46, p. B575–B582.
6. D.A. Jaroszynski, R. Bingham, E. Brunetti, et al. Radiation sources based on laser-plasma interactions // *Phil. Trans. R. Soc. A.* 2006, v. 364, p. 689-710.
7. T. Katsouleas, S. Wilks, P. Chen, et al. Beam loading in plasma accelerators // *Particle Acceleration.* 1987, v. 22, p. 81-99.
8. С.В. Кузнецов. Ускорение немоноэнергетических электронных сгустков, инжектированных в кильватерную волну // *ЖЭТФ.* 2012, т. 142, с. 190-204.
9. С.В. Кузнецов. Ускорение электронных сгустков, инжектированных в кильватерную волну // *Физика плазмы.* 2012, т. 38, с. 134-144.
10. L.M. Gorbunov, S.Yu. Kalmykov, P. Mora. Laser wakefield acceleration by petawatt ultrashort laser pulses // *Phys. Plasmas.* 2005, v. 12, p. 033101.

Статья поступила в редакцию 02.09.2013

MONOENERGETIC ACCELERATION OF AN ELECTRON BUNCHES IN A WAKE WAVE

S.V. Kuznetsov

The acceleration of nonmonoenergetic electron bunches in a wakefield wave excited by a laser pulse in a plasma channel is studied. The electrons are injected into the vicinity of the maximum of the wakefield potential with a velocity lower than the wave phase velocity. It is shown that there are conditions for injection of a nonmonoenergetic bunch into a wake wave at which the grouping of bunch electrons in the energy space emerges in the course of acceleration and the energy spread of a high energy electron bunch reaches its minimum value.

МОНОЕНЕРГЕТИЧНЕ ПРИСКОРЕННЯ ЕЛЕКТРОННИХ ЗГУСТКІВ У КІЛЬВАТЕРНОЇ ХВИЛІ

С.В. Кузнецов

Досліджується процес прискорення в кильватерній хвилі, що збуджується лазерним імпульсом у плазмовому каналі, немоноенергетичних електронних згустків, інжектованих поблизу максимуму її потенціалу зі швидкістю, меншою фазової швидкості кильватерної хвилі. Показано, що існують такі умови інжекції, при яких виникає явище групування прискорених електронів згустка в енергетичному просторі, що призводить до мінімізації розкиду за енергією між ними.