

УДК 534.232

АНАЛИЗ ДАВЛЕНИЯ В ПРОТИВОТОЧНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЕ

А. Ф. НАЗАРЕНКО*, А. А. НАЗАРЕНКО**, Т. М. СЛИОЗБЕРГ*

*Одесский национальный политехнический университет

**Одесская национальная академия связи им. А. С. Попова

Получено 28.02.2011

Математическая модель противоточной гидродинамической излучающей системы со звукообразующим элементом кавитационной природы содержит три базовых параметра, которые определяются с использованием экспериментальных данных. Один из них – среднее за период колебаний основного тона давление в звукообразующем элементе системы. Эту величину следует найти аналитически из модели, которая впоследствии корректируется на основании экспериментальных данных.

Математична модель протиточною гідродинамічною випромінюючою системою із звукоутворюючим елементом кавітаційної природи містить три базові параметри, які визначаються з використанням експериментальних даних. Один з них – середній за період коливань основного тону тиск у звукоутворюючому елементі системи. Цю величину слід визначити аналітично з моделі, яка в подальшому коригується на основі експериментальних даних.

A mathematical model of a counter-flow hydrodynamic radiating system with a sound-generation element of cavitation nature comprises three basic parameters defined using the experimental data. One of them is the average pressure in the system's sound-generation element defined over the period of oscillations. This value should be analytically determined from the model that is corrected in what follows on the base of the experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

Гидродинамические излучающие системы со звукообразующим элементом кавитационной природы служат источниками акустических колебаний в устройствах самого разного назначения, а сложные физические явления в них представляют научный интерес. Механизм гидродинамического излучателя звука и соответствующая математическая модель описаны в работах [1–3]. При ее разработке были введены три параметра, связанные с процессами в звукообразующем элементе. Для их оценки приходится использовать экспериментальные данные. Изначально экспериментальные исследования заключались в измерении частот генерируемых колебаний при разных скоростях истечения рабочей жидкости. Эти данные позволяют выделить области, соответствующие рабочим режимам излучателя. Для определения же более точных значений указанных параметров необходимы добавочные эксперименты.

В качестве контрольной величины было выбрано среднее на протяжении периода колебаний давление в области локализации звукообразующего элемента. Однако эта величина может быть использована для вычисления модельных параметров только после аналитического определения ее из модели. Такому выводу и посвящена данная работа.

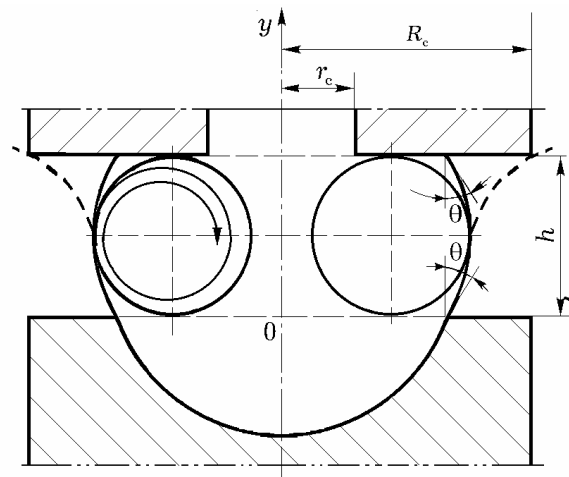


Рис. 1. Схема звукообразующего элемента

1. МЕХАНИЗМ ЗВУКООБРАЗОВАНИЯ ПРОТИВОТОЧНОЙ СИСТЕМЫ И СХЕМА ЕЕ ЗВУКООБРАЗУЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА

Противоточная гидродинамическая излучающая система представляет коаксиально расположенные сопло с внутренним радиусом r_c и внешним R_c , а также вогнутый отражатель параболической формы, удаленные друг от друга на расстоянии R_c (рис. 1). Система погружена в жидкость с плотностью ρ и гидростатическим давлением P_0 .

Вытекающая из сопла со скоростью v_0 жидкость стекает с отражателя под углом θ к оси системы, определяемым параметрами параболоида. Притягиваясь к центральной струе вследствие эффекта Бернулли, она искривляется и натекает на торец сопла. Эта полая струя бочкообразной формы отсекает от окружающей жидкости область между торцами сопла и отражателя, являющуюся звукообразующим элементом излучающей системы. Натекающая на торец сопла струя раздваивается и часть ее расхода попадает внутрь уединенной области, порождая кавитацию и тороидальный вихрь, развивающийся по мере накачки жидкости. Этот процесс сопровождается расширением бочкообразного объема под действием повышающегося внутри него давления $p(t)$ до тех пор, пока ограничивающая объем струя на уровне торца сопла не достигнет его наружной кромки. При этом происходит резкий (взрывообразный) выброс содержимого полости наружу, являющийся источником импульса давления в окружающей жидкости. Регулярно повторяющиеся выбросы генерируют акустические колебания, основная частота f которых и определяется периодичностью выбросов.

2. ДАВЛЕНИЕ ВНУТРИ ОБЛАСТИ МЕЖДУ ТОРЦАМИ СОПЛА И ОТРАЖАТЕЛЯ

Из статьи [3] можно получить уравнение для скорости изменения давления p внутри полости:

$$\frac{dp}{dt} = \rho \langle v_2 \rangle^3 \langle \Delta_2 \rangle \frac{\Gamma}{h^2} \alpha(h) \sin \omega t + \rho \langle v_2 \rangle^3 \langle \Delta_2 \rangle L. \quad (1)$$

Здесь $\langle \Delta_2 \rangle$, $\langle v_2 \rangle$ – усредненные вдоль образующей бочкообразной струи ее толщина и скорость жидкости в ней; $\alpha(h)$ и $\omega = 2\pi f$ – угловая амплитуда колебаний струи на торце сопла и циклическая их частота. Помимо геометрических и динамических величин, выражения для Γ и L [3] содержат также модельные параметры ν , ξ , χ . Индекс “2” в формуле относится к бочкообразной струе.

Если давление внутри полости $p(t)$ представить в виде двух слагаемых – гармонически изменяющегося $p'(t)$, и непериодического $p''(t)$, то на основании уравнения (1) дифференциальные уравнения для них запишутся в виде

$$dp' = \rho \langle v_2 \rangle^3 \langle \Delta_2 \rangle \frac{\Gamma}{h^2} \alpha(h) \sin \omega t dt, \quad (2)$$

$$dp'' = \rho \langle v_2 \rangle^3 \langle \Delta_2 \rangle L dt. \quad (3)$$

Началом периода колебаний полагаем момент непосредственно после достижения между торцами сопла и отражателя минимального давления,

которое наступает после предыдущего взрыва. В первой четверти периода ($(0 \leq t \leq T/4)$) происходит формирование отраженной струей бочкообразного объема. После его завершения пограничная струя начинает отклоняться от оси системы, причем угол отклонения изменяется со временем по закону [3]

$$\alpha(h, t) = -\theta - \alpha(h) \sin \omega t.$$

Начавшаяся в момент замыкания этого объема накачка в него жидкости продолжается до тех пор, пока ограничивающая объем струя, расширяясь, не достигает кромки сопла. После этого замкнутость нарушается и содержимое объема выбрасывается в окружающую жидкость (рис. 1, штриховая линия). Это происходит в момент времени t_1 , когда угол отклонения пограничной струи от ее равновесного положения $\alpha(h, t_1) + \theta$ достигнет предельного значения α^* , которое для рассматриваемого излучателя ($r_c = 1.75$ мм, $R_c = 6$ мм, $\theta = 41.3^\circ$) при $h = 3.65$ мм составляет $\sim 86^\circ$. От момента взрыва

$$t_1 = \frac{T}{2} \left[1 + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\alpha^*}{\alpha(h)} \right]$$

до конца периода ($t_1 \leq t \leq T$) давление в области между соплом и отражателем уменьшается, достигая своего минимума.

Давление $p(t)$ внутри замкнутой полости рассчитывается на протяжении времени ее существования $T/4 \leq t \leq t_1$. Поскольку эти колебания совершаются относительно давления P_0 в окружающей жидкости, это равновесное значение достигается через промежуток времени после начала периода колебаний, равный его четверти:

$$p\left(\frac{T}{4}\right) = p'\left(\frac{T}{4}\right) + p''\left(\frac{T}{4}\right) = P_0.$$

С учетом этого выбираются начальные условия для уравнения (2):

$$p'\left(\frac{T}{4}\right) = P_0 \quad (4)$$

и для уравнения (3):

$$p''\left(\frac{T}{4}\right) = 0. \quad (5)$$

Естественно считать, что в выражении для давления гармоническое слагаемое присутствует на

¹Первоначально, как и в прямоточной системе [4], полагалось, что выброс происходит в середине периода.

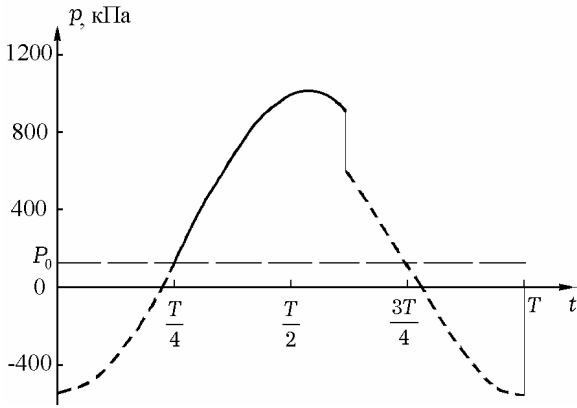


Рис. 2. Давление в звукообразующем элементе на протяжении периода (сплошной линией обозначено давление в замкнутой полости)

протяжении всего периода, а равномерно меняющееся, источником которого является накачка жидкости в замкнутую полость – только во время ее существования:

$$p(t) = \begin{cases} p'(t), & 0 \leq t \leq T/4, \quad t_1 \leq t \leq T, \\ p'(t) + p''(t), & T/4 \leq t \leq t_1. \end{cases}$$

Решая уравнение (2) с начальным условием (4) и уравнение (3) с начальным условием (5), получаем следующую временную зависимость давления в области между торцами сопла и отражателя на протяжении периода:

$$p(t) = \begin{cases} p_1(t), & 0 \leq t \leq T/4, \quad t_1 \leq t \leq T, \\ p_2(t), & T/4 \leq t \leq t_1, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$p_1(t) = P_0 - p^0 \cos \omega t, \quad (7)$$

$$p_2(t) = P_0 - p^0 \cos \omega t + \rho \langle v_2 \rangle^3 \langle \Delta_2 \rangle L \left(t - \frac{T}{4} \right). \quad (8)$$

Здесь

$$p^0 = \frac{\rho}{\omega} \langle v_2 \rangle^3 \langle \Delta_2 \rangle \frac{\Gamma}{h^2} \alpha(h)$$

играет роль амплитуды колебания давления $p(t)$.

Выброс содержимого полости в момент взрыва сопровождается резким уменьшением давления в области между торцами сопла и отражателя и, как следствие, нарушением непрерывности функции $p(t)$, рис. 2.

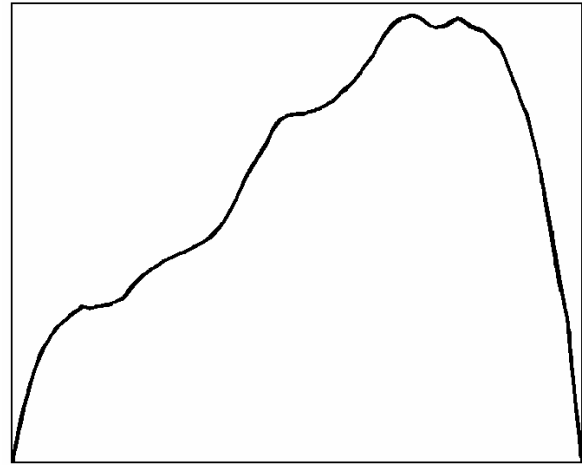


Рис. 3. Огибающая осциллограммы сигнала, генерируемого излучателем

3. УСРЕДНЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В ЗВУКООБРАЗУЮЩЕМ ЭЛЕМЕНТЕ

При усреднении функции $p(t)$ периодическое слагаемое усреднялось по времени $0 \leq t \leq T$, а непериодическое по времени $T/4 \leq t \leq t_1$:

$$\langle p \rangle = P_0 + \frac{\rho}{2f} \langle v_2 \rangle^3 \langle \Delta_2 \rangle L \times \left[\left(\frac{t_1}{T} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{t_1}{T} + \frac{1}{16} \right]. \quad (9)$$

Таким образом, в рамках модели получено выражение для усредненного на протяжении периода колебаний давления в области между торцами сопла и отражателя. В эксперименте эта величина измерялась с помощью капилляра, один конец которого помещался в исследуемую зону, а второй соединялся с манометром.

Оказалось, что модельный расчет показывает, что среднее давление в области между соплом и отражателем должно превышать давление в окружающей среде P_0 . В то же время, эксперимент показывает разрежение в этой области – $\langle p \rangle_{\text{эксп}} < P_0$. Причина этого расхождения, по-видимому, заключается в том, что выбранная в качестве периодической составляющей давления косинусоидальная функция (формулы (6)–(8)) – идеализирована и недостаточно точно отражает реальную картину релаксационных колебаний. Это зафиксировано на осциллограмме, огибающая которой показана на рис. 3.

Отметим, что во всех предыдущих случаях предположение о гармоничности периодической

составляющей приводило к удовлетворительному согласию с экспериментом. В случае же вычисления среднего давления в месте локализации звукообразующего элемента приходится вносить коррективы, исходя из реальной осциллограммы.

В функции $p(t)$ (формулы (6)–(8)) гармоническая составляющая присутствует на протяжении всего периода колебаний T , и ее усреднение на этом промежутке времени дает нуль. При обработке же реальной осциллограммы получается отрицательная величина $-\delta p^0/(2\pi)$, где $\delta = 1.653$. В результате полученной корректировки формулу (9) заменим уточненной:

$$\langle p \rangle_{\text{расч}} = P_0 - \frac{\rho}{2f} \langle v_2 \rangle^3 \langle \Delta_2 \rangle \times \\ \times \left\{ \frac{\delta}{2\pi^2} \frac{\Gamma}{h^2} \alpha(h) - L \left[\left(\frac{t_1}{T} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{t_1}{T} \right) + \frac{1}{16} \right] \right\}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен анализ давления в звукообразующем элементе противоточной гидродинамической излучающей системы с точки зрения математической модели физических процессов, протекающих при генерации звуковых колебаний. Выражение для

усредненного значения давления подверглось корректировке с использованием осциллограммы реальных релаксационных колебаний. Это выражение в сочетании с экспериментальными данными о среднем давлении в области между торцами сопла и отражателя излучателя может быть использовано при вычислении модельных параметров, значения которых соответствуют рабочему режиму излучателя.

1. Назаренко А. Ф., Назаренко А. А., Слиозберг Т. М. О двух модификациях гидродинамической излучающей системы со звукообразующим элементом кавитационной природы // Сб. тр. XIX сес. РАО: Том 1.– М., 2007.– С. 92а–92в.
2. Назаренко А. Ф., Назаренко А. А., Слиозберг Т. М. О конфигурации звукообразующего элемента противоточной гидродинамической излучающей системы // Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень: Акустика і хвилі.– К.: Наук. думка, 2007.– С. 218–222.
3. Назаренко А. Ф., Слиозберг Т. М., Назаренко А. А. Модель противоточной гидродинамической излучающей системы со звукообразующим элементом кавитационной природы // Сб. тр. XX сес. РАО: Том 1.– М., 2008.– С. 33–37.
4. Назаренко А. Ф., Слиозберг Т. М., Назаренко А. А. Анализ давления в гидродинамической излучающей системе на протяжении периода колебаний // Сб. праць акуст. симпоз. КОНСОНАНАС-2003.– К.: Ін-т гідромех. НАНУ, 2003.– С. 151–158.