УДК 629.735.05:621.3(045)

В.В. УЛАНСКИЙ, И.А. МАЧАЛИН

СТРАТЕГИЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ ОДНОБЛОЧНОЙ СИСТЕМЫ АВИОНИКИ ПРИ НАЛИЧИИ ЯВНЫХ И СКРЫТЫХ ОТКАЗОВ

Abstract: *The mathematical models of a one-unit avionic system maintenance strategy are developed with taking into account the revealed and unrevealed failures and trustworthiness of multiple checking. The mathematical equations are obtained for calculating the mean time of finding a one-unit system in different exploitation states and its limits. The steady-state availability formula is determined for an arbitrary distribution of time to revealed and unrevealed failure and for the exponential distribution.*
Key words: *avionics systems, maintenance strategy, revealed and unrevealed failures, multiple checking.*

Анотація: *Розроблені математичні моделі стратегії технічного обслуговування одноблокової системи авіоники при наявності явних і прихованих відмов з урахуванням достовірності багаторазового контролю працездатності. Отримані вирази для розрахунку середнього часу знаходження одноблокової системи в різних станах процесу експлуатації і його межі. Визначений коефіцієнт готовності системи для довільного й експоненціального законів розподілу часу до явної і прихованої відмови.*
Ключові слова: *системи авіоніки, стратегії технічного обслуговування, явні та приховані відмови, багаторазовий контроль.*

Аннотация: *Разработаны математические модели стратегии технического обслуживания одноблочной системы авионики при наличии явных и скрытых отказов, учитывающие достоверность многократного контроля работоспособности. Получены выражения для расчета среднего времени нахождения одноблочной системы в различных состояниях процесса эксплуатации и его пределы. Определен коэффициент готовности системы для произвольного и экспоненциального законов распределения времени наработки до явного и скрытого отказа.*
Ключевые слова: *системы авионики, стратегии технического обслуживания, явные и скрытые отказы, многократный контроль.*

1. Введение

Постановка проблемы. Одной из важнейших проблем, стоящих перед авиакомпаниями, является разработка оптимальных программ технического обслуживания (ТО) эксплуатируемых воздушных судов (ВС). В настоящее время ВС гражданской авиации используют авионику, удовлетворяющую требованиям ARINC 700 [1]. Такими ВС являются В757, В767, В777, А320, А340, Ту204, Ил96 и др. Авионика этих ВС представляет собой набор резервированных и легкозаменяемых блоков, называемых обычно *Line replaceable units (LRUs)*. Каждый *LRU* представляет собой одноблочную систему, состоящую из нескольких модулей и имеющую встроенное средство контроля (ВСК). Модульная конструкция *LRUs* обеспечивает легкий доступ к цепям и компонентам для их тестирования и замены в случае отказов. Каждый *LRU* функционирует до безопасного отказа, который регистрируется в течение полета или в базовом аэропорту после приземления ВС. Забракованные *LRUs* заменяются в базовом аэропорту на запасные из обменного фонда. Поскольку все системы авионики являются резервированными, то отказ любого *LRU* не приводит к отказу соответствующей системы. Поэтому такая стратегия ТО называется стратегией обслуживания до безопасного отказа. Для оптимизации этой стратегии ТО необходимо построить математическую модель, учитывающую основные параметры процесса эксплуатации.

Анализ последних исследований и публикаций. Как показывает анализ опубликованных работ

[2–12], в большинстве из них рассматривается превентивное ТО, которое в отечественных источниках обычно называется планово-предупредительным. Однако превентивное ТО неэффективно для современных систем авионики, так как большинство из них имеет экспоненциальный закон распределения наработки до отказа [13]. В работах [6, 7, 9, 10, 14, 15] ТО включает контроль работоспособности (КР) одноблочной системы в дискретные моменты времени и замену на новую систему в случае отказа. Такая стратегия ТО действительно используется для современных систем авионики, в которых тестирование осуществляется посредством ВСК, а забракованные *LRUs* заменяются запасными из обменного фонда. Однако в работах [6, 7, 9, 10] математические модели не учитывают показателей достоверности многоразового КР, а в работах [14, 15] рассматриваются только скрытые отказы системы. Таким образом, целью статьи является разработка математической модели стратегии ТО с КР, позволяющей определить коэффициент готовности (КГ) и, в случае необходимости, другие показатели эффективности ТО одноблочных систем авионики при явных и скрытых отказах, учитывающие достоверность многоразового КР.

Постановка задачи и описание стратегии обслуживания. Рассмотрим случай, когда система авионики является одноблочной, т.е. включает в себя один *LRU*. Пусть в момент $t=0$ начинает функционировать система, наработка которой до скрытого отказа Ξ распределена по закону $F(\xi)$. Скрытый отказ системы можно обнаружить только по результатам КР. В системе может также возникнуть явный отказ. Функция распределения наработки до явного отказа R известна и равна $\Phi(\rho)$. При появлении явного отказа система отключается. Предполагается, что явные и скрытые отказы являются статистически независимыми.

Устанавливается следующий порядок восстановительных работ. Если при использовании по назначению в системе произошел явный отказ, то в случайный момент его возникновения начинается восстановление работоспособности системы. При этом время между моментом возникновения явного отказа и моментом посадки ВС исключается из рассмотрения, так как система отключена. Если при очередном КР обнаруживается скрытый отказ, то проводится восстановление работоспособности правильно забракованной системы. Наконец, если при КР принято ошибочное решение о признании неработоспособности системы, которая на самом деле является работоспособной ("ложный отказ"), то проводится “ложное” восстановление работоспособности системы.

Поскольку восстановление забракованной при КР системы проводится после посадки ВС в базовом аэропорту, то в пределах рассматриваемой модели такое восстановление будем называть плановым. Восстановление после явного отказа назовем внеплановым. Считается, что любой из видов восстановления полностью обновляет систему, и моменты окончания восстановительных работ являются моментами регенерации.

Рассмотрим наиболее общий случай, при котором КР планируется проводить в моменты $0<t_1<t_2<...<T_N<T$, если $T<\infty$ и в моменты $0<t_1<t_2<...$, если $T=\infty$.

Поскольку после восстановления система считается обновленной, то производится перепланирование моментов КР. Обозначим через ρ_j момент возникновения явного отказа у j-й системы. Пусть: $T < \infty$. Тогда, если $\rho_j + t_1 \geq T$, то в момент T следует провести восстановление системы. Если $\rho_j + t_k < T (k = 1,2,...; k \leq N)$, то при КР в момент $\rho_j + t_{k+1}$ принимаются следующие решения:

– допустить систему к использованию до проведения очередного КР в момент $\rho_j + t_{k+1}$, если она признана работоспособной, и $\rho_j + t_{k+1} < T$; в противном случае (если $\rho_j + t_{k+1} \geq T$) в момент T провести восстановление системы;

– восстановить систему, если она признана неработоспособной, и допустить ее к использованию. Очередной КР проводить в момент $\rho_j + t_{k+1} + t_1$, если $\rho_j + t_{k+1} + t_1 < T$, иначе (если $\rho_j + t_{k+1} + t_1 \geq T$) в момент T провести восстановление системы.

Если $T = \infty$, то при назначении очередного момента КР в описанной выше процедуре необходимо положить $T = \infty$.

Рассмотрим случайный процесс $L(t)$, характеризующий состояние системы в произвольный момент времени t. Из описания стратегии ТО следует, что в произвольный момент времени t система может находиться в одном из следующих состояний: E_1, если в момент t система используется по назначению и находится в работоспособном состоянии; E_2, если в момент t система используется по назначению и находится в неработоспособном состоянии (скрытый отказ); E_3, если в момент t система не используется по назначению и проводится КР; E_4, если в момент t проводится восстановление “ложно” забракованной системы; E_5, если в момент t проводится внеплановое восстановление отказавшей системы; E_6, если в момент t проводится восстановление правильно забракованной системы.

2. Коэффициент готовности

В качестве показателя эффективности стратегии ТО будем использовать коэффициент готовности (КГ). Обозначим: S_i – случайное время нахождения системы в состоянии $E_i\left(i = \overline{1,6}\right)$ за случайный цикл регенерации S_0; MS_i – среднее значение S_i за средний цикл регенерации MS_0. Поскольку $S_0 = \sum_{i=1}^{6} S_i$, то по теореме сложения математических ожиданий

$$MS_0 = \sum_{i=1}^{6} MS_i . \qquad (1)$$

Если известны значения MS_i, то можно определить КГ системы. Для нахождения КГ необходимо исключить из рассмотрения плановое ТО, в течение которого использование системы не предусматривается. Если плановым обслуживанием является КР, то

$$K_{\Gamma} = MS_1/(MS_0 - MS_3). \quad (2)$$

Таким образом, для определения КГ необходимо определить $\overline{MS_1\ ,\ MS_6}$.

3. Среднее время нахождения системы в различных состояниях

Введем в рассмотрение следующие показатели достоверности многоразового КР:

$P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{\nu-1}};t_\nu\middle|\xi\right) = P\left\{\bigcap_{i=1}^{\nu-1} \Xi_i^* > t_i \bigcap \Xi_\nu^* \le t_\nu \middle| \Xi = \xi\right\}$ – условная вероятность “ложного отказа”, определяемая как вероятность совместного наступления следующих событий: при КР в моменты $\overline{t_1,t_{\nu-1}}$ $\left(\nu = \overline{1,k}\right)$ система признавалась работоспособной, а при КР в момент t_ν была ложно забракована при условии, что $\Xi = \xi$ и $t_k < \xi \le t_{k+1}$, где Ξ_i^* – случайная оценка наработки системы до отказа при КР в момент t_i;

$P_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{k-1}};t_k\middle|\xi\right) = P\left\{\bigcap_{\nu=1}^{k} \Xi_\nu^* > t_\nu \middle| \Xi = \xi\right\}$ – условная вероятность события “система правильно признана работоспособной” при условии, что $\Xi = \xi$ и $t_k < \xi \le t_{k+1}$;

$P_{ПН}\left(\overline{t_1,t_{j-1}};t_j\middle|\xi\right) = P\left\{\bigcap_{i=1}^{j-1} \Xi_i^* > t_i \bigcap \Xi_j^* \le t_j \middle| \Xi = \xi\right\}$ – условная вероятность события “система правильно признана неработоспособной”, определяемая как вероятность наступления следующих событий: при КР в моменты $\overline{t_1,t_k}$ система правильно признавалась работоспособной; при КР в моменты $\overline{t_{k+1},t_{j-1}}$ система ошибочно признавалась работоспособной, а при КР в момент $t_j\left(j = \overline{k+1,N}\right)$ система была правильно признана неработоспособной при условии, что $t_k < \xi \le t_{k+1}$ и $\Xi = \xi$;

$P_{НО}\left(\overline{t_1,t_{N-1}};t_N\middle|\xi\right) = P\left\{\bigcap_{i=1}^{N} \Xi_i^* > t_i \middle| \Xi = \xi\right\}$ – условная вероятность “необнаруженного отказа”, представляющая собой вероятность того, что при КР в моменты $\overline{t_1,t_k}$ система правильно признавалась работоспособной, а при КР в моменты $\overline{t_{k+1},t_N}$ ошибочно работоспособной при условии, что $t_k < \xi \le t_{k+1}$ и $\Xi = \xi$.

Общие выражения для расчета условных вероятностей $P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{\nu-1}};t_\nu\middle|\xi\right)$, $P_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{k-1}};t_k\middle|\xi\right)$, $P_{ПН}\left(\overline{t_1,t_{j-1}};t_j\middle|\xi\right)$ и $P_{НО}\left(\overline{t_1,t_{N-1}};t_N\middle|\xi\right)$ приведены в работах [16, 17].

Следующее утверждение позволяет определить средние продолжительности $\overline{MS_1\ ,\ MS_6}$.

<u>Теорема.</u> Если $T < \infty$, то имеют место следующие формулы:

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_1

$$MS_1 = \sum_{k=0}^{N} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\{ \sum_{j=0}^{k-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \left\{ \sum_{\nu=1}^{j} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu \mid \vartheta\right) + uP_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{j-1}}; t_j \mid \vartheta\right) \right\} d\Phi(u) + \right.$$

$$+ \int_{t_k}^{\vartheta} \left\{ \sum_{\nu=1}^{k} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu \mid \vartheta\right) + uP_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{k-1}}; t_k \mid \vartheta\right) \right\} d\Phi(u) +$$

$$\left. + \left\{ \sum_{\nu=1}^{k} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu \mid \vartheta\right) + \vartheta P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{k-1}}; t_k \mid \vartheta\right) \right\} [1 - \Phi(\vartheta)] \right\} dF(\vartheta) +$$

$$+ \int_{T}^{\infty} \left\{ \sum_{j=0}^{N} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \left\{ \sum_{\nu=1}^{j} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu \mid \vartheta\right) + uP_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{j-1}}; t_j \mid \vartheta\right) \right\} d\Phi(u) + \right. \tag{3}$$

$$\left. + \left\{ \sum_{\nu=1}^{N} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu \mid \vartheta\right) + T \times P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{N-1}}; t_N | \vartheta\right) \right\} [1 - \Phi(T)] \right\} dF(\vartheta);$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_2

$$MS_2 = \sum_{k=0}^{N-1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\{ \int_{\vartheta}^{t_{k+1}} (u - \vartheta) P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{k-1}}; t_k | \vartheta\right) d\Phi(u) + \right.$$

$$+ \sum_{n=k+1}^{N} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left[\sum_{j=k+1}^{n} (t_j - \vartheta) P_{ПН}\left(\overline{t_1, t_{j-1}}; t_j | \vartheta\right) + (u - \vartheta) P_{НО}\left(\overline{t_1, t_{n-1}}; t_n | \vartheta\right) \right] d\Phi(u) + \tag{4}$$

$$\left. + \left[\sum_{j=k+1}^{N} (t_j - \vartheta) P_{ПН}\left(\overline{t_1, t_{j-1}}; t_j | \vartheta\right) + (T - \vartheta) P_{НО}\left(\overline{t_1, t_{N-1}}; t_N | \vartheta\right) \right] [1 - \Phi(T)] \right\} dF(\vartheta) +$$

$$+ \int_{t_N}^{T} \left\{ \int_{\vartheta}^{T} (u - \vartheta) P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{N-1}}; t_N | \vartheta\right) d\Phi(u) + (T - \vartheta) P_{НО}\left(\overline{t_1, t_{N-1}}; t_N | \vartheta\right) [1 - \Phi(T)] \right\} dF(\vartheta);$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_3

$$MS_3 = t_{КР} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\{ \sum_{j=0}^{k-1} \left[\sum_{\nu=1}^{j-1} \nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu | \vartheta\right) + jP_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{j-2}}; t_{j-1} | \vartheta\right) \right] [\Phi(t_{j+1}) - \Phi(t_j)] + \right.$$

$$+ \sum_{j=k-1}^{k} \left[\sum_{\nu=1}^{j-1} \nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu | \vartheta\right) + (j+1) P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{j-1}}; t_j | \vartheta\right) \right] [\Phi(t_{j+2}) - \Phi(t_{j+1})] +$$

$$+ \sum_{i=k+2}^{N-1} \left[\sum_{\nu=1}^{k} \nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu | \vartheta\right) + \sum_{j=k+1}^{i-1} jP_{ПН}\left(\overline{t_1, t_{j-1}}; t_j | \vartheta\right) + iP_{НО}\left(\overline{t_1, t_{i-2}}; t_{i-1} | \vartheta\right) \right] [\Phi(t_{i+1}) - \Phi(t_i)] + \tag{5}$$

$$\left. + \left[\sum_{\nu=1}^{k} \nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu | \vartheta\right) + \sum_{j=k+1}^{N-1} jP_{ПН}\left(\overline{t_1, t_{j-1}}; t_j | \vartheta\right) + NP_{НО}\left(\overline{t_1, t_{N-2}}; t_{N-1} | \vartheta\right) \right] [1 - \Phi(t_N)] \right\} dF(\vartheta) +$$

$$+ t_{КР} \int_{t_N}^{\infty} \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} \left[\sum_{\nu=1}^{j-1} \nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu | \vartheta\right) + jP_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{j-2}}; t_{j-1} | \vartheta\right) \right] [\Phi(t_{j+1}) - \Phi(t_j)] + \right.$$

$$\left. + \left[\sum_{\nu=1}^{N-1} \nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu | \vartheta\right) + NP_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{N-2}}; t_{N-1} | \vartheta\right) \right] [1 - \Phi(t_N)] \right\} dF(\vartheta);$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_4

$$MS_4 = t_{ЛВ}\sum_{k=1}^{N-1}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\left\{\sum_{j=1}^{k-1}\left[\sum_{\nu=1}^{j-1}P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{\nu-1}};t_\nu|\vartheta\right)\right]\left[\Phi(t_{j+1})-\Phi(t_j)\right]+\sum_{\nu=1}^{k}P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{\nu-1}};t_\nu|\vartheta\right)\left[1-\Phi(t_k)\right]\right\}\times$$
$$\times dF(\vartheta)+t_{ЛВ}\int_{t_N}^{\infty}\left\{\sum_{j=1}^{N-1}\left[\sum_{\nu=1}^{j}P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{\nu-1}};t_\nu|\vartheta\right)\right]\left[\Phi(t_{j+1})-\Phi(t_j)\right]+\sum_{k=1}^{N}P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{k-1}};t_k|\vartheta\right)\left[1-\Phi(t_N)\right]\right\}\times dF(\vartheta); \qquad (6)$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_5

$$MS_5 = t_{ВВ}\sum_{k=0}^{N}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\left\{\sum_{j=0}^{k}P_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{j-1}};t_j\mid\vartheta\right)\left[\Phi(t_{j+1})-\Phi(t_j)\right]+\sum_{i=k+1}^{N}P_{НО}\left(\overline{t_1,t_{i-1}};t_i\mid\vartheta\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left[\Phi(t_{i+1})-\Phi(t_i)\right]\right\}dF(\vartheta)+t_{ВВ}\int_{t_N}^{\infty}\left\{\sum_{j=0}^{N}P_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{j-1}};t_j\mid\vartheta\right)\left[\Phi(t_{j+1})-\Phi(t_j)\right]\right\}dF(\vartheta); \qquad (7)$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_6

$$MS_6 = t_{ПВ}\sum_{k=0}^{N}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\left\{\sum_{j=k+1}^{N}\left[\Phi(t_{j+1})-\Phi(t_j)\right]\sum_{i=k+1}^{j}P_{ПН}\left(\overline{t_1,t_{i-1}};t_i|\vartheta\right)+P_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{j-1}};t_j|\vartheta\right)\left[1-\Phi(T)\right]\right\}dF(\vartheta), \qquad (8)$$

где $t_{ВВ}$ – средняя продолжительность внепланового восстановления системы.

Доказательство. Для краткости изложения докажем только соотношение (3). Остальные соотношения доказываются аналогично. Пусть скрытый отказ появляется в системе раньше, чем явный, т.е. $\xi \le \rho$ и $t_k < \xi \le t_{k+1}$ $(k=\overline{0,N})$. Тогда условное математическое ожидание (МО) времени нахождения системы в состоянии E_1 при условии, что $\Xi = \xi$, $R = \rho$ и $\xi \le \rho$ определяется по формуле

$$M\left[S_1 \mid \xi \le \rho\right] = \begin{cases} \xi, \ \text{если} \ 0 \le \xi < t_1; \\ \sum_{\nu=1}^{k} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{\nu-1}};t_\nu \mid \xi\right) + \xi P_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{k-1}};t_k \mid \xi\right), \ \text{если} \ t_k \le \xi < t_{k+1} \ (k=\overline{1,N}); \\ \sum_{k=1}^{N} t_k P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{k-1}};t_k|\xi\right) + TP_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{N-1}};t_N|\xi\right), \ \text{если} \ \xi \ge T. \end{cases} \qquad (9)$$

Положим, что $\xi > \rho$ и $t_k \le \rho < t_{k+1}$. В этом случае система проработает до момента t_ν $(\nu = \overline{1,k})$, если при ν-м КР с условной вероятностью $P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{\nu-1}};t_\nu \mid \xi\right)$ произойдет "ложный отказ". Далее, система проработает время ρ, если при КР в момент t_k с условной вероятностью $P_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{k-1}};t_k \mid \xi\right)$ появится событие "правильно работоспособна".

Следовательно, условное МО времени нахождения системы в состоянии E_1 при условии, что $\Xi = \xi$, $R = \rho$ и $\xi > p$:

$$M[S_1 \mid \xi > \rho] = \begin{cases} \rho, \ если \ 0 \le \rho < t_1; \\ \sum_{\nu=1}^{j} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu \mid \xi\right) + \rho P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{j-1}}; t_j \mid \xi\right), \ если \ t_j \le \rho < t_{j+1} \ (j = \overline{1,N}); \\ \sum_{\nu=1}^{N} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu \mid \xi\right) + T P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{N-1}}; t_N \mid \xi\right), \ если \ \rho \ge T. \end{cases} \tag{10}$$

Условное МО времени нахождения системы в состоянии E_1 при условии, что $\Xi = \xi$ и $R = \rho$ определяется так:

$$M[S_1 \mid \xi, \rho] = \min\{M[S_1 \mid \xi \le \rho], M[S_1 \mid \xi > \rho]\}. \tag{11}$$

Из выражения (11) видно, что время нахождения системы в состоянии E_1 является функцией двух случайных величин Ξ и R. Поэтому МО времени пребывания системы в состоянии E_1

$$MS_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \int_{t_j}^{t_{j+1}} M[S_1 \mid \vartheta, u] d\Phi(u) dF(\vartheta). \tag{12}$$

С учетом выражения (11) формулу (12) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} MS_1 = \sum_{k=0}^{N} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\{ \sum_{j=0}^{k-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} M[S_1 \mid \vartheta > u] d\Phi(u) + \int_{t_k}^{\vartheta} M[S_1 \mid \vartheta > u] d\Phi(u) + \int_{\vartheta}^{\infty} M[S_1 \mid \vartheta \le u] d\Phi(u) \right\} dF(\vartheta) + \\ + \int_{T}^{\infty} \left\{ \sum_{j=0}^{N} \int_{t_j}^{t_{j+1}} M[S_1 \mid \vartheta > u] d\Phi(u) + \int_{T}^{\infty} M[S_1 \mid \vartheta \le u] d\Phi(u) \right\} dF(\vartheta). \end{aligned} \tag{13}$$

Подставив в формулу (13) выражения (9) и (10), после соответствующих преобразований получим соотношение (3). Теорема доказана.

Следствие 1. Если $T = \infty$, то имеют место следующие формулы:

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_1

$$\begin{aligned} MS_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Bigg\{ \sum_{j=0}^{k-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \left[\sum_{\nu=1}^{j} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu | \vartheta\right) + u P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{j-1}}; t_j | \vartheta\right) \right] d\Phi(u) + \\ + \int_{t_k}^{\vartheta} \left[\sum_{\nu=1}^{k} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu | \vartheta\right) + u P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{k-1}}; t_k | \vartheta\right) \right] d\Phi(u) + \\ + \left[\sum_{\nu=1}^{k} t_\nu P_{ЛО}\left(\overline{t_1, t_{\nu-1}}; t_\nu | \vartheta\right) + \vartheta P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{k-1}}; t_k | \vartheta\right) \right] [1 - \Phi(\vartheta)] \Bigg\} dF(\vartheta); \end{aligned} \tag{14}$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_2

$$MS_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left\{ \int_{\vartheta}^{t_{k+1}} (u - \vartheta) P_{ПР}\left(\overline{t_1, t_{k-1}}; t_k | \vartheta\right) d\Phi(u) + \right.$$

$$+\sum_{n=k+1}^{\infty}\int_{t_n}^{t_{n+1}}\left[\sum_{j=k+1}^{n}(t_j-\vartheta)P_{ПН}\left(\overline{t_1,t_{j-1}};t_j|\vartheta\right)+(u-\vartheta)P_{НО}\left(\overline{t_1,t_{n-1}};t_n|\vartheta\right)\right]d\Phi(u)\Bigg\}dF(\vartheta); \tag{15}$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_3

$$\begin{aligned}MS_3&=t_{КР}\sum_{k=0}^{\infty}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\left\{\sum_{j=0}^{k-1}\left[\sum_{v=1}^{j-1}vP_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{v-1}};t_v|\vartheta\right)+jP_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{j-2}};t_{j-1}|\vartheta\right)\right]\left[\Phi(t_{j+1})-\Phi(t_j)\right]+\right.\\&+\sum_{j=k-1}^{k}\left[\sum_{v=1}^{j}vP_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{v-1}};t_v|\vartheta\right)+(j+1)P_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{j-1}};t_j|\vartheta\right)\right]\left[\Phi(t_{j+2})-\Phi(t_{j+1})\right]+\\&+\sum_{i=k+2}^{\infty}\left[\sum_{v=1}^{k}vP_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{v-1}};t_v|\vartheta\right)+\sum_{j=k+1}^{i-1}jP_{ПН}\left(\overline{t_1,t_{j-1}};t_j|\vartheta\right)+iP_{НО}\left(\overline{t_1,t_{i-2}};t_{i-1}|\vartheta\right)\right]+\\&\left.+\left[\Phi(t_{i+1})-\Phi(t_i)\right]\right\}dF(\vartheta);\end{aligned} \tag{16}$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_4

$$MS_4=t_{ЛВ}\sum_{k=1}^{\infty}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\left\{\sum_{j=1}^{k-1}\left[\sum_{v=1}^{j}P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{v-1}};t_v|\vartheta\right)\right]\left[\Phi(t_{j+1})-\Phi(t_j)\right]+\sum_{v=1}^{k}P_{ЛО}\left(\overline{t_1,t_{v-1}};t_v|\vartheta\right)\left[1-\Phi(t_k)\right]\right\}dF(\vartheta); \tag{17}$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_5

$$\begin{aligned}MS_5&=t_{ВВ}\sum_{k=0}^{\infty}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\left\{\sum_{j=0}^{k}P_{ПР}\left(\overline{t_1,t_{j-1}};t_j|\vartheta\right)\left[\Phi(t_{j+1})-\Phi(t_j)\right]+\right.\\&\left.+\sum_{i=k+1}^{\infty}P_{НО}\left(\overline{t_1,t_{i-1}};t_i|\vartheta\right)\left[\Phi(t_{i+1})-\Phi(t_i)\right]\right\}dF(\vartheta);\end{aligned} \tag{18}$$

– для среднего времени нахождения системы в состоянии E_6

$$MS_6=t_{ПВ}\sum_{k=0}^{\infty}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\left\{\sum_{j=k+1}^{\infty}\left[\Phi(t_{j+1})-\Phi(t_j)\right]\sum_{i=k+1}^{j}P_{ПН}\left(\overline{t_1,t_{i-1}};t_i|\vartheta\right)\right\}dF(\vartheta). \tag{19}$$

Для доказательства соотношений (14) – (19) достаточно в формулы (3) – (8) подставить значения $T=\infty$ и $N=\infty$.

Следствие 2. Если $T=\infty$, $t_k=k\tau$ и

$$\omega(t)=\lambda e^{-\lambda t},\qquad f(t)=\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}; \tag{20}$$

$$P_{ЛО}(\overline{\tau,(v-1)\tau};v\tau|\xi)=\alpha(1-\alpha)^{v-1},v=\overline{1,k}\ ,\ P_{ПР}(\overline{\tau,(k-1)\tau};k\tau|\xi)=(1-\alpha)^k,k=0,1,2,...; \tag{21}$$

$$P_{ПН}(\overline{\tau,(j-1)\tau};j\tau|\xi)=(1-\alpha)^k\beta^{j-k-1}(1-\beta),j=k+1,k+2,..; \tag{22}$$

$$P_{НО}(\overline{\tau,(n-1)\tau};n\tau|\xi)=(1-\alpha)^k\beta^{n-k},n=1,2,..., \tag{23}$$

то справедливы следующие выражения:

$$MS_1=\frac{1-e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}}{(\lambda+\lambda_0)\left[1-(1-\alpha)e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}\right]}; \tag{24}$$

$$MS_2 = \frac{1}{1-(1-\alpha)e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}} \left\{ e^{-\lambda_0\tau} \left[\frac{\tau\left(1-\beta e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}\right)}{1-\beta e^{-\lambda_0\tau}} - \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda} \right] + \frac{\lambda}{\lambda_0(\lambda+\lambda_0)} \times \right.$$
$$\left. \times \left[1-e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}\right] - e^{-\lambda_0\tau}\left[\tau + (\lambda\lambda_0)^{-1}(\lambda-\lambda_0)(1-e^{-\lambda\tau})\right] \right\}; \tag{25}$$

$$MS_3 = \frac{t_{KP} e^{-\lambda_0\tau}\left[1-\beta e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}\right]}{(1-\beta e^{-\lambda_0\tau})\left[1-(1-\alpha)e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}\right]}; \tag{26}$$

$$MS_4 = \frac{t_{ЛВ}\alpha e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}}{1-(1-\alpha)e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}}; \tag{27}$$

$$MS_5 = \frac{t_{ВВ}(1-e^{-\lambda_0\tau})\left[1-\beta e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}\right]}{(1-\beta e^{-\lambda_0\tau})\left[1-(1-\alpha)e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}\right]}; \tag{28}$$

$$MS_6 = \frac{t_{ПВ}(1-\beta)e^{-\lambda_0\tau}(1-e^{-\lambda\tau})}{(1-\beta e^{-\lambda_0\tau})\left[1-(1-\alpha)e^{-(\lambda+\lambda_0)\tau}\right]}, \tag{29}$$

где $\omega(t)$ и $f(t)$ – плотности распределения вероятностей (ПРВ) наработки системы до скрытого и явного отказа соответственно; λ и λ_0 интенсивность скрытых и явных отказов системы соответственно; α – условная вероятность "ложного отказа" при КР системы на стоянке ВС в базовом аэропорту с помощью ВСК; β – условная вероятность "необнаруженного отказа" при КР системы на стоянке ВС в базовом аэропорту с помощью ВСК.

Формулы (24) – (29) получаются после подстановки в выражения (14) – (19) ПРВ (20) и условных вероятностей (21) – (23). В частном случае, при отсутствии явных отказов ($\lambda_0 = 0$), формулы (24) – (29) приводятся к выражениям, опубликованным авторами в работе [15].

<u>*Следствие 3.*</u> Справедливы следующие неравенства:

$$0 < MS_1 < \min\left(\frac{\tau}{\alpha}; \frac{1}{\lambda+\lambda_0}\right); \; 0 < MS_2 < \min\left(\frac{\tau}{1-\beta}; \frac{\lambda}{\lambda_0(\lambda+\lambda_0)}\right); \tag{30}$$

$$0 < MS_3 < \max\left(\frac{t_{KP}}{\alpha}; \frac{t_{KP}}{1-\beta}\right); \; 0 < MS_4 < t_{ЛВ}; \; 0 < MS_5 < t_{ВВ}; \; 0 < MS_6 < t_{ПВ}. \tag{31}$$

Неравенства (30) – (31) следуют из анализа табл. 1, в которой приведены предельные значения выражений (24) – (29).

4. Анализ полученных результатов

<u>*Пример 1.*</u> Пусть $\tau = 4$ ч, $\alpha = 0{,}001$, $\beta = 0{,}001$ и $\lambda = \lambda_0 = 0{,}25 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Требуется рассчитать значения оценок сверху для MS_1 и MS_2.

Подставляя значения параметров в неравенства (30), получаем

$$MS_1 < \min\left(\frac{4}{0{,}002}; \frac{1}{0{,}5\cdot 10^{-4}}\right) = \min(2000; 20000) = 2000 \text{ ч};$$

$$MS_2 < \min\left(\frac{4}{1-0{,}002}; \frac{0{,}25\cdot 10^{-4}}{0{,}25\cdot 10^{-4}\cdot\left(0{,}25\cdot 10^{-4}+0{,}25\cdot 10^{-4}\right)}\right) = \min(4;20000) = 4 \text{ ч.}$$

Таблица 1. Предельные значения $\overline{MS_1\ ,\ MS_6}$

MS_i	$\lambda_0 = 0$				$0<\lambda<\infty$, $0<\lambda_0<\infty$		$\lambda_0 = \infty$
	$0<\tau<\infty$		$0<\lambda<\infty$		$\tau = 0$	$\tau = \infty$	
	$\lambda = 0$	$\lambda = \infty$	$\tau = 0$	$\tau = \infty$			
MS_1	$\frac{\tau}{\alpha}$	0	0	$\frac{1}{\lambda}$	0	$\frac{1}{\lambda+\lambda_0}$	0
MS_2	0	$\frac{\tau}{1-\beta}$	0	∞	0	$\frac{\lambda}{\lambda_0(\lambda+\lambda_0)}$	0
MS_3	$\frac{t_{КР}}{\alpha}$	$\frac{t_{КР}}{1-\beta}$	$\frac{t_{КР}}{\alpha}$	$\frac{t_{КР}}{1-\beta}$	$\frac{t_{КР}}{\alpha}$	0	0
MS_4	$t_{ЛВ}$	0	$t_{ЛВ}$	0	$t_{ЛВ}$	0	0
MS_5	0	0	0	0	0	$t_{ВВ}$	$t_{ВВ}$
MS_6	0	$t_{ПВ}$	0	$t_{ПВ}$	0	0	0

Из приведенного примера следует, что при КР высоконадежной системы с малой периодичностью основное внимание следует уделять уменьшению условной вероятности “ложного отказа”, поскольку при $\tau/\alpha < 1/(\lambda+\lambda_0)$ система с вероятностью, равной единице, не вырабатывает среднего времени безотказной работы. Поэтому при заданном значении $\lambda+\lambda_0$ соотношение между параметрами α и τ должно быть таким, чтобы выполнялось неравенство

$$\frac{\tau}{\alpha} \geq \frac{1}{\lambda+\lambda_0}. \tag{32}$$

На основании неравенства (32) можно обосновать требование непосредственно к условной вероятности “ложного отказа” ВСК при заданных значениях λ, λ_0 и τ:

$$\alpha \leq \tau(\lambda+\lambda_0). \tag{33}$$

Например, при исходных данных примера 1, используя неравенство (32), получаем, что величина условной вероятности “ложного отказа” ВСК должна удовлетворять условию $\alpha \leq 0{,}0002$.

Пример 2. Используя исходные данные примера 1 рассчитать значения КГ при $t_{КР} = 0{,}1$ ч, $t_{ЛВ} = 1$ ч и $t_{ВВ} = t_{ПВ} = 2$ ч. Результаты расчетов приведены в табл. 2 при трех значениях условной вероятности "ложного отказа" ВСК (α).

Таблица 2. Результаты расчетов КГ

Показатель	$\alpha = 0$	$\alpha = 0{,}001$	$\alpha = 0{,}01$
MS_1,ч	20000	3334	392
MS_2,ч	1,01	0,17	0,02
MS_3,ч	500	83,34	9,81
MS_4,ч	0	0,83	0,98
MS_5,ч	1,0	0,17	0,02
MS_6,ч	1,0	0,17	0,02
MS_0,ч	20504	3418	403
Kr	0,99985	0,99960	0,99736

Как видно из табл. 2, при относительно высоком значении α средняя наработка системы между двумя восстановлениями уменьшается в десятки раз по сравнению с максимально возможной наработкой при $\alpha = 0$.

5. Выводы

Определены состояния, в которых может находиться одноблочная система авионики в процессе эксплуатации. Получены обобщенные математические выражения для расчета средней продолжительности нахождения системы в каждом состоянии при произвольном законе распределения времени безотказной работы и наличии явных и скрытых отказов, учитывающие также достоверность многоразового КР в процессе эксплуатации. При экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы выведены формулы для определения нижних и верхних границ этих продолжительностей, позволившие установить связь между показателями достоверности, периодичностью КР и интенсивностями явных и скрытых отказов одноблочной системы. Показано, что для восстанавливаемых одноблочных систем авионики при малой периодичности КР негативное влияние конечной достоверности контроля в основном связано с “ложными отказами”. Разработаны формулы для расчета коэффициента готовности восстанавливаемых систем авионики. Данные результаты позволяют оценить эффективность стратегии обслуживания одноблочных систем авионики до безопасного отказа и обосновать требования к достоверности ВСК. Их использование целесообразно как на этапе проектирования, так и в процессе эксплуатации ВС. Дальнейшим развитием полученных результатов является оптимизация стратегий ТО для резервированных систем авионики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. 700 Series ARINC. Characteristics, Aeronautical Radio, Inc., USA, http://www.arinc.com.
2. Pham H., Wang H. Imperfect Maintenance // European Journal of Operations Research. – 1996. – N 94. – P. 425–438.
3. Pham H., Wang H. Reliability and Optimal Maintenance. – N.Y.: Springer Verlag, 2006. – 360 p.
4. Nakagava T. Maintenance Theory of Reliability. – N.Y.: Springer Verlag, 2005. – 258 p.
5. Vario J. Availability and Cost functions for Periodically Inspected Preventively Maintained Units // Reliability

Engineering and System Safety. – 1999. – N 63. – P. 133–141.
6. Badia F. Optimal Inspection and Preventive Maintenance of Units with Revealed and Unrevealed Failures / F. Badia, M. Berrade, C. Campos // Reliability Engineering and System Safety. – 2002. – N 78. – P. 157–163.
7. Newby M., Dagg R. Optimal Inspection and Perfect Repair // Journal of Management Mathematics. –2004. – №15 (2). – P. 175–192.
8. Rausand M., Hoyland A. System Reliability Theory: Models, Statistical Methods and Applications. – N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 2004. – 458 p.
9. Blischke W.R., Murthy Prabhaker D.N. Reliability: Modeling, Prediction and Optimization. – N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 2000. – 812 p.
10. Thomas L.C. Inspection Models and Their Application / L.C. Thomas, D.P. Gaver, P.A. Jacobs // Journal of Management Mathematics. – 1991. – N 3 (4). – P. 283–303.
11. Gertsbakh I. Reliability Theory with Applications to Preventive Maintenance. – N.Y.: Springer Verlag, 2006. – 219 p.
12. Hosseini M.M. A Hybrid Maintenance Model with Imperfect Inspection for a System with Deterioration and Poisson Failure / M.M. Hosseini, R.M. Kerr, R.B. Randall // Journal of the Operational Research Society. – 1999. – Vol. 50, N 12. – P. 1229–1243.
13. Reliability Analysis in the Commercial Aerospace Industry / J. Qin, B. Huang, J. Walter etc. // The Journal of the Reliability Analysis Center. – N.Y.: Department of Defense of the USA, 2005. – P.1–5.
14. Уланский В.В. Организация системы технического обслуживания и ремонта радиоэлектронного комплекса Ту-204: Учебное пособие / В.В. Уланский, Г.Ф. Конахович, И.А. Мачалин. – К.: КИИГА, 1992. – 103 с.
15. Уланский В.В., Мачалин И.А. Математическая модель процесса эксплуатации легкозаменяемых блоков систем авионики // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2006. – № 6 (32). – С. 74–80.
16. Уланский В.В. Достоверность многоразового контроля авиационных радиоэлектронных систем // Ресурсосберегающие технологии обслуживания и ремонта авиационных систем: Сб. науч. тр. – К.: КИИГА, 1992. – С. 12 – 22.
17. Уланский В.В., Мачалин И.А. Математические модели многопараметрического контроля систем авионики // Вісник Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій. – 2006. – № 4, Т. 4. – С. 289–297.

Стаття надійшла до редакції 12.06.2007