

Г. Д. Гавриленко

## Об устойчивости стрингерных цилиндрических оболочек с локализованными несимметричными прогибами

(Представлено академиком НАН Украины Я. М. Григоренко)

*Запропонований новий підхід до проблеми стійкості недосконалих оболонок використано для оцінки їх якості. Представлено результати чисельних розрахунків для оболонок, які мають попередні початкові прогини двох типів. Порівняння між ними дозволяє оцінювати якість виготовлення оболонок.*

1. Известно множество работ по устойчивости гладких цилиндрических оболочек [1–3] и др. Не меньше публикаций и по проблеме определения критических нагрузок для идеальных подкрепленных оболочек [13, 14]. Значительно меньше работ по устойчивости несовершенных гладких и ребристых оболочек [4–7, 9–16].

В [9] исследована устойчивость гладких цилиндрических оболочек с локализованными несовершенствами формы. Рассмотрены несимметричные прогибы в виде локальных вмятин (выпучин), локализованных вмятин (выпучин), когда зона их распространения ограничена только по окружности оболочки, но не по длине. Представлены зависимости параметра продольного сжатия  $p = p_{kp}/p_{cl}$  ( $p_{cl} = 0,605EtF/r$ , где  $E$  — модуль упругости материала оболочки,  $F$ ,  $r$ ,  $t$  — площадь поперечного сечения, радиус и толщина оболочки) от безразмерной амплитуды прогибов. Численно оценена степень их влияния на параметр  $p$ .

Для исследования нелинейного докритического состояния и устойчивости несовершенных ребристых оболочек с учетом дискретности размещения ребер часто применяют методики численного расчета [5, 10, 11].

Специальные модификации пакета программ для анализа критических сил позволяют учитывать не только общий характер распределения начальных несовершенств, но и изучать их различные виды: от локальных до локализованных в любом направлении.

Если для гладких оболочек эти исследования проведены [9], то для ребристых есть только некоторые примеры для прогибов общего плана и локальных по длине [7, 8].

Необходимо оценить влияние некоторых видов локализованных несовершенств на параметр критической нагрузки. В первую очередь это касается прогибов, локализованных (ограниченных) по окружности оболочки. Не представляется возможным изучить их с использованием аналитических подходов. Поэтому необходимо распространить на них методику численного расчета [5, 9, 10, 14].

Процедура определения минимального параметра критической нагрузки в принципе известна. На выделенном из оболочки участке, который включает в себя полную длину оболочки и  $n$ -ю часть по окружности, наносим сетку линий. В узлах сетки неизвестными являются значения двух функций: функции усилий и функции перемещений. Для каждого

узла внутри области и на контуре, используя уравнения равновесия и совместности деформаций, получаем системы алгебраических уравнений, соответствующих обобщенной системе уравнений. Коэффициенты при неизвестных образуют матрицу ленточного типа. В процессе последовательных приближений при росте параметра нагрузки определяются решения нелинейной системы уравнений (их конечноразностного аналога) с заранее заданной точностью. Используя  $\Delta\lambda$ -метод, т. е. определяя величину детерминанта левой части уравнений при известном параметре нагрузки, следим за изменением его знака. Для различных расчетных случаев (их минимум четыре) получаем четыре значения параметра нагрузки, из которых выбираем  $p_{\min}$ .

Поскольку речь идет о ребристых оболочках, то для того чтобы почувствовать влияние ребер, которые рассматриваются дискретно, необходимо между ними разместить, как минимум, два шага сетки. В рассмотренных примерах принято четыре шага сетки между каждыми двумя соседними ребрами. Сетка принята равной  $73 \times 130$ , т. е. 73 узла по длине и 130 по окружности на полной развертке поверхности оболочки.

**2. Локализованные по окружности оболочки начальные прогибы.** Начнем с рассмотрения равномерно сжатой цилиндрической оболочки, которая имеет начальный прогиб, распределенный по всей поверхности в виде функции

$$f = -\frac{w_0}{t} \sin \frac{m\pi x}{\ell} \cos \frac{ny}{r}, \quad (1)$$

где  $w_0$  — амплитуда начального прогиба;  $\lambda$  — длина оболочки;  $m$  — число полуволн по длине;  $n$  — число волн по окружности.

Для конкретной оболочки [5, с. 114] примем следующие исходные данные:  $r = 12$  см,  $\ell = 25$  см,  $t = 0,03$  см. Оболочка подкреплена 32 стрингерами, имеющими следующие характеристики:  $F_s = 1,41 \cdot 10^{-2}$  см<sup>2</sup>;  $I_s = 1,92 \cdot 10^{-4}$  см<sup>4</sup>;  $z_s = 0,885 \cdot 10^{-1}$  см, где  $F_s$ ,  $I_s$ ,  $z_s$  — соответственно площадь, момент инерции и эксцентриситет ребер.

Примем граничные условия шарнирного опирания:  $M = 0$ ,  $w = 0$ ,  $v = 0$ ,  $\sigma = \text{const}$ , т. е. заданы изгибающий момент, радиальный прогиб, окружное перемещение, сжимающие напряжения.

Выберем одну из конкретных форм (1), которые обеспечивали  $p_{\min}$  при изменении  $m$  и  $n$  [5]. В частности, таковой была форма при  $m = 9$ ,  $n = 8$ . В расчет введем половину развертки и построим график функций прогибов, начиная от левого вертикального ряда оболочки (расчетного участка) в средней ее части. Вид начального прогиба будет такой, как на рис. 1 (для  $w_0/t = \pm 0,5$ ), где  $N$  — число узлов по окружности.

Проанализируем зависимость  $p = f(w_0/t)$  для интервала амплитуд  $0 \leq |w_0/t| < 2$ . Получим график, представленный на рис. 2 (кривая 1).

Таким образом, как и следовало ожидать, с ростом амплитуды начального прогиба величина  $p$  для идеальной оболочки упала до 0,35 и снизилась почти на 65%.

Теперь попробуем оценить влияние локализованного по окружности прогиба. Он будет аналогичен форме (1), но мы учтем лишь его часть (от узла 1 до узла 13). Представим его на рис. 3. Следовательно, между точками 1–13 он будет совпадать с рис. 1, а на остальной части поверхности он будет отсутствовать. Остальная часть поверхности оболочки останется идеальной.

Проанализируем зависимость  $p = f(w_0/t)$  для указанного типа прогибов при прежних амплитудах  $0 \leq |w_0/t| \leq 2$ . График, отображающий поведение такой оболочки, связанное с новой формой начального прогиба, представлен на рис. 2 (кривая 2).

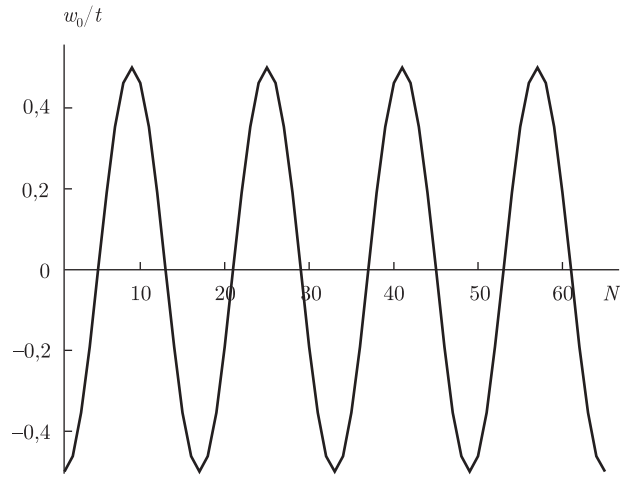


Рис. 1

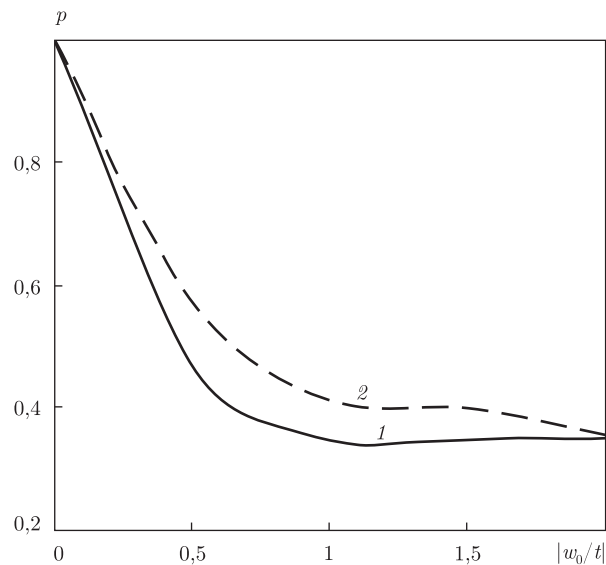


Рис. 2

Как видно из рис. 2, наличие локализованного прогиба (см. рис. 3) в оболочке тоже приводит к существенному падению параметра критической нагрузки. Это происходит, несмотря на то, что остальная поверхность оболочки является идеальной.

Отсюда вытекают две рекомендации теоретического и практического характера. Во-первых, чтобы оценить на практике качество изготовленной оболочки, необходимо провести теоретическое исследование (или воспользоваться известными данными типа [5]) зависимости  $p$  от чисел  $m$  и  $n$ . Выявить величины  $m$  и  $n$ , обеспечивающие  $p_{\min}$ . Построить кривую, аналогичную рис. 2. Из нее следует, что характер поведения  $p = f(w_0/t)$  будет описывать поведение несовершенной оболочки в целом. Теперь достаточно провести практические замеры формы начальных несовершенств в ограниченных зонах, где наблюдаются их максимальные амплитуды. Построить график типа рис. 3. Если при этом его форма будет совпадать с частью формы (рис. 1), то эта оболочка должна быть забракована, ибо ее кри-

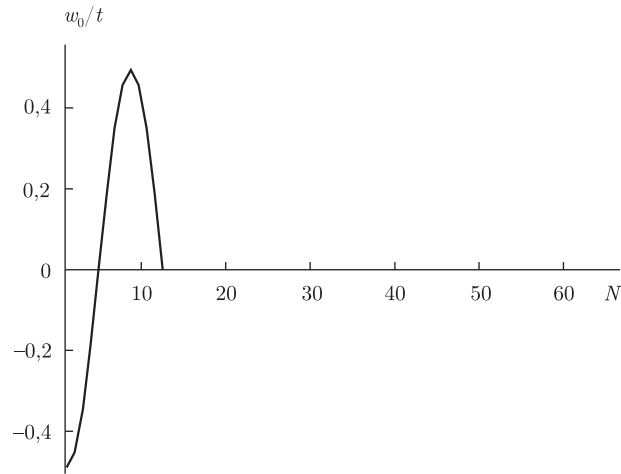


Рис. 3

тическая нагрузка столь же мала, как и для оболочки с полностью неидеальной поверхностью. Чтобы устранить отрицательное влияние локализованных несовершенств, необходимо либо изменить технологию изготовления оболочки, избегая опасных форм по  $m$  и  $n$ , либо внести конструктивные изменения для нейтрализации влияния этих возможных форм на параметр критической нагрузки.

Таким образом, в работе предложен новый теоретико-экспериментальный подход к оценке качества ребристых оболочек.

На основании методики численного расчета определяется наиболее опасный несимметричный прогиб (начальный). В первую очередь, это величины  $m$  и  $n$ . Он позволяет оценить параметр критической нагрузки. Если для оболочек, которые интересуют проектировщика, наблюдается на практике (в процессе их изготовления) наличие несовершенств указанного класса, совпадающих с ранее указанными даже на ограниченной поверхности, то необходимо изменить либо характер подкреплений, либо технологию их изготовления. В конечном итоге это позволит повысить параметр критической нагрузки, что можно подтвердить дополнительными расчетами.

Следовательно, на практике следует всячески избегать появления таких несовершенств формы, которые хотя бы частично соответствовали величинам  $m$  и  $n$ , приводящим к резкому падению нагрузки.

1. Андреев Л. В., Ободан Н. Н., Лебедев А. Г. Устойчивость оболочек к несимметричной деформации. – Москва: Наука, 1988. – 208 с.
2. Арбоч И., Бабель Г. В., Баттерман С. Ч. и др. Тонкостенные оболочечные конструкции, эксперимент и проектирование: Пер. с англ. – Москва: Машиностроение, 1980. – 607 с.
3. Ашмарин Ю. А., Гузь А. Н. Устойчивость оболочек, ослабленных отверстиями (обзор) // Прикл. механика. – 1973. – **9**, № 4. – С. 3–15.
4. Гавриленко Г. Д., Ситник А. С. Устойчивость ребристых оболочек с локальными вмятинами // Там же. – 1985. – **21**, № 11. – С. 128–130.
5. Гавриленко Г. Д. Устойчивость ребристых оболочек несовершенной формы. – Киев: Изд. Ин-та математики НАН Украины, 1998. – 190 с.
6. Гавриленко Г. Д., Мацнер В. И., Ситник А. С. Устойчивость ребристых цилиндрических оболочек неидеальной формы // Прикл. механика. – 1999. – **35**, № 12. – С. 33–39.
7. Гавриленко Г. Д. Устойчивость и несущая способность несовершенных оболочек // Там же. – 2000. – **36**, № 7. – С. 36–59.

8. Гавриленко Г. Д., Мацнер В. И., Ситник А. С. Минимальные критические нагрузки ребристых оболочек с начальными прогибами заданной формы // Там же. – 2000. – **36**, № 11. – С. 88–93.
9. Гавриленко Г. Д. Об устойчивости цилиндрических оболочек с локальными несовершенствами формы // Там же. – 2002. – **38**, № 12. – С. 98–102.
10. Гавриленко Г. Д. Несущая способность несовершенных оболочек. – Днепропетровск: Барвикс, 2007. – 284 с.
11. Гавриленко Г. Д., Трубицина О. А. Колебания и устойчивость ребристых оболочек вращения. – Днепропетровск: Барвикс, 2008. – 155 с.
12. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций / А. В. Кармишин, В. А. Лясковец, В. И. Мяченков и др. – Москва: Машиностроение, 1975. – 375 с.
13. Тимошенко С. П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – Москва: Наука, 1971. – 507 с.
14. Gavrilenko G. D. The stability and load-carrying capacity of incomplete shells // Int. Appl. Mech. – 2000. – **36**, No 7. – P. 866–887.

*Институт механики им. С. П. Тимошенко  
НАН Украины, Киев*

*Поступило в редакцию 19.05.2008*

**G. D. Gavrilenko**

### **On the stability of stringer cylindrical shells with localized asymmetric deflections**

*A new approach to the problem of stability of imperfect shells is used for the estimation of their quality. The results of numerical solutions for shells having preliminary initial imperfections of two types are presented. The comparison between them allows one to estimate the quality of shells.*