

УДК 523.3-4

В. В. Михальчук

Астрономическая обсерватория Одесского национального университета
65014 Одесса, парк им. Т. Г. Шевченко
Одесская национальная морская академия
65029 Одесса, ул. Дидрихсона, 8

**Метод определения координат деталей альbedo
на поверхности сферических планет
при различных условиях освещенности их видимых дисков**

Предложен новый метод определения планетоцентрических координат деталей альbedo на видимом диске сферической планеты при различных условиях ее освещенности. Метод предназначен для обработки изображений планет, полученных по наземным телескопическим наблюдениям. Положение детали на изображении планеты определяется не относительно центра геометрического диска планеты, а относительно центра освещенной части ее видимого диска, что позволяет исключить влияние фазы планеты. Для определения положения точек на освещенной части видимого диска планеты применена вспомогательная система координат, связанная с экватором интенсивности. Получены формулы для перехода от вспомогательной системы координат к планетоцентрической системе координат. Уточнены границы области возможного определения координат деталей поверхности планеты. Метод проверен на изображениях Марса.

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ДЕТАЛЕЙ АЛЬБЕДО НА ПОВЕРХНІ СФЕРИЧНИХ ПЛАНЕТ ПРИ РІЗНИХ УМОВАХ ОСВІТЛЕНОСТІ ЇХНІХ ВИДИМИХ ДИСКІВ, Михальчук В. В. — Запропоновано новий метод визначення планетоцентричних координат деталей альbedo на видимому диску сферичної планети при різних умовах її освітленості. Метод призначений для обробки зображень планет, отриманих із наземних телескопічних спостережень. Положення деталі на зображенні планети визначається не відносно центра геометричного диска планети, а відносно центра освітленої частини її видимого диска, що дозволяє виключити вплив фази планети. Для визначення положення точок на освітленій частині видимого диска планети застосовано допоміжну систему координат, зв'язану з екватором інтенсивності. Отримано формули для переходу від допоміжної системи координат до планетоцентричної системи координат. Уточнено границі області можливого визначення

координат деталей поверхні планети. Метод перевірено на зображеннях Марса.

METHOD FOR THE DETERMINATION OF COORDINATES OF ALBEDO DETAILS ON SURFACES OF SPHERICAL PLANETS UNDER VARIOUS CONDITIONS OF ILLUMINATION OF THEIR VISIBLE DISCS, by Mikhalchuk V. V. — We propose a new method for the determination of planetocentric coordinates of albedo details on visible disc of a spherical planet under various conditions of its illumination. The method is intended for the processing of planet images derived from ground telescopic observations. The position of a detail on a planet image is determined not relative to the centre of the planet geometric disc, but relative to the centre of an illuminated part of planet visible disc, which permits the planetary phase influence to be excluded. To determine point positions on the illuminated part of the visible disc of a planet, we applied an auxiliary coordinate system connected with equator of intensity. The formulae for transition from the auxiliary coordinate system to the planetocentric one are derived. The boundaries of the region of the possible determinations of detail coordinates on the surface of a planet are improved. The method is tested with the use of Mars' images.

ВВЕДЕНИЕ

При составлении карт деталей альbedo на поверхности планет Солнечной системы и их естественных спутников по наземным телескопическим наблюдениям наибольшие трудности возникают при определении планетографических координат деталей на полученных изображениях их видимых дисков. Эти трудности обусловлены формой фигуры планеты и условиями ее освещенности, т.е. фазой планеты. Планеты земной группы имеют настолько малое сжатие у полюсов, что им можно пренебречь и считать форму этих планет в первом приближении сферической. Для рассматриваемых планет задача усложняется значительным влиянием фазы, приводящим к заметному ущербу на видимом диске, что не позволяет применить известные методы определения координат наблюдаемых деталей [3, 4, 9]. В этих методах началом отсчета на изображении видимого диска планеты является его геометрический центр. Если геометрический диск планеты освещен Солнцем не полностью, т. е. фазовый угол Φ отличен от нуля, то центр освещенной части видимого диска планеты не совпадает с геометрическим центром ее диска. Метод определения планетоцентрических координат центра освещенной части видимого диска сферической планеты описан в работе [7].

Настоящая работа является дальнейшим развитием и обобщением метода [7] для любой точки видимого диска сферической планеты и посвящена учету фазы при определении планетографических координат деталей альbedo на изображениях сферических планет, полученных при наземных наблюдениях (визуальных или фотографических) в видимом диапазоне электромагнитных волн.

Для сферической планеты планетографические координаты деталей на ее поверхности совпадают с экваториальными планетоцентрическими, поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать только планетоцентрические координаты.

Определение координат деталей, наблюдаемых на поверхности планеты, требует их привязки к планетоцентрической системе координат, т. е. вычисления физических эфемерид планеты на момент наблюдения, позволяющих определить положение оси вращения планеты и планетоцентриче-

ские координаты (широту и долготу) точки на поверхности планеты, принимаемой за начало отсчета.

При наземных наблюдениях исходное изображение видимого диска планеты представляет собой ортографическую проекцию ее поверхности на картинную плоскость. Соответственно, экваториальная планетоцентрическая система координат, определяющая положение каждой точки поверхности планеты, наблюдается на ее видимом диске в ортографической проекции с позитивным изображением [5]. В этой системе координат положение каждой точки поверхности планеты задается с помощью планетоцентрической широты b и долготы l . Основной точкой отсчета является центр геометрического диска планеты, имеющий планетоцентрические координаты l_p, b_p , где l_p — долгота центрального меридиана, проходящего через центр диска, отсчитываемая от некоторого нулевого меридиана к западу планеты; b_p — широта центра диска, равная планетоцентрическому склону Земли D_3 . Угол D_3 задает видимое положение оси вращения планеты относительно картинной плоскости и определяет вид наблюдаемой с Земли ортографической проекции планетоцентрической системы координат. Как правило, видимый диск планеты наблюдается с Земли в косоугольной ортографической проекции, и лишь в частном случае, при $D_3 = 0^\circ$, она становится поперечной.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛАНЕТОЦЕНТРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ ТОЧКИ НА ПОВЕРХНОСТИ СФЕРИЧЕСКОЙ ПЛАНЕТЫ

Пусть видимый диск планеты освещен Солнцем полностью. Если изображение ее видимого диска представляет собой ортографическую проекцию планеты на картинную плоскость, то в этом случае определение планетоцентрических координат l, b точки M на поверхности сферической планеты по ее изображению на видимом диске осуществляется по методу [9]. Положение точки M в картинной плоскости на видимом диске планеты может быть задано полярными координатами ρ, θ , где ρ — угловое расстояние точки M от геометрического центра диска O , θ — позиционный угол точки M на геоцентрической небесной сфере, отсчитываемый от круга склонений против часовой стрелки. Тогда планетоцентрические координаты b и l данной точки могут быть получены из формул

$$\sin b = \sin D_3 \cos \psi + \cos D_3 \sin \psi \cos(\theta - P), \quad (1)$$

$$\operatorname{tg}(l - l_p) = \frac{\sin \psi \sin(\theta - P)}{\cos D_3 \cos \psi - \sin D_3 \sin \psi \cos(\theta - P)}, \quad (2)$$

где ψ — угол, определяемый из выражения

$$\sin \psi = \frac{\rho}{r}, \quad (3)$$

r — видимый радиус планеты, P — угол положения оси вращения планеты на геоцентрической небесной сфере. Знаки числителя и знаменателя в формуле (2) совпадают со знаками $\sin(l - l_p)$ и $\cos(l - l_p)$ соответственно.

В частности, для определения планетоцентрических координат деталей на поверхности Марса применяется метод М. Бейера, описанный в работах [3, 4]. В этом методе положение деталей на видимом диске Марса определяется относительно центра его геометрического диска и измеряется в долях видимого радиуса r планеты. Показано, что для получения достаточной точности следует определять расстояния ρ для деталей, отстоящих не более чем на $0.5r$ от центрального меридиана, т. е. для $\psi < 30^\circ$, а

сами наблюдения Марса проводить только вблизи его противостояния (не раньше и не позже чем за 10 сут) для уменьшения влияния фазы. Это связано с тем, что при уменьшении фазы Марса центр освещенной части видимого диска смещается относительно геометрического центра диска, и увеличиваются погрешности определения планетоцентрических координат деталей.

Поскольку фаза планеты зависит только от фазового угла Φ , а в момент противостояния фазовый угол минимален, то в течение 10 сут до или после противостояния Марса его фазовый угол не должен превосходить некоторого предельного значения Φ_m . Поэтому, строго говоря, условие применимости метода Бейера должно определяться не по интервалу времени (10 дней), отсчитываемому от момента противостояния Марса, а по значению фазового угла $\Phi < \Phi_m$. К сожалению, в работах [3] и [4] не приводится значение величины Φ_m , а данный интервал времени должен быть различным для каждого противостояния Марса в связи со значительным эксцентриситетом его орбиты.

Угол ψ , определяемый выражением (3), назовем зенитным углом, так как он равен зенитному расстоянию Земли в точке M . Зенитный угол ψ определяет искажение размеров и формы деталей, наблюдаемых на поверхности сферической планеты. Из формулы (3) следует, что чем ближе деталь расположена к ортографическому лимбу планеты, тем большее она имеет значение зенитного угла. В свою очередь, чем ближе деталь расположена к лимбу, тем больше ее искажение. Поэтому искажение размеров и формы детали на ортографической проекции увеличивается с увеличением ее зенитного угла.

Рассмотренные искажения приводят к тому, что определение координат деталей на поверхности планеты возможно лишь внутри малого круга со сферическим радиусом ψ_m , центр которого совпадает с геометрическим центром ее видимого диска, а граница определяется предельным частным масштабом и пределом разрешающей способности оптического прибора.

Описанные выше методы определения планетоцентрических координат l, b детали на видимом диске планеты справедливы лишь в частном случае, когда ее диск полностью освещен, т. е. фазовый угол Φ равен нулю. Это ограничение обусловлено тем, что положение детали в системе координат ρ, θ определяется относительно центра геометрического диска планеты. Если фазовый угол Φ отличен от нуля, то центр освещенной части видимого диска планеты не совпадает с геометрическим центром ее диска. В этом случае применение рассмотренных методов становится весьма затруднительным, а при $\Phi > 90^\circ$, когда центр геометрического диска планеты вообще не освещен, становится невозможным.

Указанные ограничения применимости данных методов определения планетоцентрических координат приводят к необходимости разработки нового метода, позволяющего без потери точности исключить влияние фазы и расширить диапазон зенитных углов до максимально допустимой величины ψ_m .

ГРАНИЦЫ ОБЛАСТИ ВОЗМОЖНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ДЕТАЛЕЙ НА ПОВЕРХНОСТИ СФЕРИЧЕСКОЙ ПЛАНЕТЫ

Найдем максимально допустимый зенитный угол ψ_m , т. е. сферический радиус малого круга на поверхности планеты, внутри которого возможно определить координаты наблюдаемых деталей альbedo. Для ортографической проекции [5] любая деталь бесконечно малого углового размера $d\psi$ будет наблюдаться сжатой в направлении видимого радиуса планеты до

величины $d\rho = r\mu d\psi$, где μ — частный масштаб. Следовательно, погрешность определения зенитного угла выражается формулой

$$d\psi = \frac{d\rho}{r\mu} = \frac{d\rho}{r\cos\psi}. \quad (4)$$

Из выражений (3) и (4) следует, что для малых углов $\Delta\psi$ (если $\Delta\rho \ll r\cos\psi$) можно записать приближенное равенство

$$\Delta\psi = \frac{\Delta\rho}{\sqrt{r^2 - \rho^2}}, \quad (5)$$

а для больших углов —

$$\Delta\psi = \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{d\rho}{\sqrt{r^2 - \rho^2}} = \arcsin\frac{\rho_2}{r} - \arcsin\frac{\rho_1}{r}. \quad (6)$$

Выражения (5) и (6) позволяют оценить погрешность $\Delta\psi$ определения зенитного угла ψ при измерении углового расстояния ρ с заданной погрешностью на ортографической проекции.

Для любой точки, находящейся на видимом угловом расстоянии $s = r - \rho$ от лимба планеты, можно записать: $\rho_2 = r$, $\rho_1 = r - s$. Тогда из выражения (6) получим

$$\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1 = 90^\circ - \arcsin\left(1 - \frac{s}{r}\right),$$

где $\psi_2 = 90^\circ$. Если угловое расстояние s предельно мало, то, полагая $\psi_1 = \psi_m$, найдем максимально допустимое значение зенитного угла:

$$\psi_m = \arcsin\left(1 - \frac{s}{r}\right). \quad (7)$$

Отсюда следует, что определение планетоцентрических координат b и l по формулам (1) и (2) возможно только для точек с $\psi < \psi_m$.

Предельное расстояние s обусловлено разрешающей способностью телескопа и, как правило, не превышает $1''$ вследствие влияния земной атмосферы.

Видимое сжатие деталей, наблюдаемых вблизи лимба видимого диска планеты, также ограничивает интервал возможных значений зенитного угла ψ . Если задано предельно допустимое значение частного масштаба μ_m , то согласно его определению можно найти соответствующую ему величину ψ_m :

$$\psi_m = \arccos\mu_m. \quad (8)$$

В качестве окончательного значения максимально допустимого зенитного угла следует выбрать наименьшую из величин ψ_m , вычисленных по формулам (7) и (8).

Максимально допустимое значение зенитного угла ψ_m позволяет определить область возможного определения координат деталей на поверхности планеты. Для этого, полагая $\psi = \psi_m$, в формулах (1) и (2) последовательно задаются различные значения угла θ в пределах от 0° до 360° с постоянным шагом. Полученные по формулам (1) и (2) значения планетоцентрических координат b и l соответственно определяют границу области, в которой возможно определение координат деталей поверхности планеты для данного изображения.

**УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ФАЗОВОГО УГЛА ПРИ ПОМОЩИ
ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ**

В общем случае положение деталей на освещенной части видимого диска планеты удобно определять относительно центра освещенной части диска. Рассмотрим видимый диск сферической планеты, освещенной Солнцем под произвольным фазовым углом Φ (рис. 1). Пусть O — геометрический центр видимого диска планеты, E — подсолнечная точка (полюс освещенности), C — центр освещенной части ее видимого диска, F — точка наименьшей освещенности диска, T — точка пересечения прямой OF с ортографическим терминатором (видимый центр ортографического терминатора), A и B — ортографические рога диска, дуга большого круга, проходящего через точки E , C , O , T и F — экватор интенсивности планеты. Проекция экватора интенсивности на картинную плоскость всегда представляет собой прямую линию, являющуюся видимым диаметром геометрического диска планеты (диаметр интенсивности). Если геометрический диск планеты освещен Солнцем не полностью, то на ее видимом диске наблюдается только освещенная часть диаметра интенсивности.

Расстояние на видимом диске измеряется в долях видимого радиуса r планеты, равного половине измеренного ее видимого диаметра. Если фазовый угол отличен от нуля, то край видимого диска планеты находится в ущербе, и видимый диаметр освещенной части диска, измеренный в разных направлениях, имеет различную величину. Осью симметрии освещенной части видимого диска сферической планеты является диаметр интенсивности.

Введем вспомогательную сферическую систему координат (λ, φ) на поверхности планеты, в которой за основную плоскость принята плоскость экватора интенсивности, а полюсами являются ортографические рога диска. Эта система координат аналогична фотометрической системе координат, применяемой для построения фотометрических карт планет [2, 6]. Началом координат вспомогательной системы, в отличие от фотометрической, является точка C , которая всегда находится на освещенной части видимого диска планеты. Дугу большого круга, проходящего через ортографические рога и точку C (средний меридиан освещенной части видимого диска), примем за начальный меридиан вспомогательной системы координат. Тогда положение каждой точки на поверхности освещенной части видимого диска планеты будет определяться широтой φ , отсчитываемой от экватора интенсивности, и долготой λ , отсчитываемой от среднего меридиана к западу планеты.

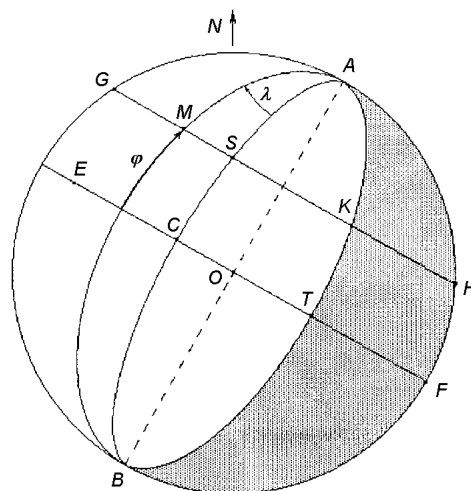


Рис. 1. Вспомогательная система координат (поперечная ортографическая проекция)

Отметим некоторые особенности рассматриваемой системы координат. Пусть точка M расположена на поверхности освещенной части видимого диска планеты. Поскольку вспомогательная система координат всегда наблюдается в поперечной ортографической проекции, то все параллели этой системы, как и экватор интенсивности, проектируются на картинную плоскость в виде прямых линий. На видимом диске планеты каждая параллель представляет собой хорду, параллельную диаметру интенсивности. Каждая точка среднего меридиана ACB всегда лежит на освещенной части видимого диска. Из свойств поперечной ортографической проекции также следует, что средний меридиан ACB освещенной части видимого диска всегда делит проекцию GK освещенной части параллели данной точки M на картинную плоскость пополам:

$$GS = SK = \frac{GK}{2}. \quad (9)$$

В работе [7] показано, что угол между плоскостью среднего меридиана ACB освещенной части видимого диска планеты и плоскостью меридиана AOB линии рогов равен фазовому смещению центра диска γ , определяемому по формуле

$$\sin\gamma = \sin^2\frac{\Phi}{2}. \quad (10)$$

Поскольку оба меридиана проходят через ортографические рога диска планеты, то они принадлежат вспомогательной системе сферических координат. Применение формулы (10) к поперечной ортографической проекции позволяет установить еще одну особенность среднего меридиана освещенной части видимого диска планеты. Если рассмотреть форму дуги эллипса проекции этого меридиана на картинную плоскость, то можно показать, что видимое сжатие α этого эллипса всегда будет равно фазе планеты k , определяемой по формуле

$$k = \cos^2\frac{\Phi}{2}, \quad (11)$$

а видимый эксцентриситет эллипса будет иметь значение

$$e = \cos\gamma.$$

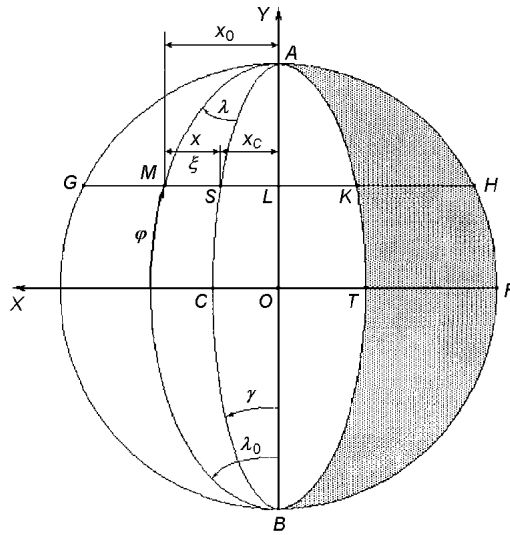
Найдем вспомогательные сферические координаты λ , φ точки M . Для этого введем систему прямоугольных координат x , y , лежащую в картинной плоскости (рис. 2). Начало координат этой системы лежит в центре геометрического диска планеты (в точке O), ось Y направлена к северному ортографическому рогу планеты, ось X направлена вдоль диаметра интенсивности к западу планеты (в сторону увеличения долготы λ).

Пусть r — видимый радиус планеты, λ_0 — долгота точки M , отсчитываемая от линии рогов, проходящей через точку O , γ — фазовое смещение центра диска планеты. Тогда долгота λ_0 всех точек поверхности планеты, находящихся в восточной половине ее видимого диска, всегда будет положительной, а в западной половине — отрицательной. Поскольку углы λ_0 и γ отсчитываются от одного и того же меридиана AOB в одинаковом направлении, то угол γ следует брать со знаком, определяемым по тому же правилу, что знак угла λ_0 . В этом случае выражение для фазового смещения центра диска планеты можно записать в виде

$$\sin\gamma = \pm \sin^2\frac{\Phi}{2} = \pm(1 - k). \quad (12)$$

Выбор знака в выражении (12) осуществляется по следующему прави-

Рис. 2. Координаты λ , φ точки на поверхности планеты



лу: верхний знак относится к случаю, когда освещена восточная часть видимого диска планеты, а нижний — когда освещена западная часть. Это правило знаков распространяется и далее, на все последующие выражения.

Введем на рис. 2 следующие обозначения: $MS = x$, $SL = x_c$, $ML = x_0 = x + x_c$. Тогда

$$y = r \sin \varphi. \quad (13)$$

Для координат x_0 и x_c запишем

$$x_0 = r \sin \lambda_0 \cos \varphi,$$

$$x_c = r \sin \gamma \cos \varphi,$$

отсюда получим

$$x = x_0 - x_c = r \cos \varphi (\sin \lambda_0 - \sin \gamma).$$

Пусть $f_0 = 2r \cos \varphi$ — длина проекции GH параллели на картинную плоскость, тогда

$$x = \frac{f_0}{2} (\sin \lambda_0 - \sin \gamma). \quad (14)$$

Фаза планеты k представляет собой долю освещенной части видимого диска планеты и определяется по формуле (11). Для сферической планеты фаза k может быть еще определена отношением

$$k = \frac{f}{f_0}, \quad (15)$$

где f — длина проекции GK освещенной части параллели на картинную плоскость.

Расстояние x отсчитывается от среднего меридиана ACB освещенной части видимого диска, вдоль параллели GK . Тогда с учетом установленного в выражении (12) правила знаков выражение (14) может быть записано в следующем виде:

$$x = \frac{1}{2} [f_0 \sin \lambda_0 \mp f_0 (1 - k)] = \frac{1}{2} [f_0 \sin \lambda_0 \mp (f_0 - kf_0)]. \quad (16)$$

Из выражения (15) следует, что $f = kf_0$, поэтому

$$x = \frac{1}{2} [f_0 \sin \lambda_0 \mp (f_0 - f)].$$

Отсюда получим уравнение

$$f_0 \sin \lambda_0 = 2x \pm (f_0 - f). \quad (17)$$

Видимые координаты (x, y) точки M выражаются в единицах видимого радиуса планеты r , т. е. в секундах дуги. Чтобы получить сферические координаты (λ, φ) деталей, видимых на освещенной части поверхности планеты, надо от их абсолютных координат x, y перейти к относительным ξ, η .

Поскольку, как следует из выражения (9), начало отсчета расстояния x всегда лежит точно на середине отрезка GK проекции освещенной части параллели на картинную плоскость, длина которого равна f , то для определения долготы λ удобно оценивать расстояние, измеряемое вдоль отрезка GK , в относительных единицах, равных половине длины этого отрезка. Поэтому введем относительное расстояние

$$\xi = 2x/f, \quad (18)$$

выраженное в долях половины длины проекции освещенной части параллели GK на картинную плоскость, отсчитываемое от среднего меридиана ACB вдоль параллели. Разделив обе части уравнения (17) на f и учитывая выражения (15) и (18), получим новое уравнение

$$\frac{1}{k} \sin \lambda_0 = \xi \pm \left(\frac{1}{k} - 1 \right). \quad (19)$$

Умножив обе части уравнения (19) на k , с учетом выражения (12) получим

$$\sin \lambda_0 = k\xi + \sin \gamma. \quad (20)$$

Долготу λ_0 можно выразить также через фазовый угол Φ . Подставив в формулу (20) выражения (11) и (12), получим

$$\sin \lambda_0 = \frac{1}{2} [\xi \pm 1 + (\xi \mp 1) \cos \Phi]. \quad (21)$$

Поскольку расстояние x всегда находится в интервале $-f/2 \leq x \leq f/2$, то относительное расстояние ξ может принимать значения в интервале $-1 \leq \xi \leq +1$. Если $\xi = 0$, то точка M расположена на среднем меридиане ACB освещенной части видимого диска. Действительно, из выражения (20) следует, что $\sin \lambda_0 = \sin \gamma$, т. е. $\lambda_0 = \gamma$. При $\xi = +1$ точка M находится на восточном лимбе, если освещена восточная часть видимого диска планеты, или на терминаторе, если освещена западная часть ее диска. В первом случае, подставив в формулу (20) выражения (11) и (12), получим $\sin \lambda_0 = +1$, т. е. $\lambda_0 = +90^\circ$ (лимб). Во втором случае, из выражения (21) следует, что $\sin \lambda_0 = \cos \Phi$, т. е. $\lambda_0 = 90^\circ - \Phi = -(\Phi - 90^\circ)$ (терминатор). При $\xi = -1$ точка M находится на терминаторе, если освещена восточная часть видимого диска планеты, или на западном лимбе, если освещена западная часть ее диска. В первом случае из выражения (21) следует, что $\sin \lambda_0 = -\cos \Phi$, т. е. $\lambda_0 = \Phi - 90^\circ$ (терминатор). Во втором случае, подставив в формулу (20) выражения (11) и (12), получим $\sin \lambda_0 = -1$, т. е. $\lambda_0 = -90^\circ$ (лимб).

Таким образом, относительное расстояние ξ можно рассматривать как координату, отсчитываемую от точки пересечения среднего меридиана ACB освещенной части видимого диска с параллелью GK вдоль этой параллели к западу планеты (или в восточном направлении по отношению к наблюдателю, находящемуся на поверхности Земли).

Из рис. 2 следует, что

$$\lambda_0 = \lambda + \gamma, \quad (22)$$

где γ вычисляется по формуле (12) с соответствующим знаком. Подставив в формулу (20) выражение (22), получим

$$\sin(\lambda + \gamma) = k\xi + \sin\gamma. \quad (23)$$

Из выражения (23) можно найти долготу λ точки M по ее координате ξ при заданном фазовом угле Φ (определяющем значения переменных k и γ).

Определим интервал возможных значений долготы λ . Для лимба $\lambda_0 = \pm 90^\circ$, следовательно, $\lambda + \gamma = \pm 90^\circ$, т. е. $\lambda = \pm 90^\circ - \gamma$. Для терминатора $\lambda_0 = \pm(\Phi - 90^\circ)$, поэтому $\lambda + \gamma = \pm(\Phi - 90^\circ)$, т. е. $\lambda = \pm(\Phi - 90^\circ) - \gamma$. Следовательно, значение долготы λ всегда находится в интервале

$$\pm(\Phi - 90^\circ) - \gamma \leq \lambda \leq \pm 90^\circ - \gamma. \quad (24)$$

Для нахождения широты φ точки M введем координату η , определяемую как

$$\eta = \frac{y}{r}. \quad (25)$$

Рассматриваемая система относительных координат ξ, η на картинной плоскости является криволинейной. Началом этой системы координат является точка C , осью абсцисс — диаметр интенсивности, а осью ординат — дуга эллипса проекции на картинную плоскость среднего меридиана освещенной части видимого диска планеты.

Подставив в (25) выражение (13), получим формулу для нахождения широты

$$\sin\varphi = \eta. \quad (26)$$

Таким образом, измерив относительные координаты ξ, η любой точки на изображении освещенной части видимого диска сферической планеты, с помощью формул (23) и (26) можно найти вспомогательные сферические координаты λ, φ этой точки на поверхности планеты.

ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ КООРДИНАТ

Чтобы найти погрешности $d\varphi$ и $d\lambda$, необходимо продифференцировать формулы (23) и (26). Учитывая, что условия освещенности видимого диска планеты остаются неизменными, получим

$$\cos(\lambda + \gamma)d\lambda = kd\xi,$$

$$\cos\varphi d\varphi = d\eta.$$

Продифференцировав выражение (20), также получим

$$\cos\lambda_0 d\lambda_0 = kd\xi.$$

Тогда погрешности определения вспомогательных координат равны

$$d\lambda_0 = k \frac{d\xi}{\cos\lambda_0}, \quad (27)$$

$$d\lambda = k \frac{d\xi}{\cos(\lambda + \gamma)}, \quad (28)$$

$$d\varphi = \frac{d\eta}{\cos\varphi}, \quad (29)$$

где $d\xi$ и $d\eta$ — абсолютные погрешности определения соответствующих координат. Продифференцировав выражение (22), получим $d\lambda_0 = d\lambda$.

Из формул (27)—(29) следует, что погрешности определения вспомогательных координат φ и λ увеличиваются с приближением к лимбу планеты. Это полностью соответствует рассмотренному выше характеру зависимости погрешности определения зенитного угла, выраженному формулой (4). Однако при рассмотрении формул (27) и (28) оказывается, что погрешность долготы уменьшается с уменьшением фазы k , т. е. с увеличением фазового угла. Если учесть, что при этом освещенная часть видимого диска планеты со всеми наблюдаемыми на ней деталями смещается к лимбу, то возникает парадокс: вместо ожидаемого увеличения погрешности определения долготы происходит ее уменьшение. В действительности, как следует из формул (27) и (28), здесь одновременно имеют место две противоположные зависимости: увеличение погрешности долготы вследствие приближения к лимбу и ее уменьшение вследствие уменьшения фазы. Анализ этих формул показывает, что в результате при больших фазовых углах преобладает уменьшение погрешности определения долготы.

Следует отметить, что уменьшение погрешности определения долготы с увеличением фазового угла является формальной зависимостью, так как при этом уменьшается длина освещенной части диаметра интенсивности и, как следует из выражения (24), уменьшается интервал возможных значений долготы λ . Однако для реальных объектов при увеличении фазового угла неопределенность определения терминатора (из-за уменьшения яркости к терминатору) сильно увеличивается, и тогда предложенный метод позволяет в некоторой степени компенсировать этот эффект.

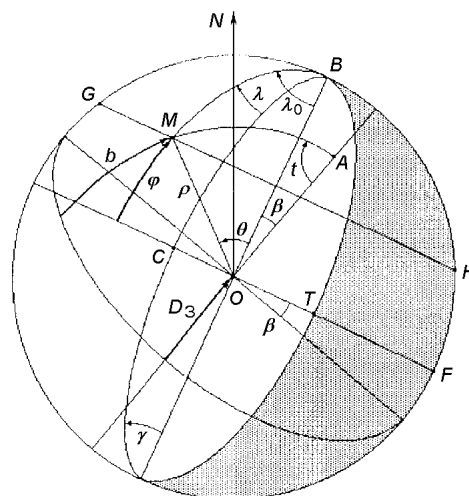
Поскольку в известных методах определения координат деталей альbedo на поверхности планеты, в частности в методе Бейера [3], погрешность определения долготы в планетоцентрических координатах увеличивается с увеличением фазового угла, то этот факт указывает на целесообразность применения предложенной вспомогательной системы координат при значительных фазовых углах.

ПЕРЕХОД ОТ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ КООРДИНАТ К ПЛАНЕТОЦЕНТРИЧЕСКИМ КООРДИНАТАМ

Теперь осуществим переход от вспомогательных сферических координат λ, φ к планетоцентрическим координатам l, b . Для этого рассмотрим проекцию видимого диска сферической планеты на картинную плоскость (рис. 3), на которой показаны обе системы координат: вспомогательная система координат λ, φ в поперечной ортографической проекции и планетоцентрическая система координат l, b в косоугольной ортографической проекции.

На рис. 3 обозначены: O — геометрический центр диска планеты, C — центр освещенной части ее видимого диска, A — северный полюс планеты, B — северный ортографический рог диска, F — точка наименьшей освещенности диска, ON — направление круга склонений на северный полюс мира, T — видимый центр ортографического терминатора (точка пересечения диаметра интенсивности с ортографическим терминатором планеты), M — произвольная точка на поверхности планеты. Угол AON равен углу положения P оси вращения планеты на геоцентрической небесной сфере, угол FON равен углу положения Q точки наименьшей освещенности диска [1]. Планетоцентрические координаты точки O известны и равны l_p, b_p , причем $b_p = D_3$. Планетоцентрические координаты точки C равны l_0, b_0 и определяются по методике [7]. Известны также координаты интенсивности λ, φ точки M , вычисленные по формулам (23) и (26). Необходимо найти планетоцентрические координаты l, b точки M .

Рис. 3. Система вспомогательных координат и система планетоцентрических координат



Пусть r — видимый радиус планеты. Обозначим $\angle OAM = t$, $\angle AOB = \beta$. Из рис. 3 следует, что эти углы могут быть выражены следующим образом:

$$t = l - l_p, \quad (30)$$

$$\beta = \mp 90^\circ + (P - Q). \quad (31)$$

Выбор знака в выражении (31) осуществляется согласно правилу знаков, аналогичному принятому в выражении (12), но примененному к планетоцентрической системе координат. Поскольку линия рогов (прямая OB) наклонена под углом β к направлению оси вращения планеты, то правило знаков получает новую, более строгую формулировку: верхний знак относится к случаю, когда $\sin(P - Q) > 0$, а нижний знак — когда $\sin(P - Q) < 0$.

Учитывая выражения (22) и (30), можно легко перейти от систем координат λ, φ и l, b к более удобным системам координат λ_0, φ и t, b соответственно. В этих системах координат долгота λ_0 отсчитывается от меридиана линии рогов в плоскости экватора интенсивности, а долгота t — от центрального меридиана, проходящего через геометрический центр видимого диска планеты в плоскости экватора планеты. Направления отсчета долгот λ_0 и t совпадают с направлением отсчета долгот λ и l соответственно.

Введем полярные координаты ρ, θ точки M , где ρ — угловое расстояние точки M от геометрического центра диска O , θ — позиционный угол точки M , отсчитываемый от прямой OB против часовой стрелки. Тогда для поперечной ортографической проекции системы координат (λ_0, φ) можно записать соотношения

$$\begin{aligned} \rho \sin \theta &= r \cos \varphi \sin \lambda_0, \\ \rho \cos \theta &= r \sin \varphi, \\ \rho \cos \psi &= r \cos \varphi \cos \lambda_0, \end{aligned} \quad (32)$$

где ψ — зенитный угол точки M , определяемый по формуле (3). Для косо́й ортографической проекции системы координат t, b имеем

$$\begin{aligned} \rho \sin(\theta - \beta) &= r \cos b \sin t, \\ \rho \cos(\theta - \beta) &= r(\sin b \cos D_3 - \cos b \sin D_3 \cos t), \\ \rho \cos \psi &= r(\sin b \sin D_3 + \cos b \cos D_3 \cos t). \end{aligned} \quad (33)$$

Учитывая, что

$$\sin(\theta - \beta) = \sin\theta\cos\beta - \cos\theta\sin\beta$$

$$\cos(\theta - \beta) = \cos\theta\cos\beta + \sin\theta\sin\beta,$$

из выражений (32) и (33) получим

$$\begin{aligned} r\cos\varphi\sin\lambda_0\cos\beta - r\sin\varphi\sin\beta &= r\cos b\sin t, \\ r\sin\varphi\cos\beta + r\cos\varphi\sin\lambda_0\sin\beta &= r(\sin b\cos D_3 - \cos b\sin D_3\cos t), \\ r\cos\varphi\cos\lambda_0 &= r(\sin b\sin D_3 + \cos b\cos D_3\cos t). \end{aligned} \quad (34)$$

Разделив левые и правые части уравнений (34) на r , получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \cos b\sin t &= \cos\varphi\sin\lambda_0\cos\beta - \sin\varphi\sin\beta, \\ \sin b\cos D_3 - \cos b\sin D_3\cos t &= \sin\varphi\cos\beta + \cos\varphi\sin\lambda_0\sin\beta, \\ \sin b\sin D_3 + \cos b\cos D_3\cos t &= \cos\varphi\cos\lambda_0. \end{aligned} \quad (35)$$

Решение системы уравнений (35) относительно неизвестных b и t позволяет получить следующие формулы:

$$\sin b = \sin\varphi\cos D_3\cos\beta + \cos\varphi(\cos\lambda_0\sin D_3 + \sin\lambda_0\cos D_3\sin\beta), \quad (36)$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{\cos\varphi\sin\lambda_0\cos\beta - \sin\varphi\sin\beta}{\cos\varphi\cos\lambda_0\cos D_3 - \sin D_3(\sin\varphi\cos\beta + \cos\varphi\sin\lambda_0\sin\beta)}, \quad (37)$$

где знаки числителя и знаменателя в выражении (37) совпадают со знаками $\sin t$ и $\cos t$ соответственно. Подставив в формулы (36) и (37) выражения (30) и (31) и учитывая, что

$$\sin\beta = \mp\cos(P - Q), \cos\beta = \pm\sin(P - Q),$$

получим окончательный результат для планетоцентрических координат:

$$\begin{aligned} \sin b &= \\ &= \pm\sin\varphi\cos D_3\sin(P - Q) + \cos\varphi[\cos\lambda_0\sin D_3 \mp \sin\lambda_0\cos D_3\cos(P - Q)], \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(l - l_p) &= \\ &= \frac{\pm[\cos\varphi\sin\lambda_0\sin(P - Q) + \sin\varphi\cos(P - Q)]}{\cos\varphi\cos\lambda_0\cos D_3 \mp \sin D_3[\sin\varphi\sin(P - Q) - \cos\varphi\sin\lambda_0\cos(P - Q)]}, \end{aligned} \quad (39)$$

где λ_0 определяется по формуле (22), а знаки числителя и знаменателя в формуле (39) совпадают со знаками $\sin(l - l_p)$ и $\cos(l - l_p)$ соответственно.

АНАЛИЗ ФОРМУЛ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЛАНЕТОЦЕНТРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ

Проанализируем полученные формулы (38) и (39). Если планета наблюдается с Земли в поперечной ортографической проекции ($D_3 = 0^\circ$), и экватор интенсивности совпадает с экватором планеты ($P - Q = \pm 90^\circ$), то $\sin b = \sin\varphi$, т. е. $b = \varphi$,

$$\operatorname{tg}(l - l_p) = \frac{\cos\varphi\sin\lambda_0}{\cos\varphi\cos\lambda_0} = \operatorname{tg}\lambda_0,$$

т. е. $l - l_p = \lambda_0$, или $l = \lambda_0$. В этом случае системы координат (λ_0, φ) и (l, b) совпадают.

Если точка M расположена в центре освещенной части видимого диска планеты, т. е. в точке C , то ее вспомогательные координаты $\varphi = 0$ и $\lambda = 0$.

В этом случае $\lambda_0 = \gamma$, тогда

$$\sin b = \cos \gamma \sin D_3 - \sin \gamma \cos D_3 \cos(P - Q), \quad (40)$$

$$\operatorname{tg}(l - l_p) = \frac{\sin \gamma \sin(P - Q)}{\cos \gamma \cos D_3 + \sin D_3 \sin \gamma \cos(P - Q)}, \quad (41)$$

где $\sin \gamma > 0$ вследствие правила знаков.

Сравнивая формулы (40) и (41) с формулами, выведенными в работе [7], получим

$$\sin b = \sin b_0, \operatorname{tg}(l - l_p) = \operatorname{tg} \Delta l_\Phi,$$

где $\Delta l_\Phi = l - l_p$ — поправка за фазу к долготе центрального меридиана. Отсюда $b = b_0$, $l = l_p + \Delta l_\Phi = l_0$. Следовательно, планетоцентрические координаты точки M в данном случае равны планетоцентрическим координатам (l_0, b_0) центра освещенной части видимого диска планеты (точки C).

Рассмотренные частные случаи позволяют проверить правильность формул (38) и (39). Кроме того, выражения (40) и (41) означают, что формулы для вычисления планетоцентрических координат центра освещенной части видимого диска планеты, выведенные в работе [7], могут быть непосредственно получены из формул (38) и (39) как частный случай.

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛАНЕТОЦЕНТРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К СОСТАВЛЕНИЮ КАРТ ДЕТАЛЕЙ АЛЬБЕДО НА ПОВЕРХНОСТИ СФЕРИЧЕСКОЙ ПЛАНЕТЫ

Если имеется изображение сферической планеты, и из физических эфемерид планеты известны величины Φ , D_3 , P , Q и l_p , то алгоритм определения планетоцентрических координат любой точки на изображении освещенной части ее видимого диска строится по следующей схеме.

1. По видимому радиусу диска планеты и разрешающей способности прибора вычисляется максимально допустимое значение зенитного угла ψ_m . На поверхности планеты определяется область возможного определения координат деталей.

2. Если $\Phi = 0$, то в пределах области возможного определения координат деталей определяются планетоцентрические координаты b и l точек поверхности планеты по формулам (1) и (2) соответственно. В противном случае следует перейти к следующим пунктам алгоритма.

3. В соответствии с теоретическим значением фазы k , вычисленным по формуле (11), на изображении планеты определяется положение центра освещенной части ее видимого диска и связанная с этой точкой вспомогательная система координат λ, φ .

4. Измеряются относительные расстояния ξ и η точек поверхности планеты от среднего меридиана освещенной части видимого диска и от экватора интенсивности соответственно.

5. По измеренным относительным координатам ξ, η определяются вспомогательные сферические координаты λ, φ с помощью формул (23) и (26).

6. По вспомогательным координатам λ, φ определяются планетоцентрические координаты l, b точек поверхности планеты с помощью формул (38) и (39) в пределах области возможного определения координат деталей.

Данный алгоритм применим к составлению карт деталей альбедо поверхностей небесных тел Солнечной системы, форма которых близка к сферической. Это большие планеты земной группы, некоторые малые планеты и крупные спутники больших планет.

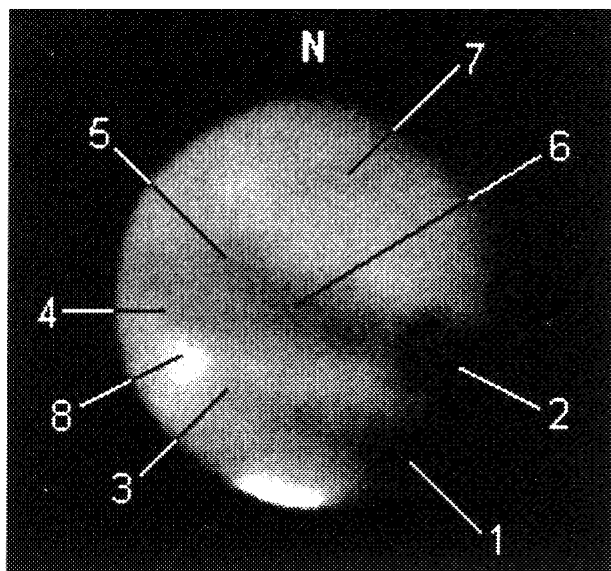


Рис. 4. Изображение видимого диска Марса, используемое для проверки алгоритма определения планетоцентрических координат деталей на его поверхности (стрелками отмечены основные детали на видимом диске)

Для проверки алгоритма определялись планетоцентрические координаты некоторых деталей альbedo на поверхности Марса по его изображениям, полученным при наземных визуальных и фотографических наблюдениях. Обработывались рисунки и фотографии видимого диска Марса из наблюдений, выполненных в различные годы (с 1956 г. по 1997 г.) различными наблюдателями на разных телескопах. Для обработки отбирались только те изображения планеты, которые были получены при значительных фазовых углах. В результате исследования, проведенного с помощью пакета программ [10] для различных противостояний Марса, установлено, что за 10 сут до или после момента противостояния фазовый угол Φ принимает значение около 8.5° , а для великих (перигелийных) противостояний — около 10° . Поэтому для отбора изображений Марса был применен более строгий критерий: $\Phi \geq \Phi_m$, где предельное значение фазового угла Φ_m принималось равным 10° . Для всех изображений принималось предельно допустимое значение частного масштаба $\mu_m = 0.2$.

Одно из исследуемых изображений видимого диска Марса показано на рис. 4. Это изображение, взятое из работы [8] (фото 18a), было получено при фотографических наблюдениях (наблюдатель А. Дольфюс). Наблюдение проводилось 15 августа 1956 г. в $1^{\text{h}}34^{\text{m}}$ по всемирному времени (рефрактор 60 см, разрешающая способность $0.2''$).

Физические эфемериды Марса на момент наблюдения, вычисленные по программам пакета [10], следующие: $r = 11.3''$, $\Phi = 22.76^\circ$, $k = 0.961$, $D_3 = -20.7^\circ$, $P = 335.9^\circ$, $Q = 256.3^\circ$, $l_p = 198.8^\circ$. В процессе алгоритма вычислены величины $\psi_m = 78.5^\circ$ и $\gamma = +2.2^\circ$.

Координаты деталей на поверхности планеты, найденные в результате применения алгоритма, представлены в таблице.

Планетоцентрические координаты основных деталей на изображениях видимого диска Марса, полученные на конечном этапе рассматриваемого алгоритма, сравнивались с координатами этих же деталей, снятыми с карты соответствующей эпохи. Так, например, для рис. 4 применялась карта Г. де Моттони [4], принятая на X конгрессе МАС в 1958 г. Установлено, что для большинства изображений координаты деталей, найденные внутри области возможного определения координат, совпадают с их координатами, снятыми с карты, с точностью до погрешностей исходных изображений и карты.

Координаты деталей на поверхности Марса, найденные в результате применения алгоритма

Деталь	ξ	η	λ_0 , град	φ , град	l , град	b , град	Название региона на карте
1	-0.70	-0.75	-39.3	-48.6	132.9	-53.1	Aonius Sinus, Icaria, Phaethontis
2	-0.65	-0.25	-35.9	-14.5	157.4	-24.3	Mare Sirenum
3	+0.50	-0.55	+31.3	-33.4	234.9	-56.3	Mare Chronium
4	+0.75	-0.15	+49.4	-8.6	253.6	-29.5	Mare Tyrrhenum
5	+0.40	+0.15	+25.0	+8.6	225.7	-14.4	Cyclopaia
6	+0.15	-0.05	+10.5	-2.9	209.7	-25.1	Mare Cimmerium
7	-0.20	+0.65	-8.8	+40.5	199.0	+20.6	Trivium Charontis
8	+0.65	-0.35	+41.6	-20.5	246.8	-42.4	Ausonia

Несоответствие координат отдельных деталей, имеющих на некоторых изображениях планеты, координатам карты может быть обусловлено сезонными изменениями на поверхности Марса, а также процессами, происходящими в его атмосфере. Для рисунков Марса указанное несоответствие может быть обусловлено еще и субъективными ошибками наблюдателей при зарисовках.

Кроме изображений Марса, полученных из наблюдений, для проверки алгоритма применялись также компьютерные модели изображений его видимого диска. Для создания такой модели на экране компьютера строилось векторное изображение карты поверхности Марса, которое с помощью одной из программ пакета [10] преобразовывалось в ортографическую проекцию по заданным значениям D_3 и l_p с ортографическим терминатором и ущербом на диске, соответствующем фазе k планеты при заданных углах Φ , P и Q . Применение рассматриваемого алгоритма к полученной компьютерной модели позволило определить планетоцентрические координаты деталей, совпадающие с координатами их на карте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты, полученные в данной работе, позволяют сделать следующие выводы.

1. Установлены границы области возможного определения координат деталей альbedo на поверхности планеты по ее изображению, обусловленные допустимыми искажениями масштаба и разрешающей способностью оптического прибора.

2. Предложен новый метод определения планетоцентрических координат деталей на видимом диске сферической планеты при различных условиях ее освещенности, позволяющий исключить влияние фазы.

3. Введена вспомогательная сферическая система координат на поверхности планеты, позволяющая определить положения деталей на освещенной части ее видимого диска при любых значениях фазового угла. Для долготы в этой системе координат определены границы интервала ее возможных значений.

4. Найденны формулы для вычисления погрешностей определения вспомогательных сферических координат и на основе их анализа установлено, что применение этой системы координат является целесообразным при значительных фазовых углах.

5. Получены формулы, позволяющие определить экваториальные планетоцентрические координаты точки на поверхности планеты по ее вспомогательным сферическим координатам.

6. Показано, что формулы для определения планетоцентрических координат центра освещенной части видимого диска сферической планеты

являются частным случаем формул перехода от вспомогательных сферических координат к планетоцентрическим координатам, полученным в данной работе.

Автор благодарит Л. А. Акимова, Ю. В. Александрова, Д. Ф. Лупишко, В. В. Корохина за участие в обсуждении материалов и полезные замечания.

1. *Абалакин В. К.* Основы эфемеридной астрономии. — М.: Наука, 1979.—448 с.
2. *Александров Ю. В., Лупишко Д. Ф., Лупишко Т. А.* Абсолютная фотометрия Марса в 1971, 1973, 1975 годах. — Харьков: Вища шк., 1977.—126 с.
3. *Барабашов Н. П.* Инструкция для наблюдений Марса. — М.: Изд-во АН СССР, 1956.—19 с.
4. *Бронштэн В. А.* Инструкция для наблюдения планет. — М.: Изд-во АН СССР, 1961.—34 с.
5. *Вахрамеева Л. А., Бугаевский Л. М., Казакова З. Л.* Математическая картография. — М.: Недра, 1986.—286 с.
6. *Гайдук А. Р., Ибрагимов Н. Б., Коваль И. К.* Фотометрические характеристики Марса по данным фотографических наблюдений в период великого противостояния 1971 г. — Киев: Наук. думка, 1975.—128 с.
7. *Михальчук В. В.* Определение планетоцентрических координат центра освещенной части видимого диска сферической планеты // *Астрон. вестн.*—2001.—35, № 1.—С. 89—96.
8. *Планеты и спутники* / Под ред. В. И. Мороза. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963.—520 с.
9. *Шаронов В. В.* Природа планет. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1958.—С. 156—165.
10. *Mikhailchuk V. V.* Elaboration of the batch of the programs for celestial mechanics for the computation of the astronomical ephemeris // *Odessa Astron. Publ.*—2001.—14.—P. 261—264.

Поступила в редакцию 22.09.03