

УДК 523.942

М. І. Стоділка

Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету ім. Івана Франка
79005, Львів, вул. Кирила і Мефодія, 8

Тихонівські стабілізатори в інверсних задачах спектральних досліджень

Результати відтворення стратифікацій параметрів моделі атмосфери Сонця чи зорі за профілями фраунгоферових ліній залежать від початкових прикидок; для розв'язків характерні суттєві осциляції. В роботі запропоновано конкретні тихонівські стабілізатори, внесення яких у відповідну цільову функцію дозволяє значно зменшити залежність відтворюваних параметрів від початкових прикидок, практично усунути осциляції розв'язків та отримувати напівемпіричні ЛТР- і не-ЛТР-моделі неоднорідностей, зокрема сонячної грануляції. За профілями з високим просторовим розділенням отримано стратифікацію температури в гранулах та міжгранулах; показано, що на висотах 50—180 км має місце перша інверсія температури в сонячній грануляції.

ТИХОНОВСКИЕ СТАБИЛИЗАТОРЫ В ИНВЕРСНЫХ ЗАДАЧАХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, Стодилка М. И. — Результаты воспроизведения стратификации параметров модели атмосферы Солнца или звезды по профилям фраунгоферовых линий зависят от начальных прикидок; для решений характерны существенные осцилляции. В работе предложено конкретные тихоновские стабилизаторы, внедрение которых в соответствующую целевую функцию позволяет существенно уменьшить зависимость воспроизводимых параметров от начальных прикидок, практически устранить осцилляции решений и получать полуэмпирические ЛТР- и не-ЛТР-модели неоднородностей, в частности солнечной грануляции. По профилям с высоким пространственным разрешением получена стратификация температуры в гранулах и межгранулах; показано, что на высотах 50—180 км имеет место первая инверсия температуры в солнечной грануляции.

TIKHONOV STABILIZERS IN INVERSE PROBLEMS OF SPECTRAL STUDIES, by Stodilka M. I. — Results of the reproduction of parameter stratification in the solar or a star atmosphere models, which are based on Fraunhofer line profiles, depend on starting guesses. Solutions feature substantial oscillations. We suggest specific Tikhonov stabilizers substitution of which into a corresponding merit function enables one to decrease substantially the dependence of the reproduced parameters on the starting guesses, to

eliminate practically solution oscillations and to obtain both LTE and non-LTE semiempirical models of inhomogeneities including those of the solar granulation. Based on profiles with a high spatial resolution, the temperature stratification in granules and intergranules was obtained. It is shown that the first temperature inversion in the solar granulation occurs at heights of 50 to 180 km.

ВСТУП

Інверсні методи відтворюють стратифікацію параметрів досліджуваних об'єктів шляхом підгонки експериментальних та синтезованих даних і дозволяють отримувати напівемпіричні моделі атмосфери Сонця чи зорі, а при наявності профілів ліній з високим просторовим розділенням — моделі неоднорідностей. Інверсні методи дозволяють закладати в них різні механізми утворення ліній, що дає можливість відтворювати спостережувані особливості спектрів, їхню тонку структуру тощо. Інтенсивного розвитку вони набули після того, як було запропоновано оригінальний метод [10] дослідження атмосфери Сонця за профілями Стокса (в наближенні ЛТР). Розроблена стратегія була розвинута в роботах [11], де пропонується інверсний не-ЛТР-метод для спектральних ліній, та [12], де цей метод розширено для нерівноважного перенесення поляризованого випромінювання. Розроблені методи успішно застосовувались для вивчення сонячних плям, грануляції, осциляцій Сонця, коливань в сонячних плямах, дослідження розподілу магнітного поля та хімічного складу на поверхні зорі. В роботі [9] для відтворення сонячної грануляції використано двовимірні спектральні дані.

В роботі Теплицької та ін. [13] шляхом інверсії профілів ліній заліза з низьким просторовим розділенням було отримано багатокomпонентні ЛТР-моделі сонячної грануляції [3—5]. Вони подають сонячну атмосферу як суміш середніх моделей гранули та міжгранули з відповідним факторним заповненням. Якщо в роботі [3] використано лише сім ліній Fe I, то в роботі [4] — 22 лінії; крім цього, враховувались уточнені значення сил осциляторів, квантово-механічне формування ударного розширення; використовувалась двохкомпонентна модель, що відтворює спостережувані зсуви ліній Fe I, їхні еквівалентні ширини та ін.

Однак результати відтворення залежать від початкових прикидок [4]. Так, згідно з [4] похибка відтворюваної температури у верхній фотосфері порядку декількох тисяч градусів (при великій кількості досліджуваних ліній); ця похибка обумовлена осциляціями розв'язків та його залежністю від стартових значень параметрів моделі. В роботі [5] запропоновано доповнювати стандартну цільову функцію виразом (регуляризація розв'язку), що забезпечує гладкість розв'язку, зменшує його осциляції та розкид; похибка відтворення температури у верхній фотосфері становить 500 K (самих стабілізаторів в [5] не приведено). Це дозволяє отримати достовірнішу картину сонячної грануляції: стратифікацію температури, поле швидкостей тощо.

Оскільки процедура регуляризації зменшує осциляції розв'язків, варто дослідити її вплив на: 1) чутливість розв'язків до початкових прикидок — стартових значень параметрів, з яких починає працювати інверсний код; 2) збіжність ітерацій інверсних не-ЛТР-алгоритмів.

Нижче ми розглядаємо вплив тихонівських стабілізаторів на результати відтворення параметрів моделі атмосфери Сонця і показуємо, що тихонівські стабілізатори радикально покращують збіжність ітераційної процедури при розв'язуванні інверсної не-ЛТР-задачі.

ОСНОВИ МЕТОДУ

Інверсна задача належить до числа некоректних задач, оскільки існує ціла множина можливих розв'язків.

В даній задачі розв'язки визначають з умови близькості експериментальних та теоретичних профілів, обчислених в рамках моделі, що ітераційно уточнюється. Для оцінки близькості вводять цільову функцію

$$\chi^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^M (I_i^{\text{obs}} - \tilde{I}_{1,i})^2 / \sigma_i^2,$$

де ν — число ступенів вільності, σ — деякі вагові множники, I_i^{obs} та $\tilde{I}_{1,i}$ — спостережувана та обчислена інтенсивності лінії для i -ї частоти.

Нехай $S(x)$ — тихонівський стабілізатор [1]. Це вираз, який враховує апіорну інформацію про розв'язок x — безрозмірний параметр моделі: тип залежності, фізику процесу, сукупність певних обмежень і т. п. Будемо мінімізувати вираз

$$\chi_{\text{reg}}^2 = \chi^2 + \alpha S(x),$$

де параметр регуляризації α визначається різними способами: а) за похибкою спостережень; б) за ентропією; в) із залежності розв'язку від α . Ми будемо визначати α з умови незалежності розв'язків від початкових прикидок та відсутності осциляцій розв'язків.

Стабілізатор легко записати, коли відомо (наближено) порядок поліноміальної залежності відтворюваного параметра [8]. Якщо залежність параметра x від висоти h — поліном n -го порядку, то його $n + 1$ -ша похідна рівна нулеві (стабілізатор n -го порядку). Оскільки насправді така умова виконується лише наближено, то часто для $S(x)$ використовують вираз

$$S_1(x) = \int_0^z [x^{(n+1)}(h)]^2 dh.$$

Записаний вираз — інтеграл по висоті від квадрата $(n + 1)$ -ї похідної параметра x . Це стабілізатор першого типу, який зменшує осциляції розв'язків, але слід мати на увазі, що при великих n сам стабілізатор може породжувати осциляції. Якщо \mathbf{B} — матриця, що задає кінцево-різницеve представлення похідної, то

$$S_1 = (\mathbf{Bx})^T \mathbf{Bx} = \mathbf{x}^T \mathbf{B}^T \mathbf{Bx} = \mathbf{x}^T \mathbf{Hx}. \tag{1}$$

У випадку передбачуваної лінійної залежності

$$\mathbf{B}(n - 2, n) = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix};$$

для параболічної залежності

$$\mathbf{B}(n - 3, n) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

і т. д.; тут n — число точок по глибині атмосфери.

Розкладемо вираз (1) в ряд Тейлора, вважаючи, що $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}$, і обмежувачись другим порядком:

$$\chi_{\text{reg}}^2(\mathbf{x}) = \chi^2(\mathbf{x}_0) + \nabla^T \chi^2(\mathbf{x}_0) \delta\mathbf{x} + \frac{1}{2} \delta\mathbf{x}^T \mathbf{D} \delta\mathbf{x} + \alpha \mathbf{x}_0^T \mathbf{Hx}_0 + 2\alpha \mathbf{x}_0^T \mathbf{H} \delta\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}^T \mathbf{H} \delta\mathbf{x}.$$

В наших позначеннях \mathbf{D} — матриця Гессе, що визначається другими похідними χ^2 .

Оскільки в точці екстремуму перша похідна рівна нулеві, то

$$\delta \mathbf{x} = - \frac{\nabla \chi^2(\mathbf{x}_0) + 2\alpha \mathbf{H} \mathbf{x}_0}{\mathbf{D}(\mathbf{x}_0) + 2\alpha \mathbf{H}}. \quad (2)$$

Як бачимо, внесення стабілізатора в цільову функцію дещо видозмінює основне рівняння інверсної задачі:

$$\delta \mathbf{x} = - \nabla \chi^2 / \mathbf{D}.$$

Зазначимо, що при $\alpha \rightarrow \infty$ згідно з (2) $\delta \mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}_0$, а отже, $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \delta \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{0}$. Тобто, при великих α цільова функція визначається тільки стабілізатором, і розв'язок стає тривіальним.

При $\mathbf{H} = \mathbf{I}$ отримуємо стабілізатор другого типу, що накладає обмеження на розбаланс розв'язку:

$$S_2(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}})^T (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}),$$

де $\tilde{\mathbf{x}}$ — стратифікація параметра \mathbf{x} згідно з відомою моделлю, наприклад VALC. Такий стабілізатор протидіє розхитуванню розв'язків: додатково «притискає» їх до $\tilde{\mathbf{x}}$ в областях, де цільова функція не чутлива до збурень параметра \mathbf{x} , що значно покращує збіжність ітераційної не-ЛТР-процедури. На практиці ми шукаємо такі розв'язки, які мінімізують як χ^2 , так і S одночасно, а параметр регуляризації дозволяє змінювати їхній відносний вклад.

Стабілізатори типу S_2 знаходять своє застосування в інверсних не-ЛТР-задачах; без них важко обійтись, зокрема при не-ЛТР-дослідженні атмосфери зорі за фотосферними лініями. При таких дослідженнях не можна обмежуватись тільки фотосферними шарами атмосфери (так чинять при ЛТР-дослідженнях), оскільки відкидання нижньої хромосфери призводить до завищеного відтоку фотонів з області температурного мінімуму. В такому випадку необхідно мати додатково профілі хромосферних ліній (хоча б одну). При відсутності останніх тихонівський стабілізатор типу S_2 забезпечить по мірі зменшення в вищих шарах атмосфери чутливості фотосферних ліній до параметра \mathbf{x} , плавний перехід до моделі незбуреної атмосфери ($\tilde{\mathbf{x}}$). Ми вважаємо, що у верхніх шарах, про фізичний стан яких ми не маємо можливості отримати інформацію, умови близькі чи збігаються з моделлю незбуреної атмосфери. Такий підхід реальніший, ніж пошук моделей з використанням фіксованих не-ЛТР-параметрів, отриманих в рамках моделі незбуреної атмосфери.

Отже, при дослідженні будемо використовувати суму двох тихонівських стабілізаторів обох типів (1), (3): $\alpha_1 S_1(\mathbf{x}) + \alpha_2 S_2(\mathbf{x})$, що зменшує флуктуації розв'язків та забезпечує їхній плавний перехід до моделі незбуреної атмосфери у верхніх шарах, де цільова функція нечутлива до \mathbf{x} .

При наявності нормального коду інверсної процедури легко підібрати відповідні параметри регуляризації α_1 , α_2 . Зазначимо, що розв'язки плавно залежать від параметрів регуляризації, причому сама залежність не є сильною.

ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Для дослідження ми вибрали три лінії нейтрального заліза: дві слабкі лінії λ 671.032 нм, λ 670.357 нм та помірну лінію λ 649.494 нм, еквівалентні ширини яких $W = 1.24$, 4.33 та 16.2 пм. Ці лінії дозволяють вивчати стратифікацію параметрів фотосфери Сонця. Профілі цих ліній було обчис-

лено в рамках моделі VAL [14] в ЛТР-наближенні з швидкістю вздовж променя V_{los} , що лінійно зменшується з висотою. Такі асиметричні профілі були використані як вхідні для інверсної задачі; шумового компонента у профілі не вводили; згідно з роботами [11, 12] інверсні коди успішно працюють і в реальних умовах (при наявності шуму у вхідних даних); а введення стабілізаторів забезпечує кращу стійкість інверсної процедури. Наш інверсний код описано в роботі [2]; в цьому коді застосовано модифіковані функції відгуку, для представлення яких використано метод коротких характеристик з лінійною інтерполяцією, що додатково відфільтровує високочастотний шумовий компонент.

Результати ЛТР-відтворення температури та швидкості вздовж променя зору, отримані за допомогою (2), представлені на рис. 1. Параметри регуляризації α_1 змінювались в межах від 0 (без регуляризації) до 10, $\alpha_2 = 0$. При виборі стабілізаторів вважали, що температурна залежність описується поліномом третього порядку, а швидкість — поліномом першого порядку. Збільшення порядку полінома слабо впливає на отримані результати. Зазначимо, що використання стабілізатора S_1 не обов'язково забезпечує відтворення саме параболічної чи лінійної залежності; адже ж цільова функція χ^2 визначається ще й спостережуваними профілями, в яких закладені реальні стратифікації параметрів моделі. Роботу алгоритму ми ініціалізували при різних значеннях параметрів, постійних по всій висоті: $T_0 = 4500, 5500, 6000$ К та швидкостей: $V_{\text{micro}} = 0.5, 1$ км/с; $V_{\text{los}} = 0, 1, 2$ км/с. Як бачимо, введення тихонівського стабілізатора S_1 практично забирає осциляції розв'язків (рис. 1); це стосується як температури, так і швидкості V_{los} . При відсутності стабілізатора ($\alpha_1 = 0$) осциляції досить помітні: $\Delta T \approx 200$ К, $\Delta V \approx 0.2$ км/с — в центральній частині фотосфери, в нижній та верхній фотосфері похибка більша. У міру збільшення α_1 амплітуда осциляцій зменшується: осциляції температури зникають при $\alpha_1 \approx 10$, а швидкості — при $\alpha_1 \approx 0.1$. Відтворення температури та поля швидкостей проводили одночасно.

Тихонівські стабілізатори виду S_1 забезпечують стійкість розв'язків до початкових прикидок, що підвищує достовірність відтворюваних даних. Це видно з рис. 2, на якому показано відтворювану стратифікацію швидкості при $\alpha_1 = 0.1$ для різних початкових прикидок T_0 і V_0 , тобто таких початкових значеннях температури та швидкості V_{los} , постійних по всій атмосфері, при яких починає працювати інверсний код; якщо за початкові значення взяти одну із моделей атмосфери, то розкид точок буде меншим. Вищезгадана стійкість має місце для $0 < h < 400$ км; на цьому інтервалі похибка швидкості не перевищує 0.05 км/с. При $h > 400$ км поведінка розв'язку залежить від початкових прикидок, що зв'язано із зменшенням чутливості ліній до параметрів моделі у верхніх шарах атмосфери. Для температури картина аналогічна. Таким чином, тихонівські стабілізатори зменшують осциляції розв'язків і разом з тим їхню чутливість до початкових прикидок. При відсутності стабілізатора ($\alpha_1 = 0$) ефективність відтворення суттєво погіршується: збільшується похибка у верхній та нижній фотосфері, особливо поля швидкостей. Чутливість результатів інверсії (без застосування стабілізаторів) до початкових прикидок досліджувалась у роботі [2].

Додаткове введення стабілізатора S_2 зменшує розбаланс розв'язків на висотах $h < 400$ км і забезпечує в нижній хромосфері плавний перехід до стратифікації параметра згідно з вибраною моделлю. Використовувати лише стабілізатор S_2 недоцільно, оскільки він зменшує осциляції за рахунок притискання розв'язків до відомої стратифікації $\tilde{x}(h)$; так що при великих

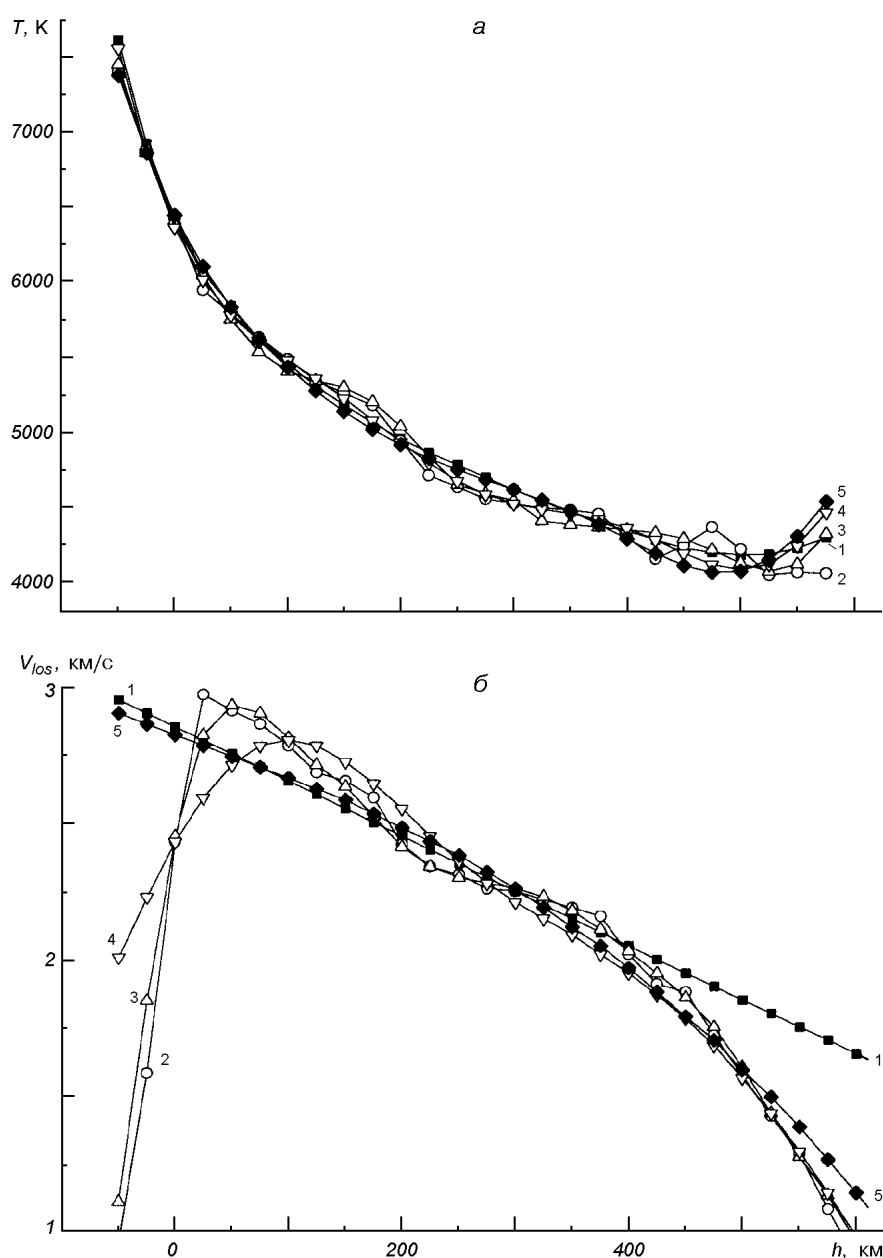
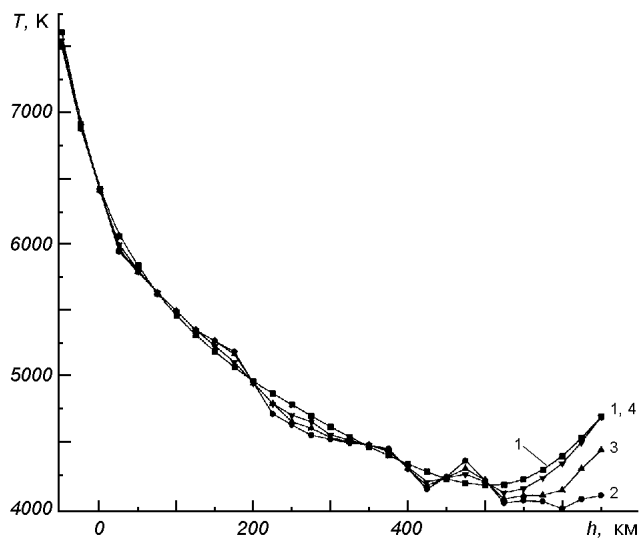
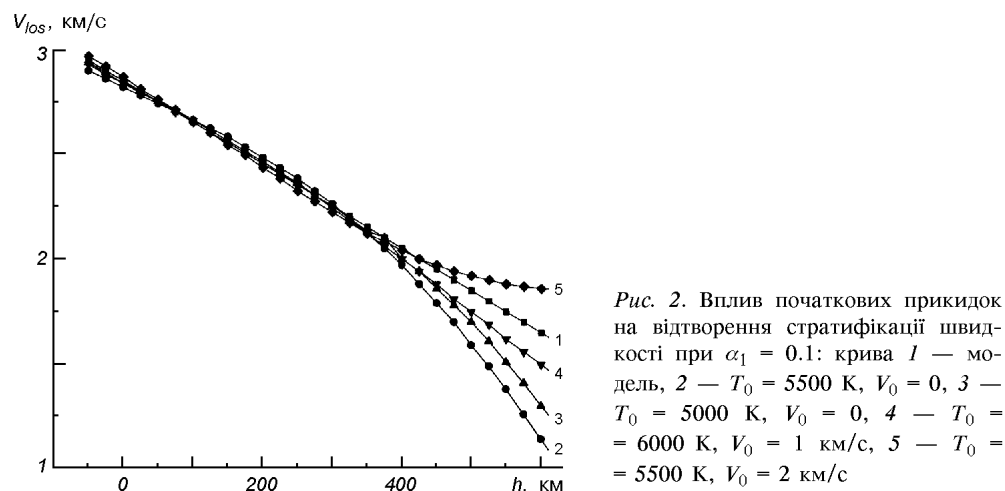


Рис. 1. Вплив параметра регуляризації α_1 на відтворення стратифікації: а — температури (крива 1 — модель, 2 — $\alpha_1 = 0$, 3 — $\alpha_1 = 0.01$, 4 — $\alpha_1 = 1$, 5 — $\alpha_1 = 10$); б — швидкості (крива 1 — модель, 2 — $\alpha_1 = 0$, 3 — $\alpha_1 = 0.0001$, 4 — $\alpha_1 = 0.01$, 5 — $\alpha_1 = 0.1$)

значеннях α_2 губляться індивідуальні особливості неоднорідностей — відтворені параметри будуть близькими до \tilde{x} . Вплив стабілізатора S_2 на результати відтворення показано на рис. 3. Як показують результати тестування, при $\alpha_2 \approx 0.1$ маємо поряд із зменшенням амплітуди осциляцій плавний перехід у вищих шарах до моделі незбуреної атмосфери.

Ми розглянули роботу інверсного коду в екстремальних умовах (стартові значення параметрів моделі далекі від істинних). Звичайно за умови



стійкості алгоритму з метою зменшення числа ітераційних циклів варто виходити з умов існуючої моделі, яка ітераційно уточнюватиметься.

Подивимось, як працюють тихонівські стабілізатори в реальних задачах, наприклад при дослідженні сонячної грануляції. Ми використали результати спостережень сонячної грануляції (з високим просторовим розділенням) в лінії λ 532.4185 нм, отримані Н. Г. Щукіною на 70-см вакуумному телескопі на о. Tenerife. Область утворення цієї лінії простягається від нижньої фотосфери до температурного мінімуму [7].

Інверсію лінії λ 532.4185 нм ми проводили при різних початкових прикидках, як для тестової задачі; при відтворенні температури в стабілізатор S_2 ми ввели температурну стратифікацію згідно з моделлю VALC (параметр \tilde{x}).

Згідно з нашими дослідженнями при вивченні сонячної грануляції найкраще узгодження профілів досягається за умови використання стабілі-

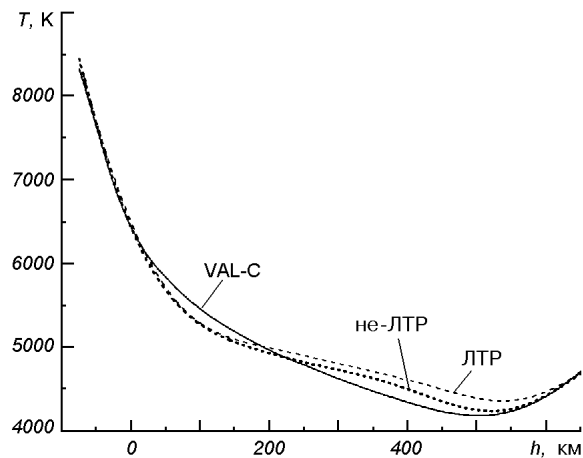


Рис. 4. Відтворена температурна стратифікація в центрі гранули при ЛТР- та не-ЛТР-наближеннях

затора другого чи третього порядків (для температури та швидкості). Стабілізатори вищих порядків ($n > 5$) застосовувати недоцільно, бо вони самі породжують осциляції.

При не-ЛТР-дослідженні сонячної грануляції слід використовувати стабілізатори виду S_1 та S_2 одночасно. Другий стабілізатор зменшує флуктуації розв'язків та забезпечує їхню додаткову стійкість в нижній хромосфері шляхом плавного переходу до моделі незбуреної атмосфери, що таким чином дещо розширює інтервал відтворюваних шарів атмосфери. При відтворенні ми використали значення параметрів регуляризації, підібрані на тестових задачах.

На рис. 4 показано отриману стратифікацію температури в центрі однієї з гранул; суцільна лінія відповідає моделі спокійного Сонця VAL, штрихова — ЛТР-стратифікації температури, точки — не-ЛТР. В нижній фотосфері температура в цій гранулі приблизно на 100 K вища за температуру незбуреної атмосфери, у верхній фотосфері різниця температур становить 300 K. Тут чутливість досліджуваної лінії до температури менша; крім цього, проявляються відхилення від ЛТР. Не-ЛТР-ефекти проявляються в шарах $h > 200$ км; із збільшенням висоти їхній вплив збільшується. Однак в нижній хромосфері ($h > 500$ км) лінія не чутлива до збурень температури, і мінімум цільової функції визначається в основному стабілізатором, за рахунок чого ЛТР- і не-ЛТР-результати при $h > 600$ км збігаються з моделлю VALC. Врахування ефектів відхилення від ЛТР призводить до зменшення температури моделі приблизно на 200 K в області температурного мінімуму. У верхніх шарах атмосфери $h > 500$ км має місце плавний перехід температури до моделі незбуреної атмосфери.

Крім того, стабілізатори виду S_2 знімають проблему збіжності в інверсній не-ЛТР-задачі. Справді, при відсутності S_2 у верхніх шарах атмосфери виникають флуктуації температури, які відображаються на не-ЛТР-коефіцієнтах проміжної моделі, які використовуються в наступному кроці інверсної процедури. При нерівноважному перенесенні випромінювання згадані флуктуації відчутні в нижчих шарах. Оскільки кінцева модель отримується шляхом ітераційного уточнення, то збурення, що виникли у верхніх шарах, поступово проникають у нижні шари, внаслідок чого збіжність погіршується або ж її взагалі немає.

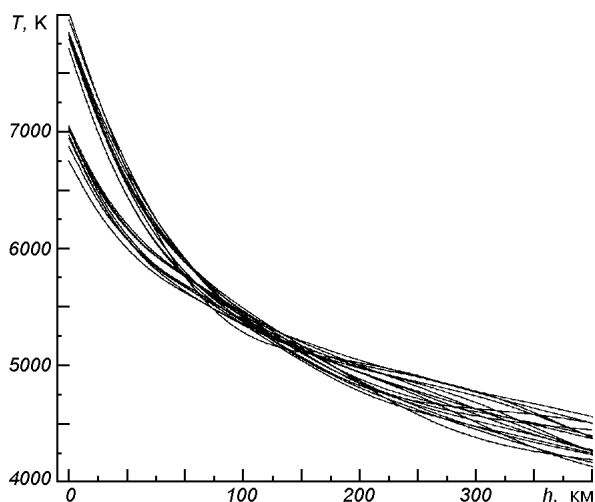


Рис. 5. Температурна стратифікація в гранулах та міжгранулах

При наявності стабілізатора S_2 для досягнення максимальної відносної похибки 0.1 % досить п'яти-шести ітераційних циклів (цикл включає розрахунок не-ЛТР-коефіцієнтів та знаходження параметрів моделі за заданими не-ЛТР-коефіцієнтами).

Відтворена не-ЛТР-стратифікація температури в гранулах та міжгранулах показана на рис. 5. Ми вибрали вісім найяскравіших гранул та дев'ять найтемніших міжгранул. У нижніх шарах фотосфери температура в гранулах на 750—1250 К більша, ніж температура у міжгранулах. У вищих шарах (внаслідок радіативних втрат та виконання роботи при розширенні газу) настає температурна інверсія, тобто температура в гранулі на 200—300 К нижча за температуру міжгранули. Область інверсії розмита і припадає на висоти 50—180 км. В дещо вищих шарах має місце наступна інверсія температури: температура в гранулі знову перевищує температуру в міжгранулі; область повторної інверсії ще більш розмита. Зазначена температурна інверсія проявляється далеко не для всіх гранул та міжгранул: є гранули та міжгранули з однією температурною інверсією.

Отримані результати підтверджують результати моделювання сонячної грануляції [6].

ВИСНОВКИ

1. Запропоновано тихонівські стабілізатори для вивчення атмосфер Сонця та зірок інверсними методами.
2. Стабілізатори усувають осциляції розв'язків інверсної задачі, забезпечують їхню стійкість до початкових прикидок та дозволяють проводити не-ЛТР-дослідження.
3. За профілями з високим просторовим розділенням отримано стратифікацію температури в гранулі та міжгранулі; в умовах сонячної фотосфери на висотах 50—180 км настає перша інверсія температури.

Ми щиро вдячні Н. Г. Щукіній за надані нам результати спостережень.

1. Гончарский А. В., Черепашук А. М., Ягола А. Г. Некорректные задачи астрофизики. — М.: Наука.—1985.—350 с.
2. Стоділка М. І. Інверсна задача для дослідження неоднорідностей Сонця та зір // Журн. фіз. досліджень.—2002.—6, № 4.—С. 435—442.
3. Bellot Rubio L. R., Ruiz Cobo B., Collados M. Probing down flows in solar magnetic elements: the Fe II test // *Astron. and Astrophys.*—1999.—341, N 2.—P. L31—L34.
4. Borrero J. M. and Bellot Rubio L. R. A two-component model of the solar photosphere from the inversion of spectral lines // *Astron. and Astrophys.*—2002.—385, N 3.—P. 1056—1072.
5. Frutiger C., Solanki S. K., Fligge M., Bruls J. H. M. I. Properties of the solar granulation obtained from the inversion of low spatial resolution spectra // *Astron. and Astrophys.*—2000.—358, N 3.—P. 1109—1121.
6. Gadun A. S., Solanki S. K., Johannesson A. Two-dimensional simulation of solar granulation: description of technique and comparison with observations // *Astron. and Astrophys.*—1999.—350, N 3.—P. 1018—1034.
7. Khomenko E. V., Kostik R. I., Shchukina N. G. Five-minute oscillations above granules and intergranular lanes // *Astron. and Astrophys.*—2001.—369, N 2.—P. 660—671.
8. Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. Numerical recipes. — Cambridge Univ. Press.—1992.—934 p.
9. Rodriguez Hidalgo I., Ruiz Cobo B., Collados M., del Toro Iniesta J. C. Granular and intergranular model atmospheres from inversion of solar two-dimensional spectroscopic data // *Stellar structure: Theory and test of convective energy transport* / Eds Alvaro Gimenez, F. E. Guinan and B. Montesinos. — San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 1999.—P. 313.—(ASP conference series, vol. 173).
10. Ruiz Cobo B., del Toro Iniesta J. C. Inversion of Stokes profiles // *Astrophys. J.*—1992.—398, N 1.—P. 375—385.
11. Socas-Navarro H., Ruiz Cobo B., Trujillo Bueno J. Non-LTE inversion of line profiles // *Astrophys. J.*—1998.—507, N 1.—P. 470—481.
12. Socas-Navarro H., Trujillo Bueno J., Ruiz Cobo B. Non-LTE inversion of Stokes profiles induced by Zeeman effect // *Astrophys. J.*—2000.—530, N 2.—P. 977—993.
13. Teplitzkaya R. B., Grigoryeva S. A. and Skochilov V. G. Determination of the relative populations from strong Fraunhofer line profiles by solving an inverse problem // *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.*—1996.—115, N 2.—P. 209—217.
14. Vernazza J., Avrett E., Loefer R. Structure of the solar chromosphere. III. Models of EUV brightness components of the quiet Sun // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—1981.—45, N 4.—P. 635—725.

Надійшла до редакції 21.02.03