ISSN 0233-7665. Кинематика и физика небес. тел. 2003. Т. 19. № 4

УДК 550.388.2

А. Д. Войцеховская[1], В. Н. Федун[1, 2], О. К. Черемных[3], А. К. Юхимук[2]

[1]Главная астрономическая обсерватория НАН Украины
03680, Киев, ГСП, ул. Академика Заболотного, 27
[2]Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
03022, Киев, ул. Глушкова, 6
[3]Институт космических исследований НАНУ и НКАУ
03680, Киев-187, ГСП, пр. Глушкова 40

Трансформация магнитозвуковых волн в космической плазме

Предложен нелинейный механизм трансформации магнитозвуковых волн в кинетические альвеновские волны в магнитосферной плазме ($\beta < 1$). На основании двухжидкостной магнитной гидродинамики получено нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее распад магнитозвуковой волны и возбуждение кинетических альвеновских волн. Найдены инкремент, время развития параметрической неустойчивости и пороговое значение амплитуды волны накачки.

ТРАНСФОРМАЦІЯ МАГНІТОЗВУКОВИХ ХВИЛЬ У КОСМІЧНІЙ ПЛАЗМІ, Войцеховська А. Д., Федун В. М., Черемних О. К., Юхимук А. К. — Запропоновано нелінійний механізм трансформації магнітозвукових хвиль у кінетичні альвенівські хвилі в магнітосферній плазмі ($\beta < 1$). На базі дворідинної магнітної гідродинаміки отримано нелінійне дисперсійне рівняння, що описує розпад магнітозвукової хвилі та збудження кінетичних альвенівських хвиль. Знайдено інкремент, час розвитку параметричної нестійкості та порогове значення амплітуди хвилі накачки.

TRANSFORMATION OF MAGNETOACOUSTIC WAVES IN SPACE PLASMA, by Voitsekhovskaya A. D., Fedun V. M., Cheremnykh O. K., Yukhimuk A. K. — A nonlinear mechanism of the transformation of magnetoacoustic waves to kinetic Alfven waves in the magnetosphere plasma ($\beta < 1$) is proposed. A nonlinear dispersion equation describing the decay of a magnetoacoustic wave and the excitement of kinetic Alfven waves is derived on the basis of two-fluid magnetohydrodynamics. We also determined the instability growth rate, the time of parametric instability development and the threshold of the pump wave amplitude.

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении последних нескольких десятков лет не уменьшается интерес к различного рода плазменным процессам, протекающим как в околоземном и межпланетном пространстве, так и в солнечной короне. Одним из наиболее распространенных плазменных явлений является трехволновое параметрическое взаимодействие. Оно играет важную роль в процессах трансформации и переноса энергии, нагрева и ускорения заряженных частиц, в явлениях пересоединения магнитных силовых линий и многих других (см. [2, 3] и ссылки там).

Среди большого количества различных волновых мод, которые могут участвовать в нелинейном параметрическом взаимодействии, в магнитосферной плазме и солнечной короне важная роль принадлежит магнитозвуковым волнам [4]. Так, с помощью спутника «Эксплорер-26» в магнитосфере Земли были одновременно зарегистрированы магнитозвуковые волны и потоки протонов с энергией более 134 кэВ. Большинство геомагнитных пульсаций также являются магнитозвуковыми волнами, возбуждающимися в околоземном пространстве и в солнечном ветре. Экспериментальные данные о магнитозвуковых волнах можно найти в работах [1, 4]. Проблеме генерации и трансформации этой волновой моды посвящено много теоретических работ. Неустойчивость магнитозвуковых волн, вызванная быстрыми ионами в районе плазмопаузы, рассмотрена в работе Хасегавы [9]. Нагреву корональной петли быстрыми магнитозвуковыми волнами, распространяющимися перпендикулярно к внешнему магнитному полю, посвящена работа [8]. Нагрев солнечной короны МГД-волнами исследован в работе [11]. В частности, рассмотрено несколько механизмов нагрева: магнитное пересоединение силовых линий и резонансный нагрев альвеновскими волнами. Как показывают наблюдения, не вся энергия, возникающая в результате магнитного пересоединения, сразу же рассеивается. Основная часть этой энергии реализуется в виде МГД-волн, которые могут затухать в неоднородных магнитных петлях. В работе [5] исследовано нелинейное взаимодействие магнитозвуковой волны с ионо-звуковой волной в короне Солнца. Учет тепловых эффектов приводит к возникновению нелинейной зависимости частоты от волнового вектора, что существенно для волнового взаимодействия. В работе [10] рассмотрена трансформация магнитозвуковой волны в поперечную кинетическую альвеновскую волну КАВ в области магнитопаузы, а в работе [7] показана теоретическая возможность возбуждения альвеновских и быстрых магнитозвуковых волн в результате азимутальных смещений оснований солнечных корональных петель. Отмечено также, что комбинация механизмов резонансной абсорбции и смешения фаз может играть ключевую роль в нагреве корональных петель.

В настоящей работе исследуется трансформация магнитозвуковой моды в кинетические альвеновские волны, которые вследствие своих характерных свойств могут более эффективно участвовать в различных механизмах нагрева. Рассматривается однородная замагниченная плазма с малым плазменным параметром $\beta = 8\pi(n_e T_e + n_i T_i)/B_0^2 < 1$, в которой распространяется магнитозвуковая волна с частотой ω_0 и волновым вектором $\mathbf{k}_0$, распадающаяся на две КАВ с волновыми векторами $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$ и частотами ω_1 и ω_2. Внешнее магнитное поле $\mathbf{B}_0$ направлено вдоль оси z.

При этом для эффективного взаимодействия волн должны выполняться условия синхронизма:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \omega_1 + \omega_2, \\ \mathbf{k}_0 &= \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2. \end{aligned} \tag{1}$$

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для описания нелинейного трехволнового параметрического взаимодействия воспользуемся уравнениями двухжидкостной магнитной гидродинамики:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{m_\alpha}(e_\alpha \mathbf{E} + \mathbf{F}_\alpha) + (\mathbf{V}_\alpha \times \omega_{\mathrm{B}\alpha}) - \frac{T_\alpha}{m_\alpha n_\alpha}\nabla n_\alpha, \tag{2}$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} = -\nabla(n_\alpha \mathbf{V}_\alpha), \tag{3}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \tag{4}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{5}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \tag{6}$$

где $\mathbf{j} = e(n_{\mathrm{i}}\mathbf{V}_{\mathrm{i}} - n_{\mathrm{e}}\mathbf{V}_{\mathrm{e}})$, $\rho = e(n_{\mathrm{i}} - n_{\mathrm{e}})$, $\mathbf{F}_\alpha = \frac{e_\alpha}{c}(\mathbf{V}_\alpha \times \mathbf{B}) - m_\alpha(\mathbf{V}_\alpha\nabla)\mathbf{V}_\alpha$. Индекс $\alpha = i, e$ соответствует ионному и электронному компонентам плазмы, $\mathbf{F}_\alpha$ — пондеромоторная сила. Так как $F_{\mathrm{i}} = F_{\mathrm{e}}m_{\mathrm{e}}/m_{\mathrm{i}} \ll F_{\mathrm{e}}$, то вклад ионных компонентов пондеромоторной силы мал, и следовательно, ими можно пренебречь. Поскольку в работе рассматриваются низкочастотные возмущения плазмы, то влияние тока смещения не существенно и уравнение (4) будем использовать в виде

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \tag{7}$$

или, используя векторный потенциал $\mathbf{A}$ ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$):

$$-\nabla^2 \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}. \tag{8}$$

Плотность электронов, скорость, электрическое и магнитное поле представим в виде сумм:

$$\begin{aligned} n_{\mathrm{e}} &= n_0 + \tilde{n}_0 + \tilde{n}_1 + \tilde{n}_2, \\ \mathbf{V} &= \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2, \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2, \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2, \end{aligned} \tag{9}$$

где n_0 — среднее значение плотности плазмы, индекс «0» обозначает величины, связанные с волной накачки, а индексы «1» и «2» — величины, связанные с КАВ-продуктами распада.

НЕЛИНЕЙНОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КАВ

Нелинейное дисперсионное уравнение для КАВ в случае плазмы с малым значением плазменного параметра β было получено в работах [6, 12]. В отличие от рассмотренного ранее, будем полагать, что составляющая k_{y} волнового вектора также не равна нулю. Нелинейное дисперсионное уравнение в этом случае имеет вид

$$\left[\frac{V_{1\mathrm{f}}^2}{V_{\mathrm{A}}^2}\frac{k_{1\perp}^2}{k_1^2}\left(1 + \chi_{1\mathrm{e}}\frac{k_{1\perp}^2}{k_1^2}\right) - (1 + \bar{\mu}_{1\mathrm{i}})\right]\frac{1}{1 + \mu_{1\mathrm{i}}}\varphi_1 =$$

$$= \frac{1}{iek_{1\mathrm{z}}}F_{1\mathrm{z}} + \frac{(1 + \chi_{1\mathrm{e}})}{ek_1^2}\frac{m_{\mathrm{e}}}{m_{\mathrm{i}}}\frac{V_{1\mathrm{f}}^2}{V_{\mathrm{A}}^2} \times$$

$$\times\left[ik_{1x}\left(F_{1x} - i\,\frac{\omega_{Be}}{\omega_1}\,F_{1y}\right) - k_{1y}\,\frac{\omega_{Be}}{\omega_1}\left(F_{1x} - i\,\frac{\omega_1}{\omega_{Be}}\,F_{1y}\right)\right] -$$

$$- (k_{1z}^2\delta_i^2)^{-1}\,\frac{m_i}{e}\,\frac{\omega_1}{k_1^2}\,(1 + \chi_{1e})\left[k_{1x}\,\frac{n_e^L}{n_0}\,V_{ex}^L + k_{1y}\,\frac{n_e^L}{n_0}\,V_{ey}^L\right], \tag{10}$$

где

$$\bar{\mu}_{1i} = \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right)\mu_{1i}, \qquad \mu_{1i} = k_1^2\rho_i^2,$$

$\rho_i = V_{Ti}/\omega_{Bi}$. — ионный ларморовский радиус, $\chi_{1e} = k_1^2\delta_e^2$, $\delta_e = c/\omega_{pe}$ — электронная инерционная длина, $V_{1f} = \omega_1/k_{1z}$, $V_A = c\omega_{Bi}/\omega_{pi}$ — альвеновская скорость, $V_{Ti}^2 = T_i/m_i$. — тепловая скорость ионов, φ_1 — скалярный потенциал КАВ. Последний член в правой части (10) представляет собой так называемую концентрационную нелинейность. Компоненты пондеромоторной силы определяются взаимодействием магнитозвуковой волны накачки и второй КАВ.

С учетом составляющей $k_y \neq 0$ компоненты скорости электронов в поле кинетической альвеновской волны имеют вид

$$\begin{aligned} V_{1x} &= -\,i\,\frac{e}{m_e}\,\frac{V_{1f}^2}{V_A^2}\,\frac{1}{\omega_{Be}}\,k_{1y}\varphi_1,\\ V_{1y} &= i\,\frac{e}{m_e}\,\frac{V_{1f}^2}{V_A^2}\,\frac{1}{\omega_{Be}}\,k_{1x}\varphi_1,\\ V_{1z} &= -\,\frac{e}{m_e}\,\mu_s\,\frac{V_{1f}}{V_{Te}^2}\,\varphi_1. \end{aligned} \tag{11}$$

Из уравнения Максвелла (5) находим компоненты магнитного поля КАВ:

$$\begin{aligned} b_{1x} &= ic\,\frac{V_{1f}^2}{V_A^2}\,\frac{k_{1y}k_{1z}}{\omega_1}\,\varphi_1,\\ b_{1y} &= -\,ic\,\frac{V_{1f}^2}{V_A^2}\,\frac{k_{1x}k_{1z}}{\omega_1}\,\varphi_1. \end{aligned} \tag{12}$$

Из уравнения движения (2) найдем скорости электронов в поле магнитозвуковой волны, распространяющейся поперек магнитного поля (вдоль оси x):

$$\begin{aligned} V_{0x} &= \frac{e(1 + \mu_{0e})^{-1}}{m_e\omega_{Be}}\left(E_{0y} + i\,\frac{\omega_0}{\omega_{Be}}\,E_{0x}\right),\\ V_{0y} &= i\,\frac{e(1 + \mu_{0e})^{-1}}{m_e\omega_0}\left(i\,\frac{\omega_0}{\omega_{Be}}\,E_{0x} - \mu_{0e}E_{0y}\right). \end{aligned} \tag{13}$$

Из уравнения (5) находим магнитное поле магнитозвуковой волны:

$$b_{0z} = \frac{ck_{0x}}{\omega_0}\,E_{0y}. \tag{14}$$

Связь между E_{0x} и E_{0y} можно найти из уравнений Максвелла. С учетом тепловых эффектов получим

$$E_{0x} = -\,i\,\frac{ck_0^2b_0}{4\pi en_0\omega_0}\left(1 - \frac{1}{1 + \mu_{0i}}\right)^{-1} E_{0y}. \tag{15}$$

Поскольку рассматривается магнитосферная плазма на высотах 3-4 радиусов Земли, где $\beta \ll 1$, то существенными являются эффекты, связанные с учетом конечности ларморовского радиуса ионов. Учитывая это, а также используя выражения (10)—(15), представим дисперсионное уравнение КАВ в виде

$$\varepsilon_1\varphi_1 = \eta_1 E_{0y}\varphi_2^*, \tag{16}$$

где

$$\begin{gathered}\varepsilon_1 = \omega_1^2 - k_{1z}^2 V_A^2(1 + \mu_{1s}),\\ \eta_1 = i\,\frac{e}{m_e}\,\frac{V_{2f}^2}{V_{Te}^2}\,\frac{\omega_1}{\omega_0}\,\frac{k_{2y}k_2^2}{k_1^2}\end{gathered} \tag{17}$$

— коэффициент связи.

Дисперсионное уравнение и коэффициент связи η_2 для второй кинетической альвеновской волны совпадает с выражениями (16) и (17) с точностью до замены индекса «1» на «2».

НЕЛИНЕЙНОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Используя дисперсионные уравнения для двух КАВ, находим нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие:

$$\varepsilon_1^*\varepsilon_2 = \eta_1^*\eta_2|E_{0y}|^2. \tag{18}$$

В случае отсутствия волны накачки ($|E_{0y}|^2 = 0$) в плазме будут распространяться две невзаимодействующие друг с другом кинетические альвеновские волны. При наличии волны накачки энергия от магнитозвуковой волны будет передаваться кинетическим альвеновским волнам, что приведет к нарастанию их амплитуд. Полагая в (18) $\omega_1 = \omega_{1r} + i\gamma_0$, $\omega_2 = \omega_{2r} + i\gamma_0$, ($|\gamma_0| \ll \omega_{1r}, \omega_{2r}$) и раскладывая ε_1 и ε_2 в ряд Тейлора по малому параметру γ_0, получим инкремент развития параметрической неустойчивости:

$$\gamma_0^2 = \left.\frac{\eta_1^*\eta_2|E_{0y}|^2}{\dfrac{\partial\varepsilon_1}{\partial\omega_1}\,\dfrac{\partial\varepsilon_2}{\partial\omega_2}}\right|_{\substack{\omega_1=\omega_{1r},\\ \omega_2=\omega_{2r}}} \tag{19}$$

где ω_{1r}, ω_{2r} найдем из уравнений

$$\varepsilon_1(\omega_{1r}, k_1) = 0,$$
$$\varepsilon_2(\omega_{2r}, k_2) = 0.$$

Подставляя в (19) выражения $\dfrac{\partial\varepsilon_1}{\partial\omega_1} = 2\omega_1$, $\dfrac{\partial\varepsilon_2}{\partial\omega_2} = 2\omega_2$ и коэффициенты связи η_1 и η_2, получим инкремент развития неустойчивости:

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{W}}{2}\,\frac{V_{1f}V_{2f}}{V_{Te}}\,\frac{\omega_{pe}}{\omega_0}\,(k_{1y}k_{2y})^{1/2}, \tag{20}$$

где

$$W = \frac{|E_0|^2}{4\pi n_0 T_e}.$$

Следует отметить, что данная неустойчивость будет иметь место только при определенной амплитуде волны накачки. Пороговое условие для нее найдем из уравнения

$$(\gamma - \gamma_{1A})(\gamma - \gamma_{2A}t) = \gamma_0^2, \tag{21}$$

$$\gamma_{jA} = \sqrt{\frac{\pi}{8}}\,\frac{V_A}{V_{Te}}\,\frac{k_{jx}^2 V_{Ti}^2}{\omega_{Bi}^2}\,\omega_j \qquad (j = 1, 2), \tag{22}$$

где γ_{1A}, γ_{2A} — декременты затухания кинетических альвеновских волн, γ_0 соответствует инкременту развития неустойчивости без учета затухания Ландау и определяется выражением (20). Полагая в (21) $\gamma = 0$, находим выражение для порогового значения волны накачки, при превышении которого развивается параметрическая неустойчивость:

$$E_{\text{пор}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_e}{e} \frac{V_{Te}V_A V_{Ti}^2}{V_{1f}V_{2f}} \frac{\omega_0 (\omega_1\omega_2)^{1/2}}{\omega_{Bi}^2} \frac{k_{1x}k_{2x}}{(k_{1y}k_{2y})^{1/2}}. \tag{23}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве приложения полученных результатов рассмотрим магнитосферу Земли. Характерные параметры этой области на растоянии порядка $(3...4)R_E$:

$$V_A = 10^6\ \text{см/с},\quad V_{Te} = 10^7\ \text{см/с},\quad V_{Ti} = 10^5\ \text{см/с},\quad V_S = 10^5\ \text{см/с},$$
$$\omega_{pe} = 10^5\ \text{с}^{-1},\quad \omega_{pi} = 2.4\cdot 10^3\ \text{с}^{-1},\quad \omega_{Be} = 1.84\cdot 10^5\ \text{с}^{-1},\quad \omega_{Bi} = 120\ \text{с}^{-1},$$
$$n_0 = 10\ \text{см}^{-1},\quad T_e = T_i = 1\ \text{эВ},\quad W = 10^{-5}.$$

Подставляя эти значения в выражение для инкремента (20) и декремента (22), имеем $\gamma = 2\cdot 10^2$ с$^{-1}$ и $\gamma_{1A} = 4.5$ с$^{-1}$. Такое значение инкремента соответствует времени развития неустойчивости $\tau = 0.005$ с. Из выражения (23) находим пороговое значение амплитуды волны накачки: $E_{\text{порог}} = 6\cdot 10^{-4}$ В/м. Следовательно, в замагниченной плазме с малым плазменным параметром β возможен распад магнитозвуковой волны на кинетические альвеновские волны. При этом связь между волнами определяется слагаемыми в дисперсионном уравнении для альвеновских волн, которые учитывают кинетические (тепловые) эффекты. Наличие связи между волнами приводит к развитию параметрической неустойчивости и перекачки энергии от магнитозвуковой волны накачки к кинетическим волнам.

1. *Гульельми А. В., Троицкая В. А.* Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы. — М.: Наука, 1973.—208 с.
2. *Гуссенс М.* Магнитогидродинамические волны и волновой нагрев неоднородной плазмы. Космическая магнитная гидродинамика. — М.: Мир, 1995.—С. 144—178.
3. *Прист Е.* Солнечная магнитная гидродинамика. — М.: Мир, 1985.—590 с.
4. *Юхимук А. К.* Плазменные явления в геофизике. — Киев: Наук. думка, 1982.—165 с.
5. *Юхимук А. К., Сиренко Е. К., Войтенко Ю. М., Юхимук В. А.* Нелинейное взаимодействие магнитогидродинамических волн в солнечной короне // Кинематика и физика небес. тел.—1999.—**15**, № 6.—С. 536—542.
6. *Юхимук А. К., Федун В. Н., Юхимук В. А., Фалько О. Г.* Генерация электромагнитного излучения с помощью верхнегибридной волны накачки в замагниченной плазме // Космічна наука і технологія.—1998.—**4**, № 1.—С. 108—112.
7. *Groof A. D., Goossens M.* Fast and Alfven waves driven by azimuthal footpoint motions // Proc. of the Magnetic Coupling of the Solar Atmosphere Euroconference and IAU Colloquium 188, 11—15 June 2002, Santorini, Greece.—P. 389—392.
8. *Habbal S. R., Leer E., Holzer T. E.* Heating of coronal loops by fast mode MHD waves // Solar Phys.—1979.—**64**, N 2.—P. 287—301.
9. *Hasegawa A.* Drift-wave instabilities a compressional mode in high β-plasma // Phys. Rev. Lett.—1971.—**27**, N 1.—P. 11—14.
10. *Johnson J. R., Cheng C. Z.* Kinetic Alfven waves and plasma transport at the magnetopause // Geophys. Res. Lett.—1997.—**24**, N 11.—P. 1423—1426.
11. *Poedts S.* MHD waves and heating of the solar corona // Proc. of the Magnetic Coupling of the Solar Atmosphere Euroconference and IAU Colloquium 188, 11—15 June 2002, Santorini, Greece.—P. 273—280.
12. *Yukhimuk A. K., Fedun V. M., Sirenko E. K., et al.* Parametric interaction of whistler waves and kinetic Alfven waves in the space plasmas // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. Suppl.—2000.—N 3.—P. 483—489.

Постуамла в редакцию 06.05.03