

УДК 524.85

Б. Новосядлий, М. Ціж, Ю. КулінічАстрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка
вул. Кирила і Мефодія 8, Львів, 79005, Україна**Гравітаційна стійкість темної енергії в галактиках
та скупченнях галактик**

Аналізується поведінка скалярного поля як темної енергії Всесвіту в умовах статичного світу галактик та скупчень галактик. Знайдено аналітичні розв'язки рівнянь еволюції збурень густини і швидкості темної матерії та темної енергії, які взаємодіють тільки гравітаційно, разом із збуреннями метрики у статичному світі з фоновою метрикою Мінковського. За їхньою допомогою показано, що квінтесенційна та фантомна темна енергія у статичному світі галактик та скупчень галактик є гравітаційно стійкою — під дією самогравітації вона може тільки осцилювати. У гравітаційних полях збурень темної матерії вона здатна монотонно згущуватись, але амплітуди збурень густини і швидкості у всіх масштабах залишаються малими. Проілюстровано також, як «акреція» фантомної темної енергії в область згущення темної матерії зумовлює формування від'ємного збурення густини («войда») темної енергії.

ГРАВИТАЦИОННАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ В ГАЛАКТИКАХ И СКОПЛЕНИЯХ ГАЛАКТИК, Новосядлый Б., Циж М., Кулинич Ю. — Анализируется поведение скалярного поля как темной энергии Вселенной в условиях статического мира галактик и скопления галактик. Найдено аналитические решения уравнений эволюции возмущений плотности и скорости темной материи и темной энергии, которые взаимодействуют только гравитационно, вместе с возмущениями метрики, в статическом мире с фоновой метрикой Минковского. С их помощью показано, что квинтэссенционная и фантомная темная энергия в статическом мире галактик и скопления галактик является гравитационно устойчивой — под действием самогравитации она может только осциллировать. В гравитационных полях возмущений темной материи она способна монотонно сгущаться, но амплитуды возмущений плотности и скорости на всех

масштабах остаются малыми. Также проиллюстрировано, как «аккреция» фантомной темной энергии в область сгущения темной материи обуславливает формирование отрицательного возмущения плотности («войда») темной энергии.

GRAVITATIONAL STABILITY OF DARK ENERGY IN GALAXIES AND CLUSTERS OF GALAXIES, by Novosyadlyi B., Tsizh M., Kulinich Yu. — We analyzed the behaviour of the scalar field as dark energy of the Universe in a static world of galaxies and clusters of galaxies. We find the analytical solutions of evolution equations for the density and velocity perturbations and of dark matter and dark energy, which interact only gravitationally, along with the metric perturbations in the static world with the background Minkowski metric. Usin them it was shown that the quintessential and phantom dark energy in the static world of galaxies and clusters of galaxies is gravitationally stable and can only oscillate by the influence of self-gravity. In the gravitational field of the dark matter perturbations it is able to condense monotonically, but the amplitudes on all scales remain small. It was illustrated also, that the “accretion” of phantom dark energy in the region of dark matter overdensities causes formation of dark energy underdensities — the regions with negative amplitude of density perturbations of dark energy.

ВСТУП

Темна енергія, яка зумовлює прискорене розширення Всесвіту, є однією з найбільших загадок природи з неясними перспективами розгадки. Завдяки швидкому зростанню якості і кількості спостережуваних даних, чутливих до властивостей темної енергії, сьогодні уже можна не сумніватися в її існуванні, однак спектр моделей ще надто широкий. Необхідні ключові експерименти, які б встановили, котра з них відповідає темній енергії нашого Всесвіту. До цього часу вони зосереджені на космологічних масштабах: співвідношення видима зоряна величина — червоне зміщення для наднових типу Ia, співвідношення кутовий розмір — червоне зміщення для фіксованих лінійних масштабів (баріонні акустичні осциляції, рентгенівський газ у скупченнях галактик), інтегральний ефект Сакса — Вольфа та ін. Докладний опис моделей темної енергії та їхнє тестування космологічними спостереженнями можна знайти у монографіях [5, 13, 17, 19]. Еволюція, властивості та динаміка різних моделей темної енергії в нестационарному однорідному Всесвіті з метрикою Фрідмана — Робертсона — Вокера (ФРВ) та її вплив на формування великомасштабної структури детально вивчені. Однак про те, що робиться з нею у гравітаційних пастках, якими є гравітаційно зв'язані системи та якого типу і якої точності вимірювання необхідно провадити на галактичних масштабах, щоб її вивчати, сьогодні відомо небагато. В статтях Є. Бабічева, В. Докучаєва та Ю. Єрошенка отримано аналітичні розв'язки задачі акреції темної

енергії на чорні діри з метрикою Шварцшільда [6, 8], Керра — Ньюмена [6] та Рейснера — Нордстрьома [9], а в роботі [10] проаналізовано її вплив на метрику простору-часу. Формування та структура гало масштабу скупчень галактик в середовищі з темною матерією та темною енергією числовими методами досліджено в роботах [4, 12, 18, 27, 28]. Загальний висновок цих робіт — в галактиках та навіть в околицях чорних дір темної енергії у формі скалярного поля, яке здатне згущуватись чи розріджуватись під дією гравітаційного поля, є значно менше за густиною, ніж гравітаційно нестійкої темної матерії.

Метою даної роботи є аналіз гравітаційної нестійкості темної енергії на фоні збурень темної матерії у статичному світі Мінковського на основі загальних аналітичних розв'язків рівнянь для еволюції лінійних збурень густини, швидкості та метрики простору-часу.

СЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ГУСТИН ТЕМНОЇ МАТЕРІЇ ТА ТЕМНОЇ ЕНЕРГІЇ В ГАЛАКТИКАХ ТА СКУПЧЕННЯХ ГАЛАКТИК

Вважаємо, що темною енергією є скалярне поле з постійним параметром рівняння стану $w_{de} = p_{de}/(\rho_{de}c^2) = \text{const} < -1/3$, яке однорідно заповнює Всесвіт в ранню епоху до формування галактик і скупчень галактик. Для оцінок амплітуд та характерних масштабів теорії гравітаційної нестійкості розрахуємо середні густини компонентів у Всесвіті, у скупченнях галактик та в галактиках для значень космологічних параметрів, що задовольняють сукупності даних спостережної космології:

$$w_{de} = 0.7, \quad \rho_{dm} = 0.25, \quad \rho_b = 0.05, \quad H_0 = 70 \text{ км с}^{-1}\text{Мпк}^{-1}, \quad (1)$$

а для параметра рівняння стану візьмемо два значення $w_{de} = 0.9$ (квінтесенційне скалярне поле) та $w_{de} = -1.1$ (фантомне скалярне поле). Тут $\rho_{de}, \rho_{dm}, \rho_b$ — середні густини темної енергії, темної матерії та баріонної складової в одиницях критичної густини $\rho_{cr}^{(0)} = 3H_0^2/(8G)$ в сучасну епоху, а H_0 — стала Габбла. Наведені значення параметрів знаходяться в довірчому 1-інтервалі практично усіх їхніх визначень за різними спостережними даними (див. главу 1 в роботі [19]). Надалі ми використовуватимемо значення параметра густини матерії, $\rho_m = \rho_{dm} + \rho_b = 0.3$, оскільки темна матерія і баріонна речовина на масштабах, що нас цікавлять, в епоху формування структури добре описуються в гідродинамічному наближенні з параметром рівняння стану пилоподібної матерії, $w_b = w_{dm} = 0$. В сучасну епоху при значеннях параметрів (1) середні густини матерії та темної енергії у Всесвіті є такими:

$$\rho_m = 2.8 \cdot 10^{30} \text{ Г/см}^3, \quad \rho_{de} = 6.4 \cdot 10^{30} \text{ Г/см}^3. \quad (2)$$

У скупченнях і галактиках ці величини, звичайно, інші. Оцінимо їх, використовуючи модель гало формування галактик та скупчень галактик [1, 16, 22, 24, 26]. Згідно з цією моделлю середня густина матерії після віріалізації і встановлення динамічної рівноваги (виконується теорема віріалу)

$$\rho_m^{vir} = \rho_{vc} \rho_{cr}(z_{col}), \quad (3)$$

де ρ_{vc} близька до 100 в сучасну епоху, до 150 на $z = 1$ і на $z > 10$, а критична густина береться для моменту колапсу t_{col} центральної однорідної частини гало. Для оцінки далі приймаємо, що червоне зміщення колапсу z_{col} становить 20 для типової галактики і 1 для багатого скупчення галактик.

Критична густина в сучасну епоху в моделі з наведеними вище параметрами становить $\rho_{cr}^{(0)} = 9.2 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3$, а на довільному червоному зміщенні

$$\rho_{cr}(z) = \rho_{cr}^{(0)} \left[\rho_m (1-z)^3 + \rho_{de} (1-z)^{3(1-w_{de})} \right].$$

Таким чином, для $z = 1$ і 20 отримаємо відповідно $\rho_{cr}(1) = 310^{-29} \text{ г/см}^3$ і $\rho_{cr}(20) = 2.6 \cdot 10^{-26} \text{ г/см}^3$. Враховуючи (3), отримуємо середню густину матерії в типовій масивній галактиці* та багатому скупченні галактик

$$\rho_m^{gal} = 5 \cdot 10^{-24} \text{ г/см}^3, \quad \rho_m^{cl} = 5 \cdot 10^{-27} \text{ г/см}^3. \quad (4)$$

Скалярне поле як темна енергія, що майже однорідно заповнює весь Всесвіт, практично не бере участі у процесі віріалізації темної матерії, однак відчуває зміну гравітаційного потенціалу гало у часі і у просторі. Коли гало (галактика чи скупчення галактик) відокремлюється від розширення Всесвіту, що відбувається в момент z_{ta} (в космологічній моделі Айнштайна — де Сіттера $t_{ta} = t_{col}/2$), динаміка темної енергії змінюється відповідно до динаміки локального світу. Коли гало після віріалізації стабілізується, статичний світ в його об'ємі можна вважати світом Мінковського (локальними неоднорідностями та кривиною простору-часу в цій задачі ми нехтуємо).

Для оцінки приймемо, що динаміка темної енергії в галактиках і скупченнях стабілізується на z_{col} , і з того часу її густина не змінюється. Оскільки $\rho_{de}(z) = \rho_{de}^{(0)} (1-z)^{3(1-w_{de})}$, то для квітнесенційного скалярного поля $w_{de} = -0.9$ для галактики і скупчення галактик отримаємо

$$\rho_{de}^{gal} = 2 \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3, \quad \rho_{de}^{cl} = 8 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3, \quad (5)$$

а для фантомного поля — відповідно

$$\rho_{de}^{gal} = 2.5 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3, \quad \rho_{de}^{cl} = 5.2 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3. \quad (6)$$

РІВНЯННЯ ДЛЯ МАЛИХ ЗБУРЕНЬ ІДЕАЛЬНОЇ РІДИНИ У СТАТИЧНОМУ СВІТІ МІНКОВСЬКОГО

Вважаємо, що у статичному світі з метрикою Мінковського є слабко збурена ідеальна рідина з тензором енергії-імпульсу

$$T_{ij} = (c^2 p) u_i u_j + g_{ij} p, \quad (7)$$

* Середня густина темної матерії в типовій масивній галактиці, таким чином, $\rho_{dm}^{gal} = 4 \cdot 10^{-24} \text{ г/см}^3$, що на чотири порядки менше тої величини, яку можна було б виявити за прецизійними вимірами в Сонячній системі [21]. А тому чутки про закриття темної матерії у зв'язку з отриманою в роботі [21] верхньою межею $\rho_{dm}^{gal} < 1.1 \cdot 10^{-20} \text{ г/см}^3$, які поширюють деякі ЗМІ, є дещо перебільшеними

де $\rho(x^i) = \bar{\rho} + \rho(x^i)$ — густина ідеальної рідини, $p(x^i) = \bar{p} + p(x^i)$ — тиск, $u_i(x^i) = 0 + u^i(x^i)$ — коваріантна складова 4-швидкості $u^i = dx^i/ds$ (безрозмірні величини), $g_{ij}(x^i) = \eta_{ij} + h_{ij}(x^i)$ — метричний тензор. Останній є сумою складових метричного тензора Мінковського та малих поправок до них, пов'язаних із слабким викривленням простору-часу збуреннями густини та швидкості енергетичних складових Всесвіту. «Слабкозбуреність» означає, що $(x^i)^\Gamma \ll 1$, $p(x^i)/\bar{p} \ll 1$, $u^i(x^i) \ll 1$, $|h_{ij}| \ll 1$, і це дає можливість лінеаризувати рівняння за збуреннями — опустити складові рівнянь з добутками збурених величин. У випадку скалярних збурень компоненти метрики можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} h_{00}(x^i) &= 2\phi(x^i), & h_{0i}(x^i) &= 2\psi_i(x^i), \\ h_{ij}(x^i) &= 0, & h_{ij}(x^i) &= 0, \end{aligned}$$

що було показано в роботі [11] для світу з метрикою ФРВ. Метрика 4-простору, таким чином, має вигляд

$$ds^2 = (1 - 2\phi(x^i))dt^2 - 2\psi_i(x^i)dx^i dt + (1 + 2\psi_i(x^i))dx^i dx^i, \quad (8)$$

де ct . Система відліку, в якій метрику можна привести до виду (8), називається конформно-ньютонівською, і у випадку простору ФРВ є супутньою до незбуреного космологічного фону, який розширюється згідно закону Габбла. У нашому випадку фоновий (незбурений) простір-час є статичним, габблівського розширення немає. Якщо рідина ізотропна (анізотропна складова тензора напружень дорівнює нулеві), то $\psi_i = -\phi_{,i}$ є фактично потенціалом ньютонівської гравітації. Рівняння для еволюції відносного збурення густини $\rho(x^i) = \bar{\rho}(x^i)^\Gamma$ і швидкості $V(x^i) = u(x^i)$ можна отримати з диференціальних рівнянь збереження енергії-імпульсу $T_{i;j} = 0$. Лінеаризувавши їх і здійснивши розклад по плоских хвилях (метод Фур'є)

$$\rho(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} e^{ikx} \rho_k(t) d^3k,$$

$$\mathbf{V}(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} e^{ikx} \mathbf{V}_k(t) d^3k,$$

$$\rho(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} e^{ikx} \rho_k(t) d^3k,$$

отримуємо рівняння для фур'є-амплітуд відносних збурень густини і швидкості рідини

$$\dot{\rho}_k - (1 - w)kV_k - 3(1 - w)\dot{\rho}_k = 0, \quad (9)$$

$$\dot{V}_k - \frac{c_s^2 k}{1 - w} \rho_k - k V_k = 0, \quad (10)$$

де $w = \bar{p}/(\bar{\rho}c^2)$ — параметр рівняння стану ідеальної рідини, а $c_s^2 = \bar{p}/\bar{\rho}c^2$ — квадрат ефективної швидкості звуку (квадрат швидкості поширення збурень в одиницях швидкості світла). Тут і надалі замість вектора фур'є-моди швидкості $\mathbf{V}_k(t)$ (чи в компонентному пред-

ставленні V_k) ми використовуємо величину його проекції на хвильовий вектор \mathbf{k} : $V_k = \mathbf{kV}_k/k$, де k — модуль \mathbf{k} .

Рівняння Айнштейна дають рівняння для фур'є-амплітуди V_k

$$\ddot{V}_k - \frac{4G}{c^2} (1-w) \frac{V_k}{k} = 0. \quad (11)$$

Система рівнянь (9) — (11) має розв'язок для заданих w і c_s^2 . Розглянемо три випадки, коли існують аналітичні розв'язки.

Тут і далі точкою зверху позначено похідна по t (розмірність см^{-1}). Всі фур'є-амплітуди, а також w і c_s , безрозмірні.

ГРАВІТАЦІЙНА НЕСТІЙКІСТЬ ТЕМНОЇ МАТЕРІЇ

Для темної матерії покладаємо $w = c_s^2 = 0$, і рівняння (9) — (11) спрощуються:

$$\ddot{V}_k - 3 \frac{\dot{V}_k}{k} = 0, \quad (12)$$

$$\dot{V}_k - k V_k = 0, \quad (13)$$

$$\ddot{V}_k - \frac{4G}{c^2} \frac{V_k}{k} = 0. \quad (14)$$

Два останніх рівняння 1-го порядку для двох невідомих функцій можна привести до одного рівняння 2-го порядку для однієї невідомої функції,

$$\ddot{V}_k - \frac{4G}{c^2} \frac{V_k}{k} = 0, \quad (15)$$

яке має точний аналітичний загальний розв'язок, що є суперпозицією двох часткових — експоненціально зростаючого і експоненціально спадного:

$$V_k = C_1 e^{i k t} + C_2 e^{-i k t}. \quad (16)$$

Тут $t = c/\sqrt{4G\rho_m}$ [см]. З рівнянь (12), (13) отримуємо загальні розв'язки для V_k і \dot{V}_k :

$$V_k = (3 \frac{2}{m} k^2)(C_1 e^{i k t} + C_2 e^{-i k t}), \quad (17)$$

$$\dot{V}_k = \frac{2}{m} k(C_1 e^{i k t} - C_2 e^{-i k t}). \quad (18)$$

Оцінімо величину ρ_m для середовища з космологічною і галактичною середньою густиною темної матерії, а також для середньої густини у скупченнях.

Якщо вважати, що густина матерії у Всесвіті дорівнює критичній, то

$$\rho_m = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{c}{H_0},$$

де $[H_0] = \text{с}^{-1}$, і в моделі з (1) $\rho_m = 3500 \text{ Мпк} (10^{10} \text{ років})$. Якщо ж густина матерії $\rho_m = \rho_{m,cr}$, то ρ_m потрібно помножити на $\rho_m^{1/2} = 1.8$. Таким чином, ρ_m — це час, за який при густині ρ_m амплітуди збурень густини, швидкості і гравітаційного потенціалу матерії змінюються в e разів.

зів. При середній густині матерії в галактиці і скупченні галактик (4) отримаємо відповідно

$$\frac{gal}{m} = 4.7 \text{ Мпк } (1.5 \cdot 10^7 \text{ років}) \text{ та } \frac{cl}{m} = 150 \text{ Мпк } (5 \cdot 10^8 \text{ років}). \quad (19)$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 у виразах (16)—(18) задаються початковими умовами для кожного k . Як бачимо, знак збурення густини k збігається зі знаком k , якщо $k < k_0 = \sqrt{3} / \frac{gal}{m}$, і протилежний йому, якщо $k > k_0$. Хвильовому числу k_0 відповідає масштаб $\frac{0}{k_0} = 2 / k_0$

23200 Мпк для $\frac{u}{m}$, 540 Мпк для $\frac{cl}{m}$ та 17 Мпк для $\frac{gal}{m}$. Що це за масштаб k_0 у статичному світі Мінковського? Він з'являється в релятивістському підході до опису еволюції збурень і відображає калібрувальну залежність збурення густини [11]. Справді, якщо знехтувати часовою зміною гравіпотенціалу, а рівняння (14) замінити на рівняння Пуассона, то зразу отримаємо $k = \frac{2}{m} k^2$, що впливає з (17) для $\ll 0$. Для структур з $\gg 0$ маємо $k = 3$.

Масштаби структур в галактиці є значно меншими, ніж $\frac{gal}{0}$; розміри галактик у скупченнях галактик суттєво менші, ніж $\frac{cl}{0}$, а масштаби відомих утворень у Всесвіті значно менші за $\frac{u}{0}$. Таким чином, для відомих нам структур знаки збурення густини і гравіпотенціалу протилежні в обох модах, зростаючій і спадній. Знаки V_k і k завжди збігаються у зростаючій моді, тоді як у спадній — завжди протилежний.

Для космології і космогонії цікавою є зростаюча мода збурень. Якщо у початковий момент часу $= 0$ і є позитивне збурення густини $k = (3 \frac{2}{m} k^2) C > 0$ ($\ll 0$) з негативним гравіпотенціалом $k = C < 0$ і негативною величиною збурення швидкості $V_k = \frac{1}{m} k C < 0$ (рух до центра збурення), то амплітуди усіх збурених величин зростатимуть за експоненціальним законом**.

ГРАВІТАЦІЙНА СТІЙКІСТЬ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ ЯК ТЕМНОЇ ЕНЕРГІЇ

Покладаємо, що в цьому випадку, як і у попередньому, незбурені величини густини і тиску сталі, а швидкості нульові. Для темної матерії у вигляді скалярного поля з $w_{de} < -1/3$ і $0 < c_s^2 < 1$ рівняння для збурень є замкнутою системою трьох простих диференціальних рівнянь 1-го порядку для трьох невідомих функцій:

$$\dot{k} (1 - w_{de}) k V_k - 3(1 - w_{de}) \dot{k} = 0, \quad (20)$$

$$\dot{V}_k - \frac{c_s^2 k}{1 - w_{de}} \dot{k} - k \dot{k} = 0, \quad (21)$$

$$\dot{k} - \frac{2}{de} (1 - w_{de}) \frac{V_k}{k} = 0, \quad (22)$$

де $de = c / \sqrt{4 G de}$. У статичному світі Мінковського з сучасним значенням густини темної енергії $\frac{u}{de} = 4200 \text{ Мпк } (1.4 \cdot 10^{10} \text{ років})$. Цей па-

** Результат, відомий ще з класичних робіт Джинса [15]

раметр для квінтесенційного поля ($w_{de} = -0.9$) у моделі з густиною темної енергії як у скупченнях галактик дорівнює $\frac{cl}{de} 3800$ Мпк ($1.2 \cdot 10^{10}$ років), а з густиною як у галактиках — $\frac{gal}{de} 2400$ Мпк ($8 \cdot 10^9$ років). Для фантомного поля ($w_{de} = -1.1$) значення цих параметрів також близькі: $\frac{cl}{de} 4700$ Мпк ($1.5 \cdot 10^{10}$ років), $\frac{gal}{de} 6700$ Мпк ($2 \cdot 10^{10}$ років). Рівняння (20) — (22) мають аналітичні розв'язки, якщо w_{de} і c_s^2 є сталими. Справді, у цьому випадку рівняння (20) і (22) дають рівняння

$${}_k [3(1 - w_{de}) - \frac{2}{de} k^2] {}_k \quad (23)$$

(сталу інтегрування опущено, бо вона зникає, якщо занулити збурення). Якщо тепер продиференціювати (22) по ${}_k$, то з урахуванням (21) і (23) отримаємо рівняння

$$\ddot{{}_k} - \frac{(1 - 3c_s^2)(1 - w_{de})}{2} \frac{{}_k}{de} - c_s^2 k^2 {}_k = 0, \quad (24)$$

характер розв'язку якого залежить від знаку виразу у квадратних дужках: якщо він додатний, то маємо експоненціальні розв'язки, якщо від'ємний — осциляційні. Позначимо його як \mathcal{D}^2 , і загальний розв'язок системи представимо у вигляді

$${}_k = C_1 e^{\sqrt{\mathcal{D}^2} {}_k} + C_2 e^{-\sqrt{\mathcal{D}^2} {}_k}, \quad (25)$$

$${}_k = \frac{3(1 - w_{de}) - \frac{2}{de} k^2}{{}_k}, \quad (26)$$

$$V_k = \frac{\frac{2}{de} k}{1 - w_{de}} \sqrt{\mathcal{D}^2} (C_1 e^{\sqrt{\mathcal{D}^2} {}_k} - C_2 e^{-\sqrt{\mathcal{D}^2} {}_k}). \quad (27)$$

Проаналізуємо ці розв'язки та знайдемо умови гравітаційної нестійкості такої темної енергії.

Загальний розв'язок є нестійким (має експоненціально зростаючу моду), якщо $\mathcal{D}^2 > 0$, а це має місце для масштабів

$${}_k < \frac{\sqrt{(1 - 3c_s^2)(1 - w_{de})}}{c_s \frac{de}{de}}. \quad (28)$$

Ця умова може виконуватись тільки для квінтесенційної темної енергії ($w_{de} > -1$) з додатним квадратом ефективної швидкості звуку. Величину $k_J^{de} = \sqrt{(1 - 3c_s^2)(1 - w_{de})} / (c_s \frac{de}{de})$ назвемо хвильовим числом масштабу Джинса для темної енергії. Такий масштаб у Всесвіті з $\frac{de}{de} = \frac{de}{cr}$ і $c_s^2 = 1$

$$\frac{de}{J} = \frac{\frac{de}{de}}{\sqrt{1 - w_{de}}},$$

що дає $\frac{de}{J} \approx 10 \frac{de}{de}$ для квінтесенційного поля з $w_{de} = -0.9$, що значно перевищує масштаб відомих структур у Всесвіті. Умова (28) ніколи не виконується для фантомних полів. Таким чином, фантомні поля є абсолютно гравітаційно стійкими.

Тобто, у масштабах галактик і скупчень галактик як квінтесенційне, так і фантомне скалярне поле гравітаційно стійкі: вони можуть

тільки осцилювати з періодом $|\mathcal{D}|^{-1}$, який визначається масштабом збурення, швидкістю звуку та величиною середньої густини поля. Зауважимо також, що знак збурення густини квінтесенційного поля протилежний знаку величини потенціалу, як і у випадку матерії, якщо

$$k = k_0^{de} \sqrt{3(1 - w_{de})}. \quad (29)$$

Це відповідає масштабам $< \frac{de}{0} 115 \frac{de}{de}$ Мпк. Цікаві для космології та астрофізики масштаби є саме в цій області. Знак величини швидкості для квінтесенційного поля збігається із знаком потенціалу у зростаючій моді, і протилежний йому у спадній.

Отже, якщо ми маємо потенціальну яму ($\frac{de}{de} < 0$) з $> \frac{de}{0}$, то квінтесенційна темна енергія у неї натікає (швидкість до центра), амплітуда збурення густини зростає, але її знак, згідно з (25), від'ємний. Очевидно, що це є проявом релятивізму чи калібрувальної залежності збурення густини на гігантських масштабах, де збурення густини і метрики простору-часу сумірні за величиною, $\frac{de}{de} 3(1 + w_{de}) \frac{de}{de}$. На проміжних масштабах $\frac{de}{J} \frac{de}{0}$ маємо натікання темної енергії у «згущення», $\frac{de}{de} > 0$. Для масштабів збурень $< \frac{de}{J}$ темна енергія осцилює подібно до акустичних коливань баріонно-фотонної плазми в до-рекомбінаційну епоху (див. аналітичні розв'язки у [2]). Для масштабів $<< \frac{de}{J} (k) >> k_J^{de}$ дійсні частини розв'язків (25) — (27) з переозначеними сталими мають вигляд

$$\frac{de}{de} C_1 \sin(c_s k) - C_2 \cos(c_s k), \quad (30)$$

$$\frac{de}{de} k^2 [C_1 \sin(c_s k) - C_2 \cos(c_s k)], \quad (31)$$

$$V_{de} \frac{c_s}{1 - w_{de}} k^2 [C_1 \cos(c_s k) - C_2 \sin(c_s k)]. \quad (32)$$

Осциляції швидкості у випадку квінтесенційного поля відбуваються у фазі, зміщеній на $+ \pi/2$, а у випадку фантомного поля — у фазі, зміщеній на $- \pi/2$.

ДВОКОМПОНЕНТНЕ СЕРЕДОВИЩЕ: ТЕМНА ЕНЕРГІЯ У ПОЛІ ЗБУРЕНЬ ТЕМНОЇ МАТЕРІЇ

Розглянемо модель світу Мінковського, в якій у всьому просторі майже однорідно розподілені два компоненти — матерія і темна енергія, які взаємодіють тільки гравітаційно через локальні збурення їхніх густин та швидкостей. Як і раніше, вважаємо, що обидва компоненти описуються тензорами енергії-імпульсу ідеальної рідини $\mathbf{T}_{ij}^{(m)}$ і $\mathbf{T}_{ij}^{(de)}$ відповідно, і є слабозбуреними, як це описано вище. В такому підході рівняння для збурень густини і швидкості компонентів отримуються із закону збереження енергії-імпульсу кожного компонента окремо, $T_{i;j}^{j(m)} = 0$, $T_{i;j}^{j(de)} = 0$, а рівняннями для гравітаційного поля збурень є рівняння Айнштайна у метриці (8). У цьому випадку маємо систему п'яти звичайних диференціальних рівнянь для п'яти невідомих функцій:

$$\dot{V}_m - k V_m = 3 \dot{k} V_m = 0, \quad (33)$$

$$\dot{V}_m - k V_m = 0, \quad (34)$$

$$\dot{V}_{de} - (1 - w_{de}) k V_{de} = 3(1 - w_{de}) \dot{k} V_{de} = 0, \quad (35)$$

$$\dot{V}_{de} - \frac{c_s^2 k}{1 - w_{de}} V_{de} = k V_{de} = 0, \quad (36)$$

$$\dot{k} \left[\frac{4 G}{c^2} \frac{V_m}{k} - \frac{4 G}{c^2} \frac{V_{de}}{k} (1 - w_{de}) \right] = 0. \quad (37)$$

Тут V_m , V_{de} і V_{de} — фур'є-амплітуди збурень густини і швидкості матерії і темної енергії відповідно. У галактиках та багатих скупченнях галактик, які можна вважати статичним світом з метрикою (8), середня густина матерії значно більша за середню густину темної енергії ($V_m \gg V_{de}$), тому остання практично не впливає на гравітаційну нестійкість матерії, а тому для V_m і V_{de} можна використати розв'язки (16) — (18). Проаналізуємо поведінку збурень темної енергії (рівняння (35) — (36)) у полі потенціалу (16).

Оскільки згідно з (15) $\dot{k} \approx -\frac{2}{m} k$, то рівняння (35) і (36) дають неоднорідне диференціальне рівняння 2-го порядку для V_{de} :

$$\ddot{V}_{de} - c_s^2 k^2 V_{de} = (1 - w_{de}) \frac{3}{2} \frac{m k^2}{m} V_{de}, \quad (38)$$

яке є рівнянням для вимушених коливань. Один раз продиференційоване рівняння (36) разом з (35) дає неоднорідне диференціальне рівняння 2-го порядку для V_{de} :

$$\ddot{V}_{de} - c_s^2 k^2 V_{de} = (1 - 3c_s^2) \dot{k} V_{de}, \quad (39)$$

яке також є рівнянням для вимушених коливань.

Рівняння (38) і (39) мають аналітичні розв'язки і для зростаючої моди збурень темної матерії $V_{de} = A_k e^{i k r}$ (тут A_k — початкова амплітуда гравітаційного потенціалу збурення темної матерії), отримаємо їх методом варіації сталих:

$$V_{de} = [\tilde{C}_1 \sin(c_s k r) + \tilde{C}_2 \cos(c_s k r)] A_k \frac{(1 - w_{de})(3 \frac{m k^2}{2})}{1 - c_s^2 k^2 \frac{m}{m}} e^{i k r}, \quad (40)$$

$$V_{de} = \frac{c_s}{1 - w_{de}} [\tilde{C}_1 \cos(c_s k r) + \tilde{C}_2 \sin(c_s k r)] A_k \frac{(1 - 3c_s^2) \frac{m k}{m}}{1 - c_s^2 k^2 \frac{m}{m}} e^{i k r}, \quad (41)$$

де \tilde{C}_1, \tilde{C}_2 — сталі інтегрування однорідного рівняння (38), які задаються початковими умовами. Зокрема, їх можна занулити. Для додатнього збурення густини матерії $m > 0$ з масштабом $k < k_0$ гравітаційний потенціал є від'ємним. Амплітуда швидкості темної енергії має такий самий знак, тобто вона натікає в область збурення темної матерії. Оскільки $|A_k| = |\tilde{C}_1|, |\tilde{C}_2|$, то загальний розв'язок (40), (41) описує монотонне натікання темної енергії в гравітаційну потенціальну яму темної матерії («акрецію») з малими за амплітудою осциляціями густини і швидкості. Для пошуку можливих слідів впливу темної енергії на формування структури галактик і скупчень галактик важливим є

останній член у розв'язках, який описує монотонне вимушене зростання амплітуд збурень густини і швидкості темної енергії в областях великої концентрації матерії.

Порівняємо величини збурень густини і швидкості темної енергії та матерії, взявши відповідні відношення з (40), (41) та (17), (18):

$$\frac{w_{de}}{m} = \frac{(1 - w_{de})}{1 - c_s^2 k^2 m^2}, \quad \frac{V_{de}}{V_m} = \frac{(1 - 3c_s^2)}{1 - c_s^2 k^2 m^2}. \quad (42)$$

Величини цих відношень залежать від характерного часу гравітаційної нестійкості темної матерії m , масштабу збурення k , ефективної швидкості звуку темної енергії c_s та параметра рівняння стану w_{de} . Якщо ефективна швидкість звуку $c_s = 0$, то $V_{de} = V_m$, але тоді $w_{de} = (1 + w_{de}) m$.

Якщо ж вважати, що для темної енергії в діапазоні $0.1 < c_s < 1$, то в галактиці для масштабів збурень від розміру Сонячної системи до масштабу галактики, $10^3 \dots 10^5$ пк, відношення амплітуд швидкостей лежить у межах $10^{22} \dots 10^3$. У скупченні галактик для масштабів збурень від розміру галактики до масштабу скупчення ($10^5 \dots 10^7$ пк), відношення амплітуд швидкостей лежить у межах $10^8 \dots 10^2$. Відношення збурень густини двох компонентів є ще меншим, оскільки домножається на величину $1 + w_{de}$, яка лежить у межах $-0.2 \dots 0.2$. Цікаво, що у випадку фантомного скалярного поля $w_{de} < 0$ при $V_{de} < 0$, тобто темна енергія натікає (інакше це можна означити як «акреція» у слабких гравітаційних полях), але утворюється вояд темної енергії, контраст густини якого, однак, надто малий для пошуку його спостережних проявів. Фізична інтерпретація цього явища така ж, як і зростання густини фантомного поля в процесі розширення Всесвіту.

У всіх випадках, які ми розглянули, амплітуди осциляцій збурень темної енергії чи їхній ріст у потенціальних ямах збурень темної матерії на багато порядків менші за амплітуди збурень матерії на масштабах структур, які ми вивчаємо. Цей висновок можна узагальнити також і на динамічну темну енергію із змінними w_{de} і c_s .

Отримані тут результати на основі аналітичних розв'язків якісно узгоджуються з числовими [4, 12, 14, 18, 27, 28] для малих збурень, а кількісні відмінності зумовлені в основному різницею властивостей та параметрів різних моделей темної енергії.

В роботах [19—21, 23, 25] ми аналізували гравітаційну нестійкість матерії та темної енергії у Всесвіті, який розширюється, і можемо стверджувати, що отримані тут аналітичні розв'язки та результати їхнього застосування до галактик та скупчень галактик значно розширюють наше розуміння властивостей темної енергії та її можливих проявів у Всесвіті.

ВИСНОВКИ

Отримано аналітичні розв'язки лінійних рівнянь для малих збурень густини, швидкості та метрики простору-часу на фоні статичного

світу Мінковського із середніми густинами матерії та темної енергії як у Всесвіті, скупченні галактик та галактиці. Проведено аналіз розв'язків для параметрів моделей, що визначені на основі сукупності спостережних даних. Показано, що сама квінтесенційна темна енергія є гравітаційно стійкою — може тільки осцилювати з постійною амплітудою, у масштабах менших, ніж масштаб Джинса $J = 2660(1 + 3c_s^2)^{1/2}(1 - w_{de})^{1/2}(6.4 \cdot 10^{30} / |w_{de}|)^{1/2}$ Мпк, який для реалістичних значень w_{de} (у г/см³) є значно більшим за розміри структур, цікавих для астрофізики. Фантомна темна енергія масштабу Джинса не має — вона може тільки осцилювати з постійною амплітудою у всіх масштабах.

У двокомпонентному середовищі амплітуди збурень темної матерії значно більші за величиною, ніж амплітуди збурень темної енергії, та практично повністю визначають гравітаційний потенціал збурення даного масштабу. Темна енергія може монотонно натікати у потенціальну яму позитивного збурення матерії ($w_m > 0$), при цьому ще й осцилювати із значно меншою постійною амплітудою та формувати згущення ($w_{de} > 0$) у випадку квінтесенційної темної енергії ($-1 < w_{de} < -1/3$), та розрідження, чи void ($w_{de} < 0$), у випадку фантомної темної енергії ($w_{de} < -1$). Слід зауважити, однак, що амплітуди збурень темної енергії у всіх масштабах галактики чи скупчення є нехтовно малими у порівнянні із амплітудами збурень темної матерії ($w_{de} \ll w_m, V_{de} \ll V_m$). Тільки у моделях темної енергії з $c_s \rightarrow 0$ швидкість натікання темної енергії близька до збурення швидкості темної матерії, $V_{de} \sim V_m$, тоді як $w_{de} \sim (1 + w_{de}) w_m$. Якщо ж $c_s \sim 0.1$, то $V_{de} \sim 10^3 V_m$ у найбільших масштабах в галактиці та $V_{de} \sim 10^2 V_m$ у найбільших масштабах у скупченнях галактик. Очевидно, що амплітуда збурень темної енергії може бути більшою в динамічних моделях темної енергії з малим значенням ефективної швидкості звуку та залишити сліди у структурі на масштабах галактик та скупчень галактик.

Роботу виконано в рамках проекту Міністерства освіти і науки України «Приховані компоненти та еволюційні стадії формування великомасштабної структури Всесвіту, галактик, зір і залишків наднових» (державний реєстраційний номер 0113U003059) та за підтримки Цільової програми НАН України «Наукові космічні дослідження» (державний реєстраційний номер 0113U002301).

1. Кулінич Ю. Еволюція сферично-симетричної пілоподібної хмари в Λ CDM-моделях // Кинематика и физика небес. тел.—2008.—**24**, № 3.— С. 169—185.
2. Новосядлий Б. Формування великомасштабної структури Всесвіту: теорія і спостереження // Журн. фіз. дослід.—2007.—**11**.— С. 226—257.
3. Путьев Н. П., Путьева Е. В. Ограничения на темную материю в Солнечной системе // Письма в Астрон. журн.—2013.—**39**, № 3.— С. 163—172.
4. Abramo L. R., Batista R. C., Liberato L., Rosenfeld R. Structure formation in the presence of dark energy perturbations // J. Cosmol. Astropart. Phys.—2007.—**11**.—id. 012(21).
5. Amendola L., Tsujikawa S. Dark Energy: theory and observations. — Cambridge: University Press, 2010.—507 p.

6. Babichev E., Chernov S., Dokuchaev V., Eroshenko Y. Ultrahard fluid and scalar field in the Kerr-Newman metric // *Phys. Rev. D.*—2008.—**78**.—104027.
7. Babichev E., Dokuchaev V., Eroshenko Y. Black hole mass decreasing due to phantom energy accretion // *Phys. Rev. Lett.*—2004.—**93**.—021102.
8. Babichev E. O., Dokuchaev V. I., Eroshenko Yu. N. The accretion of dark energy onto a black Hole // *J. Exp. Theor. Phys.*—2005.—**100**.—P. 528–538.
9. Babichev E., Dokuchaev V., Eroshenko Y. Perfect fluid and scalar field in the Reissner-Nordström metric // *J. Exp. Theor. Phys.*—2011.—**112**, N 5—P. 784–793.
10. Babichev E., Dokuchaev V., Eroshenko Y. Backreaction of accreting matter onto a black hole in the Eddington-Finkelstein coordinates // *Clas. Quant. Grav.*—2012.—**29**, N 11.—115002.
11. Bardeen J. M. Gauge-invariant cosmological perturbations // *Phys. Rev. D.*—1980.—**22**.—P. 1882—1905.
12. Basse T., Eggers Bjaelde O., Wong Y. Y. Spherical collapse of dark energy with an arbitrary sound speed // *J. Cosmol. Astropart. Phys.*—2011.—**10**.—id. 038(24).
13. *Dark energy: Observational and theoretical approaches* // Ed. by P. Ruiz-Lapuente. Cambridge: University Press, 2010.—339 p.
14. Dutta S., Maor I. Voids of dark energy // *Phys. Rev. D.*—2007.—**75**.—id. 063507(9).
15. Jeans J. H. The stability of a spherical nebula // *Phil. Trans. Roy. Soc. London A.*—1902.—**199**.—P. 1—53.
16. Kulinich Yu., Novosyadlyj B., Apunevych S. Non-linear power spectra of dark and luminous matter in halo model of structure formation // *Phys. Rev. D.*—2013.—**88**.—id. 103505(18).
17. *Lectures on cosmology: Accelerated expansion of the Universe. Lect. Notes in Physics 800* / Ed. by G. Wolschin. — Berlin-Heidelberg: Springer, 2010.—188 p.
18. Mota D., Shaw D. J., Silk J. On the magnitude of dark energy voids and overdensities // *Astrophys. J.*—2008.—**675**.—P. 29—48.
19. Novosyadlyj B., Pelykh V., Shtanov Yu., Zhuk A. Dark energy: observational evidence and theoretical models / Ed. by V. Shulga. — K.: Akadempriodyka, 2013.—381 p.
20. Novosyadlyj B., Sergijenko O., Apunevych S., Pelykh V. Properties and uncertainties of scalar field models of dark energy with barotropic equation of state // *Phys. Rev. D.*—2010.—**82**.—id. 103008(16).
21. Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V. Do the cosmological observational data prefer phantom dark energy? // *Phys. Rev. D.*—2012.—**86**.—id. 083008(13).
22. Press W. H., Schechter P. Formation of galaxies and clusters of galaxies by self-similar gravitational condensation // *Astrophys. J.*—1974.—**187**.—P. 425—438.
23. Sergijenko O., Durrer R., Novosyadlyj B. Observational constraints on scalar field models of dark energy with barotropic equation of state // *J. Cosmol. Astropart. Phys.*—2011.—**08**.—id. 004(25).
24. Sergijenko O., Kulinich Yu., Novosyadlyj B., Pelykh V. Large-scale structure formation in cosmology with classical and tachyonic scalar fields // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.*—2009.—**25**, N 1.—P. 17—27.
25. Sergijenko O., Novosyadlyj B. Perturbed dark energy: Classical scalar field versus tachyon // *Phys. Rev. D.*—2009.—**80**.—id. 083007(13).
26. Smith R., Peacock J., Jenkins A., et al. Stable clustering, the halo model and nonlinear cosmological power spectrum // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—2003.—**341**.—P. 1311—1332.
27. Wang Q., Fan Z. Dynamical evolution of quintessence dark energy in collapsing dark matter halos // *Phys. Rev. D.*—2009.—**79**.—123012.
28. Wang Q., Fan Z. Simulation studies of dark energy clustering induced by the formation of dark matter halos // *Phys. Rev. D.*—2012.—**85**.—023002.