

УДК 523.9;523.62-726;523.4-854;524.5;551.510.537;533.951

П. П. МаловичкоГлавная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины
ул. Академика Заболотного 27, Киев, 03680**Свойства диспергирующих альвеновских волн.****1. Кинетика (плазма очень низкого, промежуточного и низкого давлений)**

Работа посвящена изучению поведения диспергирующих альвеновских волн, включая инерциальные и кинетические альвеновские волны, в астрофизической плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений. Получены новые, полные решения. Показано, что решения для «обычных» и инерциальных альвеновских волн являются частным случаем общего решения. Проанализировано влияние параметров астрофизической среды на поведение и свойства диспергирующих альвеновских волн. Получены все основные характеристики волн — дисперсия, затухание, поляризация, возмущения плотности, возмущения плотности заряда, учет которых очень важен для наблюдения и регистрации таких волн, а также для более правильного понимания роли таких волн в различных астрофизических процессах, протекающих в космической среде.

ВЛАСТИВОСТІ ДИСПЕРСИВНИХ АЛЬВЕНІВСЬКИХ ХВИЛЬ. 1. КІНЕТИКА (ПЛАЗМА ДУЖЕ НИЗЬКОГО, ПРОМІЖНОГО ТА НИЗЬКОГО ТИСКУ), Маловічко П. П. — Робота присвячена вивченню поведінки дисперсивних альвенівських хвиль, зокрема інерційних та кінетичних альвенівських хвиль, у астрофізичній плазмі дуже низького, проміжного та низького тиску. Отримано нові, повні розв'язки. Показано, що розв'язки для «звичайних» та інерційних альвенівських хвиль є окремим випадком загального розв'язку. Проаналізовано вплив параметрів астрофізичного середовища на поведінку та властивості дисперсивних альвенівських хвиль. Отримано усі основні характеристики хвиль — дисперсію, затухання, поляризацію, збурення густини, збурення густини заряду, врахування яких дуже важливе для спостережень та реєстрації таких хвиль, а також для правильного розумін-

ня ролі таких хвиль у різноманітних астрофізичних процесах, що відбуваються у космічному середовищі.

SOME PROPERTIES OF DISPERSIVE ALFVEN WAVES. 1. KINETICS (VERY-LOW-, INTERMEDIATE- AND LOW-PRESSURE PLASMA), by Malovichko P. P. — The work is devoted to the study of behaviour of dispersive Alfven waves, including inertial and kinetic Alfven waves, in astrophysical plasma of very low, intermediate and low pressure. Some new full solutions are derived. It is shown that the solutions for «ordinary» and inertial Alfven waves are particular cases of the general solution. The influence of astrophysical environment parameters on behaviour and properties of dispersive Alfven waves is analyzed. All of the main wave characteristics are obtained, namely, dispersion, damping, polarization, density perturbation and charge density perturbation. Taking them into account is very important for observations and detection of these waves and for more correct understanding of their behaviour and role in various astrophysical processes of cosmic environment.

ВВЕДЕНИЕ

Альвеновские волны играют фундаментальную роль практически во всех динамических процессах, протекающих в астрофизической плазме. Действительно, Вселенная пронизана магнитными силовыми полями, а космическая среда и основные астрономические объекты либо полностью, либо частично ионизованы. В таких условиях любые движения вещества приводят к изменению конфигурации и величины магнитного поля, что в свою очередь ведет к генерации магнитогидродинамических волн. Поэтому альвеновские волны как основная и составная часть магнитогидродинамических волн есть практически во всех астрофизических объектах и структурах и постоянно генерируются в активных областях. Очевидно, что без четкого и ясного понимания природы и поведения альвеновских волн не возможно правильно объяснить и понять большинство процессов протекающих во Вселенной.

Принято считать, что альвеновские волны — это исключительно магнитогидродинамические волны, и для полного описания их свойств достаточно использовать уравнения идеальной магнитной гидродинамики. Поэтому, когда говорят об альвеновских волнах, всегда говорят о магнитогидродинамических свойствах этих волн. Это прежде всего линейность дисперсии $\omega = k_z v_A$ (ω — частота волны, k_z — проекция волнового вектора на направление, совпадающего с направлением невозмущенного магнитного поля, v_A — альвеновская скорость). Из дисперсии следует, что альвеновские волны распространяются исключительно вдоль магнитного поля, причем скорость их распространения не зависит от параметров волны и в точности равна

альвеновской скорости v_A . Кроме того, из уравнений идеальной магнитной гидродинамики следует также, что альвеновские волны — это волны изгиба магнитных силовых линий без сжатия среды, т. е. в таких волнах отсутствуют возмущения плотности. Отсутствуют также продольное электрическое поле и возмущения продольного магнитного поля.

Известно, что в некоторых областях магнитосферы Земли, солнечной короны и солнечного ветра, где отношение газокINETического давления к давлению магнитного поля мало $m_e/m_i \ll \beta_i \ll 1$ (β_i — отношение газокINETического давления ионов к давлению магнитного поля, m_e — масса электрона, m_i — масса иона), альвеновские волны могут распространяться со скоростями больше альвеновской скорости [10, 11, 19, 24, 25, 29, 30, 36]. При этом одновременно наблюдаются волны, распространяющиеся с альвеновской скоростью, и со скоростью, большей чем альвеновская. Безусловно, что такое поведение волн наблюдается и в других астрономических объектах с соответствующими параметрами среды.

Таким образом, есть часть альвеновской ветви, обладающая необычными свойствами.

Как показали теоретические исследования, решения, полученные из уравнений идеальной магнитной гидродинамики, являются приближенными. Более точные решения для дисперсии альвеновских волн существенно зависят от параметров среды. В настоящее время получены два точных решения — для плазмы очень низкого и низкого давлений.

Для плазмы очень низкого давления ($\beta_i \ll 1$) более точное выражение для дисперсии альвеновских волн имеет вид [13]

$$\omega^2 = \frac{(k_z v_A)^2}{1 - (k_x L_e)^2}, \quad (1)$$

где k_x — проекция волнового вектора на направления поперек (ось x) магнитного поля (волновой вектор лежит в плоскости xz), $L_e = c/\omega_{pe}$ — электронная инерционная длина, ω_{pe} — плазменная частота электронов.

Как видно из (1), для достаточно малых поперечных волновых векторов дисперсия переходит в классическую ($\omega = k_z v_A$). Из выражения (1) следует, что в плазме очень низкого давления альвеновские волны могут распространяться вдоль магнитного поля со скоростями значительно меньше альвеновской скорости. Исследования показали, что в таких волнах есть продольные электрические поля, возмущения плотности и сжатия магнитного поля. Кроме того, такие волны могут сильно взаимодействовать с заряженными частицами.

Альвеновские волны в плазме очень низкого давления с достаточно большими поперечными волновыми векторами, при которых отклонение от линейной дисперсии является существенным, часто называют инерциальными альвеновскими волнами (ИАВ).

Для плазмы низкого давления ($m_e / m_i \ll \omega_i \ll 1$) более точное выражение для дисперсии альвеновской волны, полученное из кинетических уравнений, имеет вид [13, 15, 16]

$$(k_z v_A)^2 = \frac{z_i}{1 - A_0(z_i)} \frac{T_e}{T_i} z_i, \quad (2)$$

где $A_0(z_i) = \exp(-z_i) I_n(z_i)$, $z_i = (k_x v_{Ti} / \omega_i)^2$, $I_n(z_i)$ — модифицированная функция Бесселя, ω_i, v_{Ti} — циклотронная частота и тепловая скорость ионов, T_i, T_e — температура ионов и электронов.

Аналогичное выражение, полученное из уравнений двухжидкостной гидродинамики, имеет несколько другой вид [13]:

$$(k_z v_A)^2 [1 - (T_e / T_i) z_i]. \quad (3)$$

Как видно из (2) и (3), для достаточно малых поперечных волновых векторов, дисперсия переходит в классическую ($k_z v_A$). Из выражений (2) и (3) следует, что в плазме низкого давления альвеновские волны, в отличие от ИАВ (плазма очень низкого давления), могут распространяться вдоль магнитного поля со скоростями значительно больше альвеновской скорости. Исследования показали, что в таких волнах, как и в плазме очень низкого давления, присутствуют продольные электрические поля, возмущения плотности и сжатия магнитного поля. Кроме того, такие волны, так же как и инерциальные альвеновские волны, могут сильно взаимодействовать с заряженными частицами.

Альвеновские волны в плазме низкого давления с достаточно большими поперечными волновыми векторами, при которых отклонение от линейной дисперсии является существенным, часто называют кинетическими альвеновскими волнами (КАВ).

Диспергирующие альвеновские волны (ДАВ), такие как инерциальные альвеновские и кинетические альвеновские волны, обладают уникальными свойствами. Во-первых, у них есть продольное электрическое поле, поэтому они сильно взаимодействуют с заряженными частицами. Во-вторых, фазовая и групповая скорости лежат в диапазоне от тепловой скорости электронов до альвеновской скорости, поэтому ДАВ могут ускорять частицы в широком диапазоне скоростей. В третьих, такие волны распространяются практически вдоль силовых линий магнитного поля, поэтому, двигаясь синхронно с замороженными в магнитное поле частицами, могут ускорять их до высоких энергий, не выходя из области ускорения.

Кроме того, с помощью таких волн можно объяснить нагрев магнитных оболочек или внутренних областей различных магнитных структур, таких как солнечные магнитные петли. Особо отметим, что таким набором свойств не обладают никакие другие волны, поэтому привлечение теории ДАВ для объяснения различных явлений, протекающих в астрофизической плазме, представляется очень перспективным. Не удивительно, что исследованию поведения и роли инерциаль-

ных и кинетических альвеновских волн в различных процессах, протекающих в космической среде, посвящено достаточно много работ. Изучались связь альвеновских волн с полярными сияниями [5], влияние на процессы, протекающие в магнитосфере Земли и планет [31, 8, 14, 18], в атмосферах комет [9], в галактических джетах [17], межзвездной среде [29, 32], солнечных вспышках [7, 23], солнечных факелах и спикулах [35, 34], нагреве корональных петель [12, 33] и т. д.

Особо подчеркнем, что поведение инерциальных альвеновских волн существенно отличается от поведения кинетических альвеновских волн. Для ИАВ фазовая и групповая скорости всегда меньше альвеновской скорости, для КАВ фазовая и групповая скорости всегда больше альвеновской. Возникает естественный вопрос, если поведение альвеновских волн в разных средах существенно различается, то существуют ли и как себя ведут диспергирующие альвеновские волны в плазме с другими значениями параметров, в плазме промежуточного ($\beta_i \sim m_e / m_i$), конечного ($\beta_i \sim 1$) и высокого ($\beta_i \gg 1$) давлений? Условия в астрофизической плазме настолько разнообразны, что безусловно плазма с такими значениями параметров существует и не является уникальной. Кроме того, в астрофизических объектах, где есть сильное магнитное поле, например вблизи пульсаров, альвеновская скорость может быть близкой к скорости света ($v_A \sim c$). Из формул (1)—(3) видно, что они не описывают поведение альвеновских волн при скоростях, близких к скорости света. Из формул (2) и (3) также видно, что кинетический подход отличается от гидродинамического, поэтому важно выяснить, насколько выражения, полученные в этих двух моделях, отличаются друг от друга. Очевидно, что эти пробелы в теории альвеновских волн необходимо заполнить.

Отметим, что исследование свойств диспергирующих альвеновских волн очень важно как для наблюдений таких волн, так и для выяснения роли этих волн в процессах, протекающих в астрофизической плазме.

Данная работа посвящена подробному исследованию свойств диспергирующих альвеновских волн в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений с использованием кинетических уравнений, наиболее точно описывающих поведение плазмы. В работе охвачены практически все возможные случаи, когда поведение альвеновских волн может отличаться от «классического». Особо отметим, что при вычислениях не используется упрощенное двухпотенциальное приближение и условие нейтральности плазмы, которые недостаточно обоснованы, и в которых нет необходимости.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Дисперсионное уравнение для диспергирующих альвеновских волн. Для получения дисперсионного уравнения, удобного для исследова-

ния дисперсии диспергирующих альвеновских волн, используем общее дисперсионное уравнение [1]:

$$k^2_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij} = 0, \quad (4)$$

где k, k_z, k_x ($k_z = k_{\parallel}, k_x = k_{\perp}$) — модуль и проекция волнового вектора на направления вдоль (ось z) и поперек (ось x) магнитного поля (волновой вектор лежит в плоскости xz), ω — частота волны, ϵ_{ij} — тензор диэлектрической проницаемости, c — скорость света, δ_{ij} — символ Кронекера.

Уравнение (1) перепишем в удобном для анализа альвеновских волн виде:

$$\begin{aligned} \omega^2 = & \{[(k_z c)^2 \epsilon_{zz} - (k_x c)^2 \epsilon_{xx} - 2(k_x k_z c)^2 \epsilon_{xz}] [(kc)^2 \epsilon_{yy} - \omega^2] - \\ & - [k_z c \epsilon_{yz} - k_x c \epsilon_{xy}]^2\} / \{[\epsilon_{xx} \epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2] [(kc)^2 \epsilon_{yy} - \omega^2] - \\ & - \epsilon_{xx} (\epsilon_{yz})^2 - \epsilon_{zz} (\epsilon_{xy})^2 - 2 \epsilon_{xy} \epsilon_{xz} \epsilon_{yz}\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Это уравнение будет исходным при получении дисперсии диспергирующих альвеновских волн как в кинетическом, так и гидродинамическом подходах.

Отметим, что при получении уравнения (5) не было использовано никаких приближений и никаких упрощений, поэтому дисперсионное уравнение (5) полностью эквивалентно исходному общему уравнению (4) и пригодно для получения дисперсии как альвеновских волн, так и дисперсии магнитозвуковых, ионно-звуковых волн, вистлеров и т. д.

Смысл записи дисперсионного уравнения в таком виде заключается в том, что в большинстве случаев уравнение (5) вырождается в дисперсионное соотношение для диспергирующих альвеновских волн, т. е. правая часть уравнения не зависит от частоты. Поэтому в этих случаях выражение (5) является готовым решением, которое связывает частоту альвеновских волн с волновым вектором. В более сложных случаях, когда приходится рассматривать правую часть как функцию частоты, запись дисперсионного уравнения в таком виде также оказывается очень удобной для анализа и быстрого получения дисперсии ДАВ.

Отметим также, что для диспергирующих альвеновских волн, а тем более для обычных альвеновских МГД-волн при конкретизации параметров плазмы и функции распределения частиц по скоростям уравнение (5) можно существенно упростить. В дальнейшем мы рассмотрим разные случаи: плазму очень низкого, низкого, конечного, высокого давления с равновесным распределением частиц и покажем, в каких случаях и насколько существенно упрощается это уравнение.

Поляризация волн. Как известно, детерминант в уравнении (4) получается из трех уравнений, связывающих составляющие электри-

ческого поля. Используя два уравнения для поля, соответствующие двум последним строкам детерминанта (4), выразим составляющие E_y, E_z волнового поля через составляющую E_x :

$$E_y = \frac{_{yx}[(k_x c /)^2 \quad] \quad _{yz}[k_x k_z (c /)^2 \quad]}{[(k c /)^2 \quad] \quad _{yy}[(k_x c /)^2 \quad] \quad _{zz}^2} E_x, \quad (6)$$

$$E_z = \frac{[(k c /)^2 \quad] \quad _{yy}[(k_x k_z (c /)^2 \quad] \quad _{zx}}{[(k c /)^2 \quad] \quad _{yy}[(k_x c /)^2 \quad] \quad _{zz}^2} E_x.$$

Как будет показано ниже, ДАВ являются практически линейно поляризованными волнами. Основной составляющей этих волн является составляющая электрического поля E_x , поэтому представление всех остальных составляющих через основную, как это сделано в (6), представляется наиболее правильным и последовательным.

Для того чтобы получить соотношения, связывающие составляющие магнитного поля, используем уравнение Максвелла

$$\mathbf{E} = \frac{1}{c} \frac{\mathbf{B}}{t}.$$

Переходя к фурье-составляющим, получаем

$$B_x = \frac{_{pi} k_z v_A}{Bi} E_y,$$

$$B_y = \frac{_{pi} k_z v_A}{Bi} E_x - \frac{v_A k_x v_{Ti}}{v_{Ti}} E_z, \quad (7)$$

$$B_z = \frac{_{pi} v_A k_x v_{Ti}}{Bi v_{Ti}} E_y.$$

Эти соотношения позволяют легко выразить составляющие магнитного поля через любую составляющую электрического поля или выразить любые две составляющие магнитного поля через третью. Ввиду громоздкости получаемых выражений такую подстановку делать здесь не будем, а для конкретных значений параметров плазмы, где эти выражения существенно упрощаются, приведем их окончательный вид.

Уравнение движения среды, тензор диэлектрической проницаемости. Для вычисления тензора диэлектрической проницаемости и плотности частиц в кинетическом подходе будем исходить из уравнения Власова [1]

$$\frac{f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)}{t} - \mathbf{v} \cdot \frac{f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)}{\mathbf{r}} - \frac{e}{m} \mathbf{E} - \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{B}] - \frac{f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)}{\mathbf{v}} = 0, \quad (8)$$

где $f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)$ — функция распределения частиц, \mathbf{v} — скорость частиц, e, m — заряд и масса частиц сорта, \mathbf{E}, \mathbf{B} — электрическое и магнитное поля.

Рассмотрим протонно-электронную квазинейтральную однородную замагниченную плазму с максвелловским распределением частиц по скоростям:

$$f_0 = \frac{n_0}{(2\pi m T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2m T}\right), \quad (9)$$

где f_0 , n_0 , T — невозмущенная функция распределения, плотность и температура частиц сорта, $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$ — импульс частицы.

Проводя стандартную процедуру линеаризации кинетического уравнения Власова, выполняя преобразование Фурье и переходя в цилиндрическую систему координат в пространстве импульсов, можно вычислить первую поправку к функции распределения. Это позволяет вычислить токи и тензор диэлектрической проницаемости [1].

Нас интересуют исключительно альвеновские волны. Известно, что альвеновские волны — это низкочастотные волны, для которых справедливы следующие соотношения:

$$k_z v_T \gg 1. \quad (10)$$

При этом отметим, что величину $k_z v_{Ti} / \omega = k_z v_{Ti} / \omega_{Bi}$, которая характеризует диспергирующие свойства альвеновских волн, мы не считаем малой.

Используя неравенства (10), тензор диэлектрической проницаемости [1] можно существенно упростить:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 - \frac{\pi}{B_i} \frac{T_i}{T} \frac{A_0(z)}{z_i}, \\ \epsilon_{xy} &= \epsilon_{yx} = i \frac{\pi}{B_i} \frac{A_0(z)}{z_i}, \\ \epsilon_{xz} &= \epsilon_{zx} = 4 \frac{\pi}{B_i} \frac{k_x}{k_z} \frac{A_n(z)}{n^2}, \\ \epsilon_{yy} &= \epsilon_{xx} - 2 \frac{\pi}{B_i} \frac{T_i}{T} \frac{A_0(z)}{z_i} J, \\ \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy} = i \frac{\pi}{B_i} \frac{k_x}{k_z} \frac{T_i}{T} \frac{A_0(z)}{z_i} J, \\ \epsilon_{zz} &= 1 - \frac{\pi}{k_z v_{Ti}} \frac{T_i}{T} \frac{A_0(z)}{z_i} J. \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$A_n(z) = \exp(-z) I_n(z), \quad z = (k_x v_T / \omega_B)^2, \\ J(x) = i \sqrt{2} x W(x/\sqrt{2}), \quad W(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(t^2) dt,$$

$\nu_e = -1, \nu_i = 1, I_n(z)$ — модифицированная функция Бесселя, $A_0(z)$ — производная функции $A_0(z)$ по аргументу z , $\omega_p, \omega_B, T, v_T$ — плазменная частота, циклотронная частота, тепловая скорость и температура частиц сорта ($e = e, i$ — электроны и протоны), c — скорость света, k_z, k_x — проекции волнового вектора на направление вдоль (ось z) и поперек (ось x) магнитного поля (волновой вектор лежит в плоскости xz), ω — частота волны. При получении n_{ij} применялся метод разложения по малым величинам и, по возможности, суммирование бесконечных рядов функций Бесселя.

Возмущения плотности частиц. Для вычисления возмущений плотности каждого сорта частиц (протонов и электронов) в кинетическом подходе используем поправку к функции распределения, вычисленную из кинетического уравнения Власова (8), как это было описано выше [1]. Используя связь между функцией распределения и плотностью частиц [1]

$$n = \int d\mathbf{v} f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t),$$

для низкочастотных волн, учитывая неравенства (10) и максвелловское распределение частиц по скоростям, для плотности частиц получаем

$$n = i \frac{n_0}{B_0} \frac{c}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{-B_i}{B} \frac{1}{z} \frac{A_0}{z} E_x - i \frac{-B_i}{B} A_0 J_0 E_y + \frac{-B_i}{k_z v_T} \frac{A_0}{z^{1/2}} [1 - J_0] E_z. \quad (12)$$

При получении n было проведено разложение по малым величинам и оставлены главные члены разложения, а также проведено суммирование бесконечных рядов функций Бесселя. Здесь и далее для простоты функции $A_0(z)$ и J_0 будем записывать в виде A_0 и J_0 .

Возмущения плотности заряда. Для диспергирующих альвеновских волн возмущения плотности электронов и протонов в большинстве случаев практически равны, поэтому, чтобы не вычислять возмущения плотности с большой точностью, для вычисления плотности заряда волны будем использовать третье уравнение Максвелла:

$$\mathbf{E} = 4\pi \mathbf{j},$$

откуда для возмущения плотности заряда волны имеем

$$\frac{i}{4} (k_x E_x - k_z E_z). \quad (13)$$

Учитывая, что для ДАВ основной составляющей электрического поля является составляющая E_x , т. е. $E_z \ll E_x$, и то, что дисперсионные свойства альвеновских волн в большинстве случаев проявляются для $k_x \gg k_z$, выражение (13) можно записать в виде

$$\frac{i}{4} k_x E_x. \quad (14)$$

Выражения (13) и (14) будут исходными при вычислении плотности заряда волны.

СВОЙСТВА ДИСПЕРГИРУЮЩИХ АЛЬВЕНОВСКИХ ВОЛН

Перейдем непосредственно к вычислению основных характеристик диспергирующих альвеновских волн в средах с различными значениями параметров. Плазма является многопараметрической средой, но, как показывают вычисления, в случае, когда нет ионно-звуковых волн ($T_e/T_i \gg 1$), единственным параметром, который полностью предопределяет качественное поведение ДАВ, является отношение газодинамического давления плазмы к давлению магнитного поля. Можно выделить пять областей изменения параметра β_i , в каждой из которых качественный ход всех характеристик альвеновских волн совпадает — это плазма очень низкого давления ($\beta_i \ll m_e/m_i$), промежуточного ($\beta_i \sim m_e/m_i$), низкого ($m_e/m_i \ll \beta_i \ll 1$), конечного ($\beta_i \sim 1$) и высокого ($\beta_i \gg 1$) давлений. Отметим, что мы рассматриваем нерелятивистскую плазму ($v_{Te}/c \ll 1$), поэтому учитывать конечность отношения $v_A/c \sim 1$ имеет смысл только для плазмы очень низкого давления. Действительно, в случае $v_A/c \sim 1$ величина

$$\beta_i \sim (v_{Ti}/v_A)^2 \sim (m_e/m_i)(v_{Te}/v_A)^2 < (m_e/m_i)(v_{Te}/c)^2,$$

откуда следует, что $\beta_i \ll m_e/m_i$.

Для того чтобы не загромождать вычисления и анализ свойств ДАВ, будем считать в дальнейшем, что ионно-звуковых волн нет, т. е. условие $T_e/T_i \gg 1$ не выполняется.

Для плазмы очень низкого, промежуточного и низкого давлений выражение (5) можно существенно упростить. Используя конкретные выражения для тензора диэлектрической проницаемости (11), легко показать, что в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений для максвелловского распределения частиц по скоростям с точностью до малых поправок по очень малой величине β_i дисперсионное уравнение (5) можно расщепить на два дисперсионных уравнения. Одно уравнение описывает дисперсию альвеновских и ионно-звуковых волн:

$$2 \frac{(k_z c)^2}{\epsilon_{xx}} - \frac{(k_x c)^2}{\epsilon_{zz}} = 0. \quad (15)$$

Второе уравнение описывает дисперсию магнитозвуковых волн:

$$(kc)^2 - \epsilon_{yy} = 0.$$

Представим дисперсионное уравнение для альвеновских и ионно-звуковых волн (15) в явном виде:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{(v_A/c)^2 z_i} \frac{1}{(T_i/T_e)(1 - A_0)} \\
 & \frac{1}{(v_A/c)^2 (k_z v_A / B_i)^2} \frac{1}{(T_i/T_e) A_0} [1 - J] \quad (16)
 \end{aligned}$$

Видно, что для плазмы с малым значением параметра β_i и максвелловским распределением частиц по скоростям удастся получить достаточно простое дисперсионное уравнение (15). Подчеркнем, что свести общее дисперсионное уравнение (5) к виду (15) и (16) для плазмы с малым β_i удастся далеко не всегда. Например, при наличии очень малых токов это не удастся сделать даже в плазме очень низкого давления. Для каждого конкретного распределения частиц по скоростям необходимо отдельно доказывать возможность такого упрощения.

1. ПЛАЗМА ОЧЕНЬ НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ. ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ АЛЬВЕНОВСКИЕ ВОЛНЫ

Сразу отметим, что плазма очень низкого давления ($\beta_i \ll m_e/m_i$, т. е. $v_A \gg v_{Te}, T_i/T_e \ll 1$) в реальных условиях довольно редкое явление. Для создания таких условий требуется достаточно сильное магнитное поле и низкое тепловое давление частиц. Например, на Солнце плазма с такими характеристиками наблюдается в местах сильной концентрации магнитного поля — в микропорах на границах супергранул, в корональных петлях с сильным магнитным полем (>30 мТл). Такие условия возможны в гелиосфере, а именно в некоторых областях магнитосферы Земли и Юпитера. Отметим также, что в космической плазме альвеновская скорость обычно значительно меньше скорости света ($v_A/c \ll 1$). В области гелиосферы областей с конечными или большими значениями этого параметра не наблюдаются (обычно $v_A/c < 0.001$). Поэтому в приведенных ниже решениях величину v_A/c часто можно рассматривать как малую поправку, которой во многих конкретных случаях можно пренебрегать. В то же время в астрофизической плазме есть объекты, в которых магнитное поле очень сильное. Например, вблизи нейтронных звезд альвеновская скорость может быть порядка скорости света. В этих случаях учет конечности отношения v_A/c просто необходим, так как он существенным образом влияет на поведение альвеновских волн.

Дисперсия волн. В дисперсионном уравнении (16) есть функции $J [\omega / k_z v_T]$, которые содержат частоту. Чтобы разрешить уравнение в аналитическом виде, необходимо аппроксимировать эти функции. Учтем, что для альвеновских волн продольная фазовая скорость ω / k_z пропорциональна альвеновской скорости v_A , которая в плазме очень низкого давления значительно превосходит тепловые скорости

всех частиц v_T , как протонов, так и электронов, поэтому аргумент функции $J(x)$ большая величина. Используя разложение функции $J(x)$ по большому параметру [1]

$$J(x) \approx 1 - \frac{1}{x^2} + i\sqrt{\frac{x}{2}} \exp(-x^2), \quad (17)$$

и пренебрегая малыми поправками, из дисперсионного уравнения (16) получаем линейное относительно z_i^2 уравнение, из которого легко получаем дисперсию для диспергирующих альвеновских волн:

$$z_i^2 (k_z v_A)^2 \frac{z_i}{[(v_A/c)^2 z_i (1 - A_{0i})][1 - (T_e/T_i)(v_A/v_{Te})^2 z_i]} \cdot \quad (18)$$

Для мнимой части частоты имеем выражение

$$\sqrt{\frac{T_e}{T_i}} z_i \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{[1 - (k_z v_{Te})^2]}{[1 - z_i (v_A/v_{Te})^2 T_e/T_i]} \exp\left(-\frac{1}{2 (k_z v_{Te})^2}\right) \cdot \quad (19)$$

Отметим, что ДАВ в плазме очень низкого давления затухают исключительно на электронах.

Для дисперсии ДАВ в некоторых областях изменения параметра z_i можно получить более простые приближенные формулы.

Для малых значений $z_i \ll 1$ из (18) получаем

$$z_i^2 \frac{(k_z v_A)^2}{[(v_A/c)^2 - 1][1 - (T_e/T_i)(v_A/v_{Te})^2 z_i]} \cdot \quad (20)$$

Запишем дисперсию (20) в виде, в котором она в большинстве работ трактуется как дисперсия инерциальных альвеновских волн. Пренебрегая величиной $v_A/c \ll 1$, для дисперсии инерциальных альвеновских волн $z_i \ll 1$ получаем [13]

$$z_i^2 \frac{(k_z v_A)^2}{1 - (k_x L_e)^2}, \quad (21)$$

где $L_e = c/v_{pe}$ — электронная инерционная длина.

Для очень малых значений параметра $z_i \ll (v_{Te}/v_A)^2 T_i/T_e$ и соответственно очень больших по отношению к ларморовскому радиусу L_i протонов поперечных длин волн ($\lambda \gg L_i$) из (20) получаем «обычную», с учетом конечности величины v_A/c , дисперсию альвеновских волн [1]:

$$z_i^2 \frac{(k_z v_A)^2}{(v_A/c)^2 - 1}. \quad (22)$$

И наконец, для очень больших значений параметра $z_i \gg 1$ и соответственно малых поперечных длин волн ($\lambda \ll L_i$) при малых отношениях v_A/c из выражения (18) получаем дисперсию электронно-звуковых волн [6]:

$$z_i^2 = (k_z v_{Te})^2 \frac{T_i}{T_e}. \quad (23)$$

Отметим, что слабо затухающие электронно-звуковые волны существуют при $T_i/T_e \gg 1$. В реальных условиях это чрезвычайно редкое явление, так как легкие электроны нагреваются значительно быстрее протонов, из-за чего практически всегда $T_i/T_e \approx 1$.

Таким образом, ИАВ с поперечными длинами волн, большими от ларморовского радиуса протонов ($k_\perp > 1/r_{Li}$), сильно затухают, и в реальных условиях, по-видимому, не наблюдаются.

Из выражения (20) видно, что с увеличением z_i и уменьшении поперечных масштабов длин волн продольная фазовая скорость волны $v_{\parallel} = \omega/k_z$ монотонно уменьшается от альвеновской скорости v_A до тепловой скорости электронов v_{Te} . Такое убывание начинает происходить при очень малых значениях z_i . При приближении к тепловой скорости электронов нарушается приближение (17). Как показывают расчеты, при приближении продольной фазовой скорости к тепловой скорости электронов ДАВ начинают сильно затухать и становятся практически апериодическими, при этом тепловая скорость электронов является граничной скоростью, меньше которой продольная фазовая скорость волны не может быть.

Получим оценку значений поперечных масштабов длин волн, для которых имеет смысл рассматривать альвеновские волны как ДАВ. В качестве границы выберем значения длин волн, для которых групповая скорость волны отклоняется от «обычной» скорости альвеновских волн больше, чем на 10 %. Из формулы (20) легко получаем $z_i > 0.23(T_i/T_e)(v_{Te}/v_A)^2$. Для верхней границы выберем грубую оценку $z_i \approx 1$, когда скорость волн приблизительно равна тепловой скорости электронов, и волны становятся сильно, практически апериодически, затухающими, к тому же нарушается приближение (19), и формула (18) в этой области неприменима. Таким образом, в области поперечных масштабов длин волн, удовлетворяющих неравенствам

$$0.23(T_i/T_e)(v_{Te}/v_A)^2 < z_i < 1, \quad (24)$$

альвеновские волны имеет смысл рассматривать как ДАВ.

Групповая скорость. Рассмотрим скорость, с которой распространяется волна. Используя определение групповой скорости волны $\mathbf{v}_{Гр} = \nabla_{\mathbf{k}}$, из дисперсии (18) легко получаем продольную относительно магнитного поля групповую скорость

$$v_{Гр\parallel} = \omega/k_z, \quad (25)$$

которая полностью совпадает с продольной фазовой скоростью.

Как показывают вычисления и оценки, поперечная составляющая групповой скорости по сравнению с продольной скоростью очень маленькая:

$$v_{Гр\perp} / v_{Гр\parallel} \approx (k_\perp / k_z) m_e / m_i \approx 10^{-3}.$$

Таким образом, ДАВ в плазме очень низкого давления распространяются практически вдоль магнитного поля.

Поляризация волн. Используя формулу (6), для поляризации электрического поля получаем

$$E_y = i \frac{v_{Ti}}{B_i} \frac{k^2}{v_A} \frac{(1 - A_{oi})}{z_i} \frac{k_z v_{Te}}{z_i} / z_i \frac{T_i}{T_e} \frac{v_{Te}}{v_A} E_x,$$

$$E_z = \frac{v_{Ti}}{B_i} \frac{k_z v_A}{v_A} z_i^{1/2} / z_i \frac{T_i}{T_e} \frac{v_{Te}}{v_A} E_x. \quad (26)$$

Из (26) можно показать, что $E_x \gg E_y, E_z$.

Таким образом, для ДАВ в плазме очень низкого давления основной составляющей электрического поля является E_x .

Используя формулы (7), для поляризации магнитного поля получаем

$$B_x = i \frac{v_{Ti}}{B_i} \frac{k^2}{v_A} \frac{(1 - A_{oi})}{z_i} \frac{1}{z_i} \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{T_e}{T_i} \frac{T_e}{T_i} \frac{k_z v_A}{v_A} B_y,$$

$$B_y = \frac{P_i}{B_i} \frac{k_z v_A}{v_A} / \frac{1}{z_i} \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{T_e}{T_i} E_x,$$

$$B_z = i \frac{v_{Ti}}{k_z v_A} \frac{k}{v_A} z_i^{1/2}$$

$$\frac{(1 - A_{oi})}{z_i} \frac{1}{z_i} \frac{v_A}{v_{Te}} \frac{T_e}{T_i} \frac{T_e}{T_i} \frac{k_z v_A}{v_A} B_y. \quad (27)$$

Из (27) можно показать, что $B_y \gg B_x, B_z$. Таким образом, для ДАВ в плазме очень низкого давления основной составляющей магнитного поля является составляющая B_y .

Возмущения плотности. Для возмущений плотности из (12), используя поляризацию электрического (26) и магнитного (27) полей, получаем

$$\frac{n}{n_0} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{v_A}$$

$$\frac{(m_e/m_i)(1 - A_{oi})/z_i - (m_e/m_i)[(v_A/c)^2 (1 - A_{oi})/z_i] B_y}{(v_A/c)^2 (1 - A_{oi})/z_i} B_0. \quad (28)$$

Отсюда для возмущений плотности протонов получаем выражение

$$\frac{n_i}{n_{0i}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{(v_A/c)^2} \frac{(1 - A_{oi})/z_i}{(1 - A_{oi})/z_i} \frac{B_y}{B_0}. \quad (29)$$

Для возмущений плотности электронов получаем

$$\frac{n_e}{n_{0e}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{(v_A/c)^2} \frac{B_y}{B_0}. \quad (30)$$

Из (30) следует, что возмущения плотности в ДАВ очень большие и оказываются существенными уже для значений длин волн, удовлетворяющих неравенству $z_i^{1/2} = (L_i/\lambda) > 0.1$.

Возмущения плотности заряда. При вычислении плотности электронов и протонов в плазме очень низкого давления величина v_A/c не считалась малой, поэтому выражение для возмущений плотности заряда волны можно получить как из формулы (14), так и из формул для возмущения плотности протонов (29) и электронов (30).

Для возмущения плотности заряда волны из (14) получаем

$$\frac{\rho}{\rho_0} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{(v_A/c)^2} \frac{(v_A/c)^2}{(1 - A_{oi})/z_i} \frac{B_y}{B_0}. \quad (31)$$

Как видно из (31), возмущение плотности заряда волны прежде всего существенно зависит от двух величин — v_A/v_{Ti} и v_A/c . Учитывая, что в плазме очень низкого давления значение v_A/v_{Ti} очень большое, даже для малых значений v_A/c возмущения плотности заряда могут быть очень большими.

Наличие в ДАВ возмущений плотности и возмущений плотности заряда может значительно облегчить выявлению таких волн в космической среде. Отметим также, что в астрофизической плазме вблизи объектов с сильным магнитным полем, где альвеновская скорость порядка скорости света, скорости ДАВ могут в зависимости от спектра занимать диапазон от тепловой скорости электронов v_{Te} до скорости света c . Учитывая также, что в ДАВ есть продольное электрическое поле, и они распространяются вдоль магнитного поля вместе с замороженными частицами, они легко могут ускорять заряженные частицы от тепловой скорости электронов вплоть до скорости света, не выходя из области ускорения. Это позволяет предположить, что астрофизические объекты с сильным магнитным полем могут быть областями образования космических лучей, а механизм взаимодействия ДАВ и заряженных частиц можно рассматривать как эффективный механизм ускорения заряженных частиц вплоть до релятивистских скоростей.

II. ПЛАЗМА ПРОМЕЖУТОЧНОГО ДАВЛЕНИЯ

Плазма промежуточного давления (m_e/m_i , т. е. $v_A \sim v_{Te}$, $T_i/T_e \sim 1$), как и плазма очень низкого давления, достаточно редкое явление.

Такое состояние плазмы обычно наблюдается в тех же областях, где и плазма очень низкого давления — в некоторых областях на Солнце с достаточно сильным магнитным полем, в некоторых областях Земли и Юпитера.

Отметим, что в нерелятивистской плазме промежуточного давления величина v_A / c малая, так как в этом случае $v_A \sim v_{Te} \ll c$. Анализ дисперсионного уравнения (16) показывает, что в областях изменения параметров, где эту величину имеет смысл учитывать, волны становятся практически аperiодическими. Поэтому эту величину учитывать не будем.

Дисперсия волн. В плазме промежуточного давления функцию J нельзя разложить по большому параметру, поэтому получить решение дисперсионного уравнения в аналитическом виде для всех областей изменения параметров не представляется возможным. В то же время анализ уравнения (16) показывает, что тепловая скорость электронов v_{Te} является точкой притяжения фазовой скорости волны при увеличении поперечных масштабов длин волн, что подтверждает численный счет. Кроме того, численный счет показывает, что даже при небольшом отклонении дисперсии от классической волны становятся практически аperiодически затухающими, поэтому для слабозатухающих волн $z_i \ll 1$ из (16) получаем классическую дисперсию

$$k_z v_A. \quad (32)$$

Для мнимой части частоты из (16) имеем

$$\frac{T_e}{2 T_i} z_i \frac{\text{Im}J (v_A / v_{Te})}{[(1 - \text{Re}J (v_A / v_{Te}))^2 + (\text{Im}J (v_A / v_{Te}))^2]}, \quad (33)$$

где $\text{Im}J (v_A / v_{Te}) = (\sqrt{1/2} v_A / v_{Te}) \exp[(v_A / v_{Te})^2 / 2]$.

Таким образом, для ДАВ в плазме промежуточного давления сильная дисперсия в кинетическом подходе проявляется не в зависимости фазовой скорости волны от поперечных масштабов длин волн, а в быстром нарастании затухания.

Отметим, что в плазме промежуточного давления, как и в плазме очень низкого давления, волны затухают исключительно на электронах.

Групповая скорость. Из выражения (32) видно, что групповая скорость волны направлена вдоль магнитного поля и совпадает с продольной фазовой скоростью:

$$v_{\text{Гр||}} = v_A.$$

Таким образом, слабозатухающие ДАВ в плазме промежуточного давления распространяются, как и «классические» альвеновские волны, строго вдоль магнитного поля с одинаковой для всех волн скоростью, равной альвеновской скорости.

Поляризация волн. Из выражения (6) для слабозатухающих ДАВ ($z_i \ll 1$) получаем

$$E_y = i \frac{v_{Ti}^2}{v_A} \frac{k^2}{k} \frac{3}{2} \frac{T_e}{T_i} E_x, \quad (34)$$

$$E_z = \frac{v_{Ti} T_e}{v_A T_i} \frac{z_i^{1/2}}{1 - J(v_A/v_{Te})} E_x.$$

Используя (34), можно показать, что $E_x \gg E_y, E_z$. Таким образом, для ДАВ в плазме промежуточного давления, как и в плазме очень низкого давления, основной составляющей электрического поля является E_x .

Из формулы (7) для слабозатухающих ДАВ ($z_i \ll 1$) получаем

$$B_x = i \frac{v_{Ti}^2}{v_A} \frac{k^2}{k} \frac{3}{2} \frac{T_e}{T_i} B_y,$$

$$B_y = \frac{\rho_i}{v_A} E_x, \quad (35)$$

$$B_z = i z_i^{1/2} \frac{k^2}{k} \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{3}{2} \frac{T_e}{T_i} B_y.$$

Как и для плазмы очень низкого давления, $B_y \gg B_x, B_z$. Таким образом, для ДАВ в плазме промежуточного давления основной составляющей магнитного поля является B_y .

Возмущения плотности. Используя выражения (12), (34) и (35), для слабозатухающих ДАВ ($z_i \ll 1$) получаем

$$\frac{n_i}{n_{0i}} = \frac{n_e}{n_{0e}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{B_y}{B_0}. \quad (36)$$

Из выражения (36) видно, что возмущения плотности ионов и электронов в плазме промежуточного давления равны друг другу и малы по величине.

Возмущения плотности заряда. Из выражения (14) для слабозатухающих ДАВ ($z_i \ll 1$) в плазме промежуточного давления получаем

$$\frac{\rho}{\rho_0} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{v_A}{c} \frac{B_y}{B_0}. \quad (37)$$

Учитывая, что в плазме промежуточного давления $v_A/c \ll 1$, к тому же для слабозатухающих волн $z_i \ll 1$, возмущения плотности заряда ДАВ в плазме промежуточного давления очень маленькие.

Так как возмущения плотности, а тем более плотности заряда ДАВ малы, регистрация таких волн затруднена. Наличие таких волн в астрофизической плазме (плазма промежуточного давления $v_A \sim v_{Te}$) будет проявляться прежде всего в нагреве плазмы.

III. ПЛАЗМА НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ. КИНЕТИЧЕСКИЕ АЛЬВЕНОВСКИЕ ВОЛНЫ

Отметим, что плазма низкого давления $(m_e / m_i)(T_i / T_e) \ll \nu_i \ll 1$, т. е. $\nu_{Ti} \ll \nu_A \ll \nu_{Te}, T_i / T_e \ll 1$ — одно из наиболее распространенных состояний космической среды. В таком состоянии находятся большинство областей солнечной короны и солнечного ветра, магнитосферы Земли и планет. Сразу подчеркнем, что диспергирующие волны в плазме низкого давления имеют свое название — кинетические альвеновские волны (КАВ) [13, 15, 16].

Дисперсия волн. Разлагая функцию J_i по большому параметру (17), а функцию J_e по малому параметру ($x \ll 1$) [1], получаем

$$J(x) = i \sqrt{\frac{x}{2}} \exp(-x^2) \quad (38)$$

Пренебрегая малыми поправками, из дисперсионного уравнения (16) получаем линейное относительно ν^2 уравнение, из которого легко получаем дисперсию диспергирующих альвеновских волн:

$$\nu^2 (k_z \nu_A)^2 \frac{z_i}{(\nu_A / c)^2 z_i - 1} \frac{T_e}{A_0(z_i)} z_i \cdot \quad (39)$$

В нерелятивистской плазме низкого давления выполняется соотношение $\nu_A \ll \nu_{Te} \ll c$, поэтому величина $(\nu_A / c)^2$ как минимум должна удовлетворять неравенству $(\nu_A / c)^2 < 0.01$. Как показывает анализ дисперсии (39) и дисперсионного уравнения (16) в области изменения параметра z_i , где имеет смысл учитывать величину $(\nu_A / c)^2$, волны становятся практически аperiодически затухающими, поэтому для слабозатухающих ДАВ в нерелятивистской плазме низкого давления величиной $(\nu_A / c)^2 z_i$ можно пренебречь и записать дисперсию (39) в виде дисперсии кинетических альвеновских волн [13, 15, 16]:

$$\nu^2 (k_z \nu_A)^2 \frac{z_i}{1 - A_0(z_i)} \frac{T_e}{T_i} z_i \cdot \quad (40)$$

Для мнимой части частоты из дисперсионного уравнения (16) имеем

$$\sqrt{\frac{1}{8}} k_z \nu_A z_i \frac{T_e}{T_i} \frac{\nu_A}{\nu_{Te}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\nu^2}{k_z \nu_{Te}}\right) \cdot \quad (41)$$

Отметим, что кинетические альвеновские волны затухают исключительно на электронах.

Проанализируем дисперсию КАВ. Для дисперсии (39) в некоторых областях изменения параметра z_i можно получить приближенные формулы.

Для малых значений $z_i \ll 1$ из выражения (40) получаем [13]

$$(k_z v_A)^2 \approx 1 - z_i \frac{3}{4} \frac{T_e}{T_i}. \quad (42)$$

Для больших значений $z_i \gg 1$ из (40) получаем [13]

$$(k_z v_A)^2 \approx z_i \frac{T_e}{T_i}. \quad (43)$$

Из выражения (40) видно, что продольная фазовая скорость волны ω/k_z с увеличением z_i (уменьшением поперечных масштабов длин волн), монотонно увеличивается от альвеновской скорости v_A до тепловой скорости электронов v_{Te} . С увеличением z_i увеличивается и затухание волн на электронах (41). При приближении к тепловой скорости электронов нарушается приближение (38). Как показывают расчеты, при приближении к тепловой скорости электронов КАВ начинают сильно затухать и становятся практически аperiодическими, при этом тепловая скорость электронов является граничной скоростью, которую продольная фазовая скорость волны не может превышать.

Получим оценку значений поперечных масштабов длин волн, для которых имеет смысл рассматривать альвеновские волны как КАВ. Как и для плазмы очень низкого давления, для нижней границы выберем значения длин волн, для которых групповая скорость волны отклоняется от «обычной» скорости альвеновских волн больше, чем на 10 %. Из формулы (42) легко получаем $z_i > 0.2/(3/4 + T_e/T_i)$. Для верхней границы выберем грубую оценку, когда скорость волн приблизительно равна тепловой скорости электронов, из (43) имеем $z_i > (v_{Te}/v_A)^2/(1 + T_e/T_i)$.

Таким образом, в области поперечных масштабов длин волн, удовлетворяющих неравенствам

$$0.2/(3/4 + T_e/T_i) < z_i < (v_{Te}/v_A)^2/(1 + T_e/T_i), \quad (44)$$

альвеновские волны имеет смысл рассматривать как КАВ.

Групповая скорость. Используя определение групповой скорости волны $v_{Гр} = \omega/k$, из выражения (40) легко получить продольную и поперечную групповые скорости КАВ:

$$v_{Гр} = \frac{v_{Te} z_i^{1/2} [(1 - A_{0i} - z_i A_{0i}) / (1 - A_{0i})^2 T_e / T_i]}{k_z \frac{v_A}{v_A} [z_i (1 - A_{0i}) (T_e / T_i) z_i]^{3/2}} \quad (45)$$

Из (45) видно, что продольная групповая скорость, как и в плазме очень низкого давления, совпадает с продольной фазовой скоростью.

Оценим поперечную групповую скорость. Для $z_i \ll 1$ из (45) получаем

$$v_{\Gamma p} = (1/k_z)(1/B_i)(v_{Ti}/v_A)z_i^{1/2}[3/4 T_e/T_i]. \quad (46)$$

Для $z_i \gg 1$ из (45) получаем

$$v_{\Gamma p} = (1/k_z)(1/B_i)(v_{Ti}/v_A)/[z_i(1 T_e/T_i)^{1/2}]. \quad (47)$$

Из выражений (46), (47) видно, что поперечная групповая скорость с увеличением z_i сначала монотонно увеличивается (при $z_i \ll 1$), затем монотонно уменьшается (при $z_i \gg 1$). Наибольшее значение поперечная групповая скорость имеет в области $z_i \sim 1$.

Из (45) можно показать, что

$$v_{\Gamma p} < (1/k_z)(1/B_i)(v_{Ti}/v_A). \quad (48)$$

Так как мы рассматриваем низкочастотные волны ($1/B_i \ll 1$) и плазму низкого давления ($v_{Ti}/v_A \ll 1$) имеем $v_{\Gamma p} \ll v_{\Gamma p\parallel}$.

Отметим, что хотя поперечная групповая скорость мала по сравнению с продольной, в некоторых случаях необходимо учитывать, что волны могут двигаться поперек магнитного поля. Так, например, пограничная область плазменного слоя хвоста магнитосферы Земли имеет размеры порядка радиуса Земли R_E , в тоже время протяженность хвоста порядка $1000 R_E$. За время прохождения КАВ вдоль пограничной области они успевают выйти из пограничной области в соседние области магнитосферы [3].

Поляризация волн. Используя формулы (6) и (40), для поляризации электрического поля получаем

$$E_y = i \frac{v_{Ti}}{B_i v_A} \frac{k^2}{k} \frac{(1 A_{oi})}{z_i} \frac{T_e (1 A_{oi})}{T_i z_i} E_x, \\ E_z = \frac{k_z v_{Ti}}{B_i T_i} \frac{(1 A_{oi})}{z_i^{1/2}} E_x. \quad (49)$$

Из выражения (49) легко показать, что $E_x \gg E_y, E_z$.

Таким образом, для КАВ основной составляющей электрического поля является E_x .

Используя формулы (7) и (40), для поляризации магнитного поля получаем

$$B_x = i \frac{k_z v_A}{B_i v_A} \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \frac{k_z v_A z_i}{(1 A_{oi})} \frac{(1 A_{oi})}{z_i} \frac{T_e (1 A_{oi})}{T_i z_i} B_y, \\ B_y = \frac{\rho_i}{B_i k_z v_A} \frac{(1 A_{oi})}{z_i} E_x, \quad (50)$$

$$B_z = i \frac{v_{Ti}}{v_A} \frac{k^2}{k} \frac{k_z v_A}{(1 A_{oi})} \frac{z_i^{3/2}}{z_i} \frac{(1 A_{oi})}{z_i} \frac{T_e (1 A_{oi})}{T_i z_i} B_y.$$

Из выражения (50) легко показать, что $B_y \gg B_x, B_z$. Таким образом, для КАВ основной составляющей магнитного поля является B_y .

Возмущения плотности. Из выражения (12) получаем

$$\frac{n}{n_0} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{m_i} \frac{m_e}{m} \frac{B_y}{B_0}, \quad (51)$$

откуда для возмущений плотности ионов и электронов получаем

$$\frac{n_i}{n_{0i}} = \frac{n_e}{n_{0e}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{m_i} \frac{B_y}{B_0}. \quad (52)$$

Из (52) следует, что возмущения плотности в кинетических альвеновских волнах очень большие и оказываются существенными уже для значений длин волн, удовлетворяющих неравенству $z_i^{1/2} = (L_i / \lambda) > 0.1^{1/2}$.

Возмущения плотности заряда. Из выражения (52) видно, что возмущения плотности протонов и электронов равны друг другу, поэтому $n_i + n_e = 0$. Это связано с тем, что при вычислениях плотности мы пренебрегали малой величиной v_A / c , от которой существенно зависят возмущения плотности заряда. Для того чтобы не вычислять плотность с большой точностью, для вычислений возмущения плотности заряда волны используем формулу (14):

$$\frac{n_i + n_e}{n_0} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} \frac{v_A}{c} z_i^{1/2} \frac{k_z v_A}{m_i} \frac{z_i}{(1 - A_{oi})} \frac{B_y}{B_0}. \quad (53)$$

Оценим максимальное значение n_{\max} возмущения плотности заряда. Для слабозатухающих кинетических альвеновских волн

$$z_i < (v_{Te} / v_A)^2 / (1 + T_e / T_i)$$

из (53) получаем

$$\frac{n_{\max}}{n_{0i}} = i (m_i / m_e)^{1/2} (v_{Te} / c)^2 (v_A / v_{Te}) B_y / B_0. \quad (54)$$

Учитывая, что для нерелятивистской плазмы низкого давления величины v_{Te} / c и v_A / v_{Te} значительно меньше единицы, возмущения плотности заряда кинетических альвеновских волн малы.

Подчеркнем, что наличие в КАВ возмущений плотности, может значительно облегчить выявлению таких волн в космической среде. Кроме того, в плазме низкого давления скорость альвеновских волн увеличивается с увеличением поперечных масштабов длин волн и может значительно превышать альвеновскую скорость, что также может помочь в регистрации таких волн.

ВЫВОДЫ

Линейные свойства волн являются основными характеристиками, которые определяют их поведение в различных ситуациях, возникаю-

щих в замагниченной космической плазме. Знание этих свойств может помочь при анализе результатов наблюдений, так как дает возможность выделить диспергирующие альвеновские волны из целого набора волн, которые обычно наблюдаются в астрофизической среде. Прежде всего следует отметить, что ДАВ являются низкочастотными электромагнитными волнами $\omega / \Omega_{Bi} \ll 1$. Из обычных низкочастотных волн никакие другие волны не могут иметь поперечный масштаб порядка или меньше ларморовского радиуса протонов. Продольная групповая скорость волн существенно зависит от поперечного масштаба, и может как значительно превышать альвеновскую скорость (КАВ, плазма низкого давления), так и быть значительно меньше ее (ИАВ, плазма очень низкого давления). Групповая скорость ДАВ направлена вдоль невозмущенного магнитного поля, составляющие скорости, поперечные магнитному полю, малы. Отметим, что для магнитозвуковых волн фазовая и групповая скорости в плазме низкого давления равны альвеновской скорости, и направление групповой скорости совпадает с направлением волнового вектора. Для диспергирующих альвеновских волн, в отличие от магнитозвуковых волн, волновой вектор практически расположен в плоскости, перпендикулярной к возмущениям магнитного поля. Обратим внимание также на то, что в диспергирующих альвеновских волнах есть достаточно большие возмущения плотности и продольные электрические поля. Эти особенности ДАВ могут помочь при наблюдениях этих волн и исследованиях их роли в динамических процессах, протекающих в астрофизической плазме.

Диспергирующие альвеновские волны могут легко генерироваться в различных неравновесных ситуациях, которые часто возникают, например, в магнитосфере Земли и атмосфере Солнца, так как сильно взаимодействуют с частицами плазмы [2, 5, 26, 27]. Поэтому в областях магнитосферы и различных структурах солнечной атмосферы, где наблюдаются пучки протонов или электронов, можно ожидать появления диспергирующих альвеновских волн (границы магнитосферы, передний фронт головной ударной волны, каспы, плазменный слой хвоста, солнечные петли и т. д.). Кроме того, ДАВ могут генерироваться при возникновении асимметрии продольного и поперечного давления плазмы [21, 22], а также при наличии небольших продольных токов (границы магнитосферы, плазмосфера, плазменный слой хвоста, различные структуры в атмосфере Солнца) [4, 20].

В отличие от «обычных» альвеновских волн, у диспергирующих альвеновских волн есть продольное электрическое поле, поэтому они, как и магнитозвуковые волны, могут эффективно ускорять заряженные частицы. Фазовая скорость альвеновских волн существенно зависит от поперечных масштабов волны и может изменяться в широком диапазоне от альвеновской скорости вплоть до тепловой скорости электронов, поэтому диспергирующие альвеновские волны способны ускорять широкий спектр частиц до больших скоростей.

Диспергирующие альвеновские волны, как и альвеновские волны, распространяются практически вдоль силовых линий магнитного поля, их смещение поперек магнитного поля очень мало. Поэтому при вмерзности частиц процесс ускорения заряженных частиц будет синхронизирован с волнами, которые их ускоряют. Волны и частицы будут распространяться вдоль силовых линий и ДАВ, в отличие от магнитозвуковых волн, не будут уходить из области ускорения частиц. Подчеркнем, что это может быть особенно важно в астрофизической плазме вблизи объектов с сильным магнитным полем (квазары, нейтронные звезды), где альвеновская скорость может составлять порядка скорости света. В этом случае скорости альвеновских волн могут лежать в диапазоне от тепловой скорости электронов v_{Te} вплоть до скорости света c , причем в зависимости от спектра занимать весь этот диапазон. Поэтому можно предположить, что диспергирующие альвеновские волны могут принимать активное участие в генерации космических лучей.

Из проведенного выше анализа следует, что ДАВ обладают особыми свойствами, и их поведение существенно зависит от параметров среды, в которой они распространяются. Поэтому при исследовании процессов с участием ДАВ в различных астрофизических объектах (магнитосферы Земли и планет, различные структуры и области в атмосфере Солнца, звезд и солнечного ветра, солнечные магнитные петли, галактические джеты) необходимо, прежде всего, учитывать значение плазменного параметра β .

1. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. П. Основы электродинамики плазмы. — М.: Высшая школа, 1978.—407 с.
2. Войтенко Ю. М., Кришталь А. Н., Маловичко П. П., Юхимук А. К. Генерация кинетических альвеновских волн и их роль в нагреве корональных петель // Кинематика и физики небес. тел.—1990.—6, № 2.—С. 61—64.
3. Маловичко П. П. Распространение альвеновских волн в пограничной области плазменного слоя хвоста магнитосферы Земли // Геомагнетизм и аэронавигация.—1995.—35, № 6.—С. 89—95.
4. Маловичко П. П. Генерация альвеновских волн в плазменном слое хвоста магнитосферы Земли // Космічна наука і технологія.—2012.—18, № 5.—С. 41—47.
5. Маловичко П. П., Кришталь А. Н., Юхимук А. К. Влияние неоднородностей температуры на генерацию кинетических альвеновских волн в магнитосфере Земли // Кинематика и физики небес. тел.—2006.—22, № 1.—С. 58—64.
6. Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974.—720 с.
7. Bian N. H., Kontar E. P., Brown J. C. Parallel electric field generation by Alfvén wave turbulence // Astron. and Astrophys.—2010.—519.—P. A114.
8. Birn J., Artemyev A. V., Baker D. N., et al. Particle acceleration in the magnetotail and aurora // Space Sci. Revs.—2012.—173, N 1-4.—P. 49—102.
9. Chandu V., E. Devi S., Jayapal R. The influence of negatively charged heavy ions on the kinetic Alfvén wave in a cometary environment // Astrophys. Space Sci.—2012.—339, N 1.—P. 157—164.

10. *Chaston C. C., Bonnell J. W., Clausen L., et al.* Energy transport by kinetic-scale electromagnetic waves in fast plasma sheet flows // *J. Geophys. Res.*—2012.—**117**, N A9.—P. A09202.
11. *Chaston C. C., Hull A. J., Bonnell J. W., et al.* Large parallel electric fields, currents, and density cavities in dispersive Alfvén waves above the aurora // *J. Geophys. Res.*—2012.—**112**, N A5.—P. A05215.
12. *Chen L., Wu D. J.* Kinetic Alfvén wave instability driven by field-aligned currents in solar coronal loops // *Astrophys. J.*—2012.—**754**, N 2.—P. 123.
13. *Cramer N. F.* The physics of Alfvén waves. — Wiley-VCH, 2001.—298 p.
14. *Farrell W., Curtis S., Desch M., et al.* A theory for narrow-banded radio bursts at Uranus: MHD surface waves as an energy driver // *J. Geophys. Res.*—1992.—**97**, N A4.—P. 4133—4141.
15. *Hasegawa A., Chen L.* Kinetic processes in plasma heating by resonant mode conversion of Alfvén waves // *Phys. Fluids.*—1976.—**19**.—P. 1924—1929.
16. *Hollweg J. V.* Kinetic Alfvén wave revisited // *J. Geophys. Res.*—1999.—**104**, N A7.—P. 14811—14819.
17. *Jafelice L. C., Opher R.* Kinetic Alfvén waves in extended radio sources // *Astrophys. Space Sci.*—1987.—**137**, N 2.—P. 303—315.
18. *Kimura T., Tsuchiya F., Misawa H., et al.* Periodicity analysis of Jovian quasi-periodic radio bursts based on Lomb-Scargle periodograms // *J. Geophys. Res.*—2011.—**116**, N A3.—P. A03204.
19. *Klatt E. M., Kintner P. M., Seyler C. E., et al.* SIERRA observations of alfvénic processes in the topside auroral ionosphere // *J. Geophys. Res.*—2005.—**110**, N A10.—P. A10S12.
20. *Malovichko P. P.* Correlation of longitudinal currents with Alfvén wave generation in the solar atmosphere // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.*—2007.—**23**, N 5.—P. 185—190.
21. *Malovichko P. P.* Stability of magnetic configurations in the solar atmosphere under temperature anisotropy conditions // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.*—2008.—**24**, N 5.—P. 236—241.
22. *Malovichko P. P.* Generation of low-frequency magnetic field disturbances in coronal loops by proton and electron beams // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.*—2010.—**26**, N 2.—P. 62—70.
23. *McClements K. G., Fletcher L.* Inertial Alfvén wave acceleration of solar flare electrons // *Astrophys. J.*—2009.—**693**, N 2.—P. 1494—1499.
24. *Podesta J. J., TenBarge J. M.* Scale dependence of the variance anisotropy near the proton gyroradius scale: Additional evidence for kinetic Alfvén waves in the solar wind at 1 AU // *J. Geophys. Res.*—2012.—**117**, N A10.—P. A10106.
25. *Salem C. S., Howes G. G., Sundkvist D., et al.* Identification of kinetic Alfvén wave turbulence in the solar wind // *Astrophys. J. Lett.*—2012.—**745**, N 1.—P. L9.
26. *Sharma R. P., Kumar S.* Nonlinear excitation of fast waves by dispersive Alfvén waves and solar coronal heating // *Solar Phys.*—2010.—**267**, N 1.—P. 141—151.
27. *Siversky T., Voitenko Y., Goossens M.* Shear flow instabilities in low-beta space plasmas // *Space Sci. Revs.*—2005.—**121**, N 1-4.—P. 343—351.
28. *Smith K. W., Terry P. W.* Damping of electron density structures and implications for interstellar scintillation // *Astrophys. J.*—2011.—**730**, N 2.—P. 133.
29. *Smith C. W., Vasquez B. J., Hollweg J. V.* Observational constraints on the role of cyclotron damping and kinetic Alfvén waves in the solar wind // *Astrophys. J.*—2012.—**745**, N 1.—P. 8.

30. *Stasiewicz K., Bellan P., Chaston C., et al.* Small scale alfvénic structure in the aurora // *Space Sci. Revs.*—2000.—**92**, N 3-4.—P. 423—533.
31. *Stasiewicz K., Seyler C., Mozer F., et al.* Magnetic bubbles and kinetic Alfvén waves in the high-latitude magnetopause boundary // *J. Geophys. Res.*—2001.—**106**, N A12.—P. 29503—29514.
32. *Terry P. W., Smith K. W.* Coherence and intermittency of electron density in small-scale interstellar turbulence // *Astrophys. J.*—2007.—**665**, N 1.—P. 402—415.
34. *Wang X.-G., Ren L.-W., Wang J.-Q., et al.* Synthetic solar coronal heating on current sheets // *Astrophys. J.*—2009.—**694**, N 2.—P. 1595—1601.
35. *Whitelam S., Ashbourn J. M. A., Bingham R., et al.* Alfvén wave heating and acceleration of plasmas in the solar transition region producing jet-like eruptive activity // *Solar Phys.*—2002.—**211**, N 1-2.—P. 199—219.
36. *Wu D. J., Fang C.* Coronal plume heating and kinetic dissipation of kinetic Alfvén waves // *Astrophys. J.*—2003.—**596**, N 1.—P. 656—662.
37. *Wu D. J., Fang C.* Sunspot chromospheric heating by kinetic Alfvén waves // *Astrophys. J. Lett.*—2007.—**659**, N 2.—P. L181.

Статья поступила в редакцию 06.12.12