УДК 519.622.2

Н. Р. Лещишин, Г. Г. Цегелик

ЕКСТРАПОЛЯЦІЙНИЙ МЕТОД ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ СИСТЕМ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

З використанням нового підходу до побудови апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично, побудовано новий чисельний метод екстраполяційного типу розв'язування задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. Встановлено ознаку збіжності методу, наведено приклад. Метод найбільш ефективний у випадку, коли функції, що замінюються некласичними мажорантами Ньютона, є вгнутими.

Вступ. У роботі [8] з використанням апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично [5], побудовано новий однокроковий чисельний метод інтерполяційного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, доведено його збіжність. У [2] здійснено обґрунтування методу, встановлено його точність і мажорантну властивість. У [4] цей метод узагальнено для чисельного розв'язування задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь, встановлено ознаку збіжності методу, в [1] показано його обчислювальну стійкість. Поряд із побудовою чисельних методів інтерполяційного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь і їх систем були розроблені чисельні методи екстраполяційного типу [3, 7, 9]. Однак усі ці побудовані чисельні методи (інтерполяційного та екстраполяційного типів) найбільш ефективні в тому випадку, коли функції, що замінюються некласичними мажорантами Ньютона, є опуклими.

Запропоновано також інший підхід [10] до побудови апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично. З використанням цього підходу там же побудовано новий чисельний метод інтерполяційного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, встановлено його збіжність та обчислювальну стійкість. Цей апарат застосовано в [6] до побудови екстраполяційного методу чисельного розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь, встановлено ознаку збіжності методу, показано його обчислювальну стійкість. Побудовані чисельні методи з використанням нового підходу до побудови апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично, найбільш ефективні у випадку, коли функції, що замінюються некласичними мажорантами Ньютона, є вгнутими.

У цій роботі з використанням нового підходу до побудови апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично, побудовано чисельний метод екстраполяційного типу розв'язування задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь, встановлено ознаку збіжності методу.

Постановка задачі. Розглянемо задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{dy_i}{dx} = f_i(x, y_1, y_2, \ldots, y_n), \tag{1}$$

$$y_i(x_0) = y_{i,0}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{2}$$

Нехай в області $\bar{D}$, яка визначається нерівностями

$$x_0 \le x \le x_0 + a, \qquad \left| y_i - y_{i,0} \right| \le b, \qquad i = 1, 2, \ldots, n,$$

функції $f_i(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, неперервні й задовольняють умову

Ліпшиця за аргументами $y_1, y_2, \ldots, y_n$ зі сталою L. Тоді в проміжку $[x_0, x_0 + c]$ задача Коші (1), (2) матиме єдиний розв'язок, де $c = \min(a, b/M)$, а M – стала така, що $|f_i(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)| \le M$, $i = 1, 2, \ldots, n$, для всіх $(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \in \bar{D}$.

Шукатимемо розв'язок задачі (1), (2) на проміжку $[x_0, x_0 + c]$. Для цього на проміжку $[x_0, x_0 + c]$ виберемо систему точок $x_0, x_1, \ldots, x_m$, де $x_k = x_0 + kh$, $k = 0, 1, \ldots, m$, $h = c/m$, і, використовуючи новий підхід до побудови апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично [10], побудуємо чисельний метод екстраполяційного типу відшукання наближених значень $y_{i,1}, y_{i,2}, \ldots, y_{i,m}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, точного розв'язку $y_i = y_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, задачі (1), (2) у точках $x_1, x_2, \ldots, x_m$.

Новий чисельний метод. Нехай $y_i = y_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, – шуканий розв'язок задачі (1), (2). Підставляючи його в диференціальні рівняння, одержимо тотожності

$$y_i'(x) \equiv f_i(x, y_1(x), \ldots, y_n(x)), \qquad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Проінтегрувавши ці тотожності на кожному з проміжків $[x_k, x_{k+1}]$, $k = 0, 1, \ldots, m-1$, матимемо

$$y_i(x_{k+1}) = y_i(x_k) + \int_{x_k}^{x_{k+1}} f_i(x, y_1(x), \ldots, y_n(x))\, dx, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{3}$$

Не зменшуючи загальності, вважатимемо, що $f_i(x, y_1(x), \ldots, y_n(x)) > 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$, для всіх $x \in [x_0, x_0 + c]$.

Побудуємо для функцій $f_i(x, y_1(x), \ldots, y_n(x))$, $i = 1, 2, \ldots, n$, некласичні мажоранти Ньютона $\tilde{M}_{f_i}(x)$ за двома точками $(x_{k-1}, f_i(x_{k-1}, y_1(x_{k-1}), \ldots, y_n(x_{k-1})))$ і $(x_k, f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)))$. Одержимо

$$\tilde{M}_{f_i}(x) = \ln \frac{e^{A_{i,k}}(x_k - x) + e^{B_{i,k}}(x - x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{4}$$

де $A_{i,k} = f_i(x_{k-1}, y_1(x_{k-1}), \ldots, y_n(x_{k-1}))$, $B_{i,k} = f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k))$. Замінивши підінтегральні функції $f_i(x, y_1(x), \ldots, y_n(x))$ у (3) некласичними мажорантами Ньютона (4), дістанемо

$$y_i(x_{k+1}) = y_i(x_k) + \int_{x_k}^{x_{k+1}} \tilde{M}_{f_i}(x) dx + R_{i,k+1}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n,$$

де $R_{i,k+1}$ – залишкові члени. Обчисливши при $A_{i,k} \ne B_{i,k}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, інтеграли, матимемо

$$y_i(x_{k+1}) = y_i(x_k) + h\Bigg(f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)) - 1 +$$

$$+ \frac{2 - \exp\left(f_i(x_{k-1}, y_1(x_{k-1}), \ldots, y_n(x_{k-1})) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k))\right)}{1 - \exp\left(f_i(x_{k-1}, y_1(x_{k-1}), \ldots, y_n(x_{k-1})) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k))\right)} \times$$

$$\times \ln\left(2 - \exp\left(f_i(x_{k-1}, y_1(x_{k-1}), \ldots, y_n(x_{k-1})) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k))\right)\right)\Bigg) +$$

$$+ R_{i,k+1}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Якщо $A_{i,k} = B_{i,k}$ для деякого $i = r$, то

$$y_r(x_{k+1}) = y_r(x_k) + hf_r(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)) + R_{r,k+1}.$$

Зазначимо, що на основі границі

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x} = e.$$

Оскільки при $h \to 0$

$$f(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)) - f(x_{k-1}, y_1(x_{k-1}), \ldots, y_n(x_{k-1})) \to 0,$$

одержимо

$$\lim_{h\to 0}\frac{2-\exp(f_i(x_{k-1}, y_1(x_{k-1}), \ldots, y_n(x_{k-1})) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)))}{1-\exp(f_i(x_{k-1}, y_1(x_{k-1}), \ldots, y_n(x_{k-1})) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)))}\times$$

$$\times \ln\big(2-\exp(f_i(x_{k-1}, y_1(x_{k-1}), \ldots, y_n(x_{k-1})) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)))\big) = 1. \quad (5)$$

Отже, для відшукання наближених значень $y_{i,1}, y_{i,2}, \ldots, y_{i,m}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, розв'язку $y_i = y_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, задачі (1), (2) одержуємо формулу

$$y_{i,k+1} = y_{i,k} + h\Bigg(f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}) - 1 +$$

$$+\frac{2-\exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))}{1-\exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))}\times$$

$$\times \ln\big(2-\exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))\big)\Bigg), \quad (6)$$

де $k = 0, 1, \ldots, m-1$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

Питання збіжності методу. Справджується така

Теорема. *Якщо в області* $\bar{D}$, *яка визначається нерівностями* $x_0 \le x \le \le x_0 + a$, $|y_i - y_{i,0}| \le b$, $i = 1, 2, \ldots, n$, *функції* $f_i(x, y_1, \ldots, y_n)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, *неперервні, задовольняють умову Ліпшиця зі сталою* L *за аргументами* $y_1, y_2, \ldots, y_n$ *і*

$$\left|\frac{df_i}{dx}\right| = \left|\frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{\partial f_i}{\partial y_1}f_1 + \ldots + \frac{\partial f_i}{\partial y_n}f_n\right| \le N_i < \infty, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \quad (7)$$

де N_i *– деякі сталі, то наближені значення* $y_{i,1}, y_{i,2}, \ldots, y_{i,m}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, *знайдені за формулою* (6), *при* $h \to 0$ *рівномірно відносно* x *збігаються до точного розв'язку* $y_i = y_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, *задачі* (1), (2).

Д о в е д е н н я. Зазначимо, що аналогічно до (5) отримуємо границю

$$\lim_{h\to 0}\frac{2-\exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))}{1-\exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))}\times$$

$$\times \ln\big(2-\exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))\big) = 1. \quad (8)$$

Нехай $\varepsilon_{i,k} = y_{i,k} - y_i(x_k)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, – похибка наближеного значення розв'язку $y_i = y_i(x)$ задачі (1), (2) у точці $x = x_k$. Тоді приріст похибки на $(k+1)$-му кроці дорівнюватиме

$$\Delta\varepsilon_{i,k} = \varepsilon_{i,k+1} - \varepsilon_{i,k} = (y_{i,k+1} - y_{i,k}) - (y_i(x_{k+1}) - y_i(x_k)) =$$

$$= h\Bigg(f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}) -$$

$$- 1 + \frac{2 - \exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))}{1 - \exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))} \times$$

$$\times \ln\big(2 - \exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))\big)\Bigg) -$$

$$- \int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} f_i(x, y_1(x), \ldots, y_n(x))\,dx .$$

Оскільки

$$\int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} f_i(x, y_1(x), \ldots, y_n(x))dx = \Big|_{x_k}^{x_{k+1}} (x - x_{k+1}) f_i(x, y_1(x), \ldots, y_n(x)) -$$

$$- \int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} (x - x_{k+1}) \frac{df_i}{dx}\,dx = h f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)) - \int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} (x - x_{k+1}) \frac{df_i}{dx}\,dx ,$$

то

$$\Delta\varepsilon_{i,k} = h\big(f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)\big) +$$

$$+ h\Bigg(\frac{2 - \exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))}{1 - \exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))} \times$$

$$\times \ln\big(2 - \exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))\big) - 1\Bigg) +$$

$$+ \int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} (x - x_{k+1}) \frac{df_i}{dx}\,dx .$$

На підставі (8) можемо записати

$$\frac{2 - \exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))}{1 - \exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))} \times$$

$$\times \ln\big(2 - \exp(f_i(x_{k-1}, y_{1,k-1}, \ldots, y_{n,k-1}) - f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}))\big) - 1 = \delta_{i,k}(h) ,$$

де $\delta_{i,k}(h) \to 0$ при $h \to 0$. Тому

$$\Delta\varepsilon_{i,k} = h\big(f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k))\big) +$$

$$+ h\delta_{i,k}(h) + \int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} (x - x_{k+1}) \frac{df_i}{dx}\,dx .$$

Використовуючи умову Ліпшиця за аргументами $y_1, y_2, \ldots, y_n$, одержуємо

$$\left| f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)) \right| \le$$

$$\le L \sum_{j=1}^{n} \left| y_{j,k} - y_j(x_k) \right| = L \sum_{j=1}^{n} \left| \varepsilon_{j,k} \right| .$$

Якщо позначити

$$\varepsilon_k = \max_{1 \le j \le n} \left| \varepsilon_{j,k} \right| ,$$

то останню нерівність можна переписати так:

$$\left| f_i(x_k, y_{1,k}, \ldots, y_{n,k}) - f_i(x_k, y_1(x_k), \ldots, y_n(x_k)) \right| \le n\, L\, \varepsilon_k .$$

На підставі умови (7) одержимо

$$\left| \int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} (x - x_{k+1}) \frac{df_i}{dx} dx \right| \le N \int\limits_{x_k}^{x_{k+1}} |x - x_{k+1}|\, dx = \frac{1}{2} N h^2 ,$$

де $N = \max\limits_{1 \le i \le n} N_i$.

Отже, для всіх $i = 1, 2, \ldots, n$

$$\left| \Delta\varepsilon_{i,k} \right| \le n\, L\, h\, \varepsilon_k + \frac{1}{2} N h^2 + h \left| \delta_{i,k}(h) \right| .$$

Якщо позначити

$$\max_{1 \le i \le n} \left| \Delta\varepsilon_{i,k} \right| = \Delta\varepsilon_k , \qquad \max_{1 \le i \le n} \left| \delta_{i,k}(h) \right| = \delta_k(h) ,$$

то

$$\Delta\varepsilon_k \le n\, L\, h\, \varepsilon_k + \frac{1}{2} N h^2 + h\, \delta_k(h) .$$

Оскільки

$$\max_{1 \le i \le n} \left| \Delta\varepsilon_{i,k} \right| = \max_{1 \le i \le n} \left| \varepsilon_{i,k+1} - \varepsilon_{i,k} \right| \ge \max_{1 \le i \le n} \left| \varepsilon_{i,k+1} \right| - \max_{1 \le i \le n} \left| \varepsilon_{i,k} \right| ,$$

то

$$\varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k \le \Delta\varepsilon_k$$

або

$$\varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k \le n\, L\, h\, \varepsilon_k + \frac{1}{2} N h^2 + h\, \delta_k(h) .$$

Звідси

$$\varepsilon_{k+1} \le (1 + n\, L\, h)\varepsilon_k + \frac{1}{2} N h^2 + h\, \delta_k(h) .$$

Підставивши в цю формулу $k = 0, 1, \ldots, m-1$, враховуючи, що $\varepsilon_0 = 0$, одержимо

$$\varepsilon_1 \le \frac{1}{2} N h^2 + h\delta_0(h) ,$$

$$\varepsilon_2 \le (1 + nLh)\varepsilon_1 + \frac{1}{2} N h^2 + h\delta_1(h) \le$$

$$\le \frac{1}{2} N h^2 ((1 + nLh) + 1) + h((1 + nLh)\delta_0(h) + \delta_1(h)) ,$$

. . . . ,

$$\varepsilon_m \le (1 + nLh)\varepsilon_{m-1} + \frac{1}{2} N h^2 + h\delta_{m-1}(h) \le$$

$$\le \frac{1}{2} N h^2 ((1 + nLh)^{m-1} + (1 + nLh)^{m-2} + \ldots + 1) +$$

$$+ h\left((1 + nLh)^{m-1} \delta_0(h) + (1 + nLh)^{m-2} \delta_1(h) + \ldots + \delta_{m-1}(h)\right) .$$

Нехай

$$\max_{0 \le k \le m-1} \delta_k(h) = \delta(h) .$$

Тоді

$$\varepsilon_m \le \left(\frac{1}{2} N h^2 + h\delta(h) \right) \left((1 + nLh)^{m-1} + (1 + nLh)^{m-2} + \ldots + 1 \right)$$

або

$$\varepsilon_m \le \frac{1}{nL}\left(\frac{1}{2}Nh + \delta(h)\right)\left((1+nLh)^m - 1\right).$$

Оскільки при $u > 0$ виконується нерівність $e^u > 1 + u$, то

$$\varepsilon_m \le \frac{1}{nL}\left(\frac{1}{2}Nh + \delta(h)\right)\left(e^{nmhL} - 1\right).$$

Якщо врахувати, що $mh = c$, то остаточно одержуємо

$$\varepsilon_m \le \frac{1}{nL}\left(\frac{1}{2}Nh + \delta(h)\right)\left(e^{cnL} - 1\right).$$

Звідси випливає, що при $h \to 0$ незалежно від x маємо $\varepsilon_m \to 0$. А це означає, що наближені значення $y_{i,1}, y_{i,2}, \ldots, y_{i,m}$, $i = 1,2,\ldots,n$, при $h \to 0$ рівномірно відносно x збігаються до точного розв'язку $y_i = y_i(x)$, $i = 1,2,\ldots,n$, задачі (1), (2). Теорему доведено. ◊

Приклад. Знайти чисельний розв'язок задачі Коші

$$\begin{cases} y' = 1 + \dfrac{1}{z}, \\ z' = z^2, \end{cases}$$

$$y(0) = 1, \qquad z(0) = -0.5$$

на проміжку $[0,1]$ з кроком $h = 0.1$. Точний розв'язок задачі

$$y^* = 1 - x - \frac{x^2}{2}, \qquad z^* = -\frac{1}{x+2}.$$

Результати чисельного розв'язування задачі за допомогою побудованого методу, методу Ейлера та трапецій наведено в табл. 1.

Таблиця 1

x_i	Метод Ейлера		Метод трапецій		Новий метод		Точний розв'язок	
	y_i	z_i	y_i	z_i	y_i	z_i	y_i	z_i
0	1	−0.5	1	−0.5	1	−0.5	1	−0.5
0.1	0.9	−0.475	0.89470	−0.47622	0.9	−0.475	0.895	−0.47619
0.2	0.78947	−0.45244	0.77950	−0.45459	0.7837	−0.45368	0.780	−0.45455
0.3	0.66845	−0.43197	0.65428	−0.43485	0.6579	−0.43410	0.655	−0.43478
0.4	0.53695	−0.41331	0.51909	−0.41674	0.5221	−0.41614	0.520	−0.41667
0.5	0.395	−0.39623	0.37390	−0.40008	0.3764	−0.39960	0.375	−0.4
0.6	0.24262	−0.38053	0.21876	−0.38470	0.2207	−0.38431	0.220	−0.38462
0.7	0.07982	−0.36605	0.05360	−0.37046	0.0551	−0.37015	0.055	−0.37037
0.8	−0.09337	−0.35265	−0.12150	−0.35724	−0.1205	−0.35699	−0.120	−0.35714
0.9	−0.27694	−0.34021	−0.30660	−0.34492	−0.3060	−0.34473	−0.305	−0.34483
1	−0.47087	−0.32864	−0.50170	−0.33343	−0.5016	−0.33327	−0.50	−0.33333

Як видно з таблиці, для розглянутого прикладу точність методу $O(h^3)$.

Висновки. З використанням нового підходу до побудови апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично, побудовано чисельний метод екстраполяційного типу розв'язування задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь, встановлено ознаку збіжності методу. Метод найбільш ефективний у випадку, коли функції, що замінюються некласичними мажорантами Ньютона, є вгнутими. Ідея розробки чисельних методів на основі обох підходів до побудови апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій може бути успішно використана для розробки двобічних чисельних методів.

1. *Глебена М. І., Цегелик Г. Г.* Про обчислювальну стійкість інтерполяційного методу мажорантного типу розвязування задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь // Наук. вісн. Ужгород. ун-ту. Сер. математика і інформатика. – 2008. – Вип. 16. – С. 53–56.
2. *Грипинська Н.* Нелінійний, неявний, однокроковий чисельний метод розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. Прикл. математика та інформатика. – 2002. – Вип. 4. – С. 23–29.
3. *Підківка Л., Цегелик Г., Грипинська Н.* Про точність екстраполяційного методу мажорантного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Вісн. Львів. ун-ту. Прикл. математика та інформатика. – 2003. – Вип. 6. – С. 86–89.
4. *Цегелик Г. Г.* Нелінійний, неявний, однокроковий чисельний метод розв'язування задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2005. – Вип. 3. – С. 21–27.
5. *Цегелик Г. Г.* Теория мажорант и диаграмм Ньютона функций, заданных таблично, и ее приложение // Укр. мат. журн. – 1989. – **41**, № 9. – С. 1273–1276.
6. *Цегелик Г. Г., Лещишин Н. Р.* Екстраполяційний метод чисельного розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Волин. мат. вісн. Сер. Прикл. математика. – 2008. – Вип. 5 (14). – С. 265–276.
7. *Цегелик Г., Підківка Л., Федчишин Н.* Екстраполяційний метод мажорантного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. Прикл. математика та інформатика. – 2002. – Вип. 4. – С. 76–82.
8. *Цегелик Г. Г., Федчишин Н. В.* Інтерполяційний метод мажорантного типу розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь // Доп. НАН України. – 2002. – № 2. – С. 37–43.
9. *Фундак Л., Цегелик Г.* Екстраполяційний метод мажорантного типу розв'язування задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. Прикл. математика та інформатика. – 2005. – Вип. 10. – С. 41–48.
10. *Фундак Л. І., Цегелик Г. Г.* Новий підхід до побудови апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій та його застосування // Волин. мат. вісн. Сер. Прикл. математика. – 2005. – Вип. 3 (12). – С. 186–200.

ЭКСТРАПОЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

С использованием нового подхода к построению аппарата неклассических мажорант и диаграмм Ньютона функций, заданных таблично, построен новый численный метод экстраполяционного типа решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Установлен признак сходимости метода.

EXTRAPOLATION METHOD OF NUMERICAL SOLVING THE CAUCHY PROBLEM FOR SYSTEMS OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

The new approach to construction of the apparatus of non-classical Newtonian majorants and diagrams functions given tabularly has been used for construction a new numerical method extrapolation type of solving the Cauchy problem for systems of ordinary differential equations. The convergence of the method has been proved.

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано
04.09.08