УДК 517.95

В. М. Кирилич

СТІЙКІСТЬ УЗАГАЛЬНЕНОГО НЕПЕРЕРВНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ З ВІЛЬНИМИ МЕЖАМИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНОЇ КВАЗІЛІНІЙНОЇ ГІПЕРБОЛІЧНОЇ СИСТЕМИ

Доведено неперервну залежність від вихідних даних узагальненого неперервного розв'язку задачі з внутрішніми вільними межами для сингулярної квазілінійної гіперболічної системи рівнянь першого порядку.

Робота є продовженням досліджень [1] щодо неперервної залежності узагальненого неперервного розв'язку задачі з вільними межами для сингулярної гіперболічної системи квазілінійних рівнянь першого порядку від вихідних даних. Всі не наведені тут позначення, припущення та нумерація формул взято із [1].

Отже, поряд з вихідною задачею (6)–(13) із [1] розглянемо систему

$$(\hat{u}_i)'_t + \hat{\lambda}_i(x,t,\hat{u},\hat{v})(\hat{u}_i)'_x = \hat{f}_i(x,t,\hat{u},\hat{v}), \qquad i = 1,\ldots,m\,, \tag{1}$$

$$(\hat{v}_j)'_x = \hat{q}_j(x,t,\hat{u},\hat{v}), \qquad j = 1,\ldots,n\,, \tag{2}$$

$$(\hat{s}_j)'_t = \hat{r}_j(t,\hat{s}(t),\hat{u}(\hat{s}_j(t),t),\hat{v}(\hat{s}_j(t),t)), \qquad i = 1,\ldots,n\,, \tag{3}$$

де $\hat{u} = (\hat{u}_1,\ldots,\hat{u}_m)$, $\hat{v} = (\hat{v}_1,\ldots,\hat{v}_n)$, $\hat{s} = (\hat{s}_1,\ldots,\hat{s}_n)$.

Початкові та граничні умови мають вигляд

$$\hat{u}(x,0) = \hat{\alpha}(x), \qquad 0 \le x \le \ell\,, \tag{4}$$

$$\hat{s}_j(0) = \hat{c}_j, \qquad j = 1,\ldots,n, \qquad 0 \le \hat{c}_j \le \ell\,, \tag{5}$$

$$\hat{u}_i(0,t) = \hat{\gamma}_i^0(t,\hat{u}(0,t)), \qquad i \in \hat{I}_+^0 = \{ i \mid \operatorname{sgn}(\hat{\lambda}_i(0,0,0,0)) = 1 \}\,, \tag{6}$$

$$\hat{u}_i(\ell,t) = \hat{\gamma}_i^\ell(t,\hat{u}(\ell,t)), \qquad i \in \hat{I}_-^\ell = \{ i \mid \operatorname{sgn}(\hat{\lambda}_i(\ell,0,0,0)) = -1 \}\,, \tag{7}$$

$$\hat{v}_j(\hat{s}_j(t),t) = \hat{\beta}_j(t), \qquad j = 1,\ldots,n\,. \tag{8}$$

Надалі припускатимемо, що виконуються такі умови:

1°. Функції $\hat{\lambda}_i(x,t,\hat{u},\hat{v})$, $\hat{f}_i(x,t,\hat{u},\hat{v})$, $\hat{\alpha}_i(x)$ $(i = 1,\ldots,m)$, $\hat{\gamma}_i^0(t,\hat{u})$ $(i \in \hat{I}_+^0)$, $\hat{\gamma}_i^\ell(t,\hat{u})$ $(i \in \hat{I}_-^\ell)$, $\hat{q}_j(x,t,\hat{u},\hat{v})$, $\hat{r}_j(x,t,\hat{u},\hat{v})$, $\hat{\beta}_j(t)$ $(j = 1,\ldots,n)$ задані в тих самих областях, що й функції $\lambda_i(x,t,u,v)$, $f_i(x,t,u,v)$, $\alpha_i(x)$ $(i = 1,\ldots,m)$, $\gamma_i^0(t,u)$ $(i \in I_+^0)$, $\gamma_i^\ell(t,u)$ $(i \in I_-^\ell)$, $q_j(x,t,u,v)$, $r_j(x,t,u,v)$, $\beta_j(t)$ $(j = 1,\ldots,n)$ відповідно. Константи $\hat{c}_j$ $(j = 1,\ldots,n)$ задані.

2°. Функції $\hat{\lambda}_i$, $\hat{f}_i$, $\hat{\alpha}_i$, $\hat{\gamma}_i^0$, $\hat{\gamma}_i^\ell$, $\hat{q}_j$, $\hat{r}_j$, $\hat{\beta}_j$ мають такі ж властивості, що й функції λ_i, f_i, α_i, γ_i^0, γ_i^ℓ, q_j, r_j, β_j відповідно (з тими самими константами), а $\max\{\|w\|, \|\hat{w}\|\} \le P_0$.

3°. $I_+^0 = \hat{I}_+^0, \qquad I_-^\ell = \hat{I}_-^\ell$.

Нехай функції $(u,v) \in \mathbb{E}_1(T,L)$ і $(\hat{u},\hat{v}) \in \mathbb{E}_1(T,\hat{L})$ – неперервні узагальнені розв'язки відповідно задач (6)–(13), визначені в [1], та (1)–(8). Тут через $\mathbb{E}_1(T,\hat{L})$ позначено підпростір простору $\mathbb{E}(T)$, утворений функціями, що задовольняють умову

$$\|\hat{w}(x,t)\| \le P_0, \qquad (x,t) \in \Pi(T),$$

і для яких константою Ліпшиця за x, t є стала $\hat{L}$. Існування таких розв'язків для деякого $T \in (0, T_0]$ отримуємо із доведеної в [1] теореми.

Зауваження 1. Далі будемо вважати, що $L = \hat{L}$.

За аналогією з попереднім розв'язок задачі

$$x'_t = \hat{\lambda}_i(x, t, \hat{w}(x,t)), \qquad x(t_0) = t_0 \tag{9}$$

позначатимемо через $\hat{\varphi}_i(t; x_0, t_0, \hat{w})$, а через $\hat{\chi}_i(x, t, \hat{w})$ – мінімальне значення t, для якого в $\Pi(T)$ визначений розв'язок задачі (9).

За означенням, функції $w(x,t)$ та $\hat{w}(x,t)$ задовольняють співвідношення: $w = \mathfrak{S}w$, $\hat{w} = \hat{\mathfrak{S}}\hat{w}$, де $\hat{\mathfrak{S}}$ – оператор, аналогічний до $\mathfrak{S}$, з відповідними замінами $\alpha_i, f_i, \lambda_i, q_j, r_j, \beta_j, \gamma_i^0, \gamma_i^\ell$ на $\hat{\alpha}_i, \hat{f}_i, \hat{\lambda}_i, \hat{q}_j, \hat{r}_j, \hat{\beta}_j, \hat{\gamma}_i^0, \hat{\gamma}_i^\ell$.

Покладемо

$$\eta(\tau) = \max_{\Pi(\tau)} \|w(x,t) - \hat{w}(x,t)\|$$

і позначимо

$$\begin{aligned}\Theta = \max\Big\{ &\max_{i=1,\dots,m} \max_{[0,\ell]} |\alpha_i(x) - \hat{\alpha}_i(x)|, \quad \max_{i \in I_+^0} \max_{D^1(T_0,P_0)} |\gamma_i^0(t,w) - \hat{\gamma}_i^0(t,w)|, \\ &\max_{i \in I_-^\ell} \max_{D^1(T_0,P_0)} |\gamma_i^\ell(t,w) - \hat{\gamma}_i^\ell(t,w)|, \quad \max_{i=1,\dots,m} \max_{D(T_0,P_0)} |f_i(x,t,w) - \hat{f}_i(x,t,w)|, \\ &\max_{i=1,\dots,m} \max_{D(T_0,P_0)} |\lambda_i(x,t,w) - \hat{\lambda}_i(x,t,w)|, \max_{j=1,\dots,n} \max_{D(T_0,P_0)} |q_j(x,t,w) - \hat{q}_j(x,t,w)|, \\ &\max_{j=1,\dots,n} \max_{[0,T_0]} |\beta_j(t) - \hat{\beta}_j(t)|, \max_{j=1,\dots,n} \max_{D^2(T_0,P_0)} |r_j(x,t,w) - \hat{r}_j(x,t,w)|, \max_{j=1,\dots,n} |c_j - \hat{c}_j| \Big\};\end{aligned}$$

$$E_1 = \exp\left(\int_0^{T_0} (\Lambda_1(\tau) + L\Lambda_2(\tau))\, d\tau \right), \qquad E_2 = \exp\left(\int_0^{T_0} (R_1(\tau) + LR_2(\tau))\, d\tau \right),$$

$$E_3 = \exp\left(\int_0^{\ell} Q_2(\xi)\, d\xi \right), \qquad \nu^0 = \max\left\{ \int_0^{T_0} F_1(\tau)\, d\tau, \int_0^{T_0} F_2(\tau)\, d\tau, \int_0^{T_0} \Lambda_2(\tau)\, d\tau \right\}.$$

Лема 1. *Нехай* $w \in \mathbb{E}_1(T, L)$, $\hat{w} \in \mathbb{E}_1(T, L)$. *Тоді на відрізку* $[\max\{\chi_i(x,t,w), \hat{\chi}_i(x,t,\hat{w})\}, t]$ *справджується оцінка*

$$\begin{aligned}&|\varphi_i(\tau; x, t, w) - \hat{\varphi}_i(\tau; x, t, \hat{w})| \le \\ &\qquad \le \left(\Theta T + \exp(H\ell) \int_0^T \eta(\xi) \Lambda_2(\xi)\, d\xi \right) \exp\left(\int_0^T (\Lambda_1(\xi) + L\Lambda_2(\xi))\, d\xi \right).\end{aligned} \tag{10}$$

Д о в е д е н н я. Запишемо

$$|\varphi_i(\tau; x, t, w) - \hat{\varphi}_i(\tau; x, t, \hat{w})| \le \int_\tau^t |\lambda_i(\xi, \varphi_i(w), w) - \hat{\lambda}_i(\xi, \hat{\varphi}_i(\hat{w}), \hat{w})|\, d\xi \le$$

$$\le \int_\tau^t \Big(|\lambda_i(\varphi_i(w), \xi, w(\varphi_i(w), \xi)) - \hat{\lambda}_i(\hat{\varphi}_i(\hat{w}), \xi, \hat{w}(\hat{\varphi}_i(\hat{w}), \xi))| +$$

$$+ |\lambda_i(\hat{\varphi}_i(\hat{w}), \xi, \hat{w}(\hat{\varphi}_i(\hat{w}), \xi)) - \hat{\lambda}_i(\xi, \hat{\varphi}_i(\hat{w}), \hat{w})| \Big)\, d\xi \le$$

$$\le \int_\tau^t \Big(\Lambda_1(\xi) |\varphi_i(\xi; x, t, w) - \hat{\varphi}_i(\xi; x, t, \hat{w})| + \Lambda_2(\xi) |w(\varphi_i(w), \xi) - \hat{w}(\hat{\varphi}_i(\hat{w}), \xi)| + \Theta \Big)\, d\xi \le$$

$$\le \int_\tau^t \Big(\Lambda_1(\xi) \left| \varphi_i(\xi; x,t,w) - \hat\varphi_i(\xi;x,t,\hat w)\right| + \Lambda_2(\xi)\big(\left| w(\varphi_i(w),\xi) - \right.$$

$$\left. - w(\hat\varphi_i(\hat w),\xi)\right| + \left| w(\hat\varphi_i(\hat w),\xi) - \hat w(\hat\varphi_i(\hat w),\xi)\right|\big)\Big) d\xi + \Theta T \le$$

$$\le \int_\tau^t (\Lambda_1(\xi) + L\Lambda_2(\xi)) \left| \varphi_i(\xi;x,t,w) - \hat\varphi_i(\xi;x,t,\hat w)\right| d\xi +$$

$$+ \Theta T + \exp(H\ell) \int_0^T \eta(\xi)\Lambda_2(\xi)\, d\xi .$$

Звідси на підставі леми Ґронуолла отримуємо оцінку (10), яка й завершує доведення леми. ◊

Лема 2. *Нехай* $w \in \mathrm{IE}_1(T,L)$, $\hat w \in \mathrm{IE}_1(T,L)$. *Тоді для всіх* $i \in I_+^0$ *або* $i \in I_-^\ell$

$$\left| \chi_i(x,t,w) - \hat\chi_i(x,t,\hat w)\right| \le$$

$$\le \Lambda_0^{-1} \Big(\Theta T + \exp(H\ell) \int_0^T \eta(\xi)\Lambda_2(\xi)\, d\xi \Big) \exp\Big(\int_0^T (\Lambda_1(\xi) + L\Lambda_2(\xi))\, d\xi \Big). \quad (11)$$

Д о в е д е н н я. Враховуючи припущення для вихідних даних задач (6)–(13) із [1] і (1)–(8), можемо вважати, що $\left|\lambda_i(x,t,w)\right| \ge \Lambda_0$, $\left|\hat\lambda_i(x,t,\hat w)\right| \ge \Lambda_0$. Характеристики $\varphi_i(\tau;x,t,w)$ та $\hat\varphi_i(\tau;x,t,\hat w)$ знаходимо з розв'язків задач

$$\tau'_\xi = \lambda_i^{-1}(\xi,\tau,w(\xi,\tau)), \qquad \tau(x_0) = t_0 ,$$

$$\hat\tau'_\xi = \hat\lambda_i^{-1}(\xi,\hat\tau,\hat w(\xi,\hat\tau)), \qquad \hat\tau(x_0) = t_0 .$$

Тому для $(x,t) \in \overline\Pi_i^0(w) \cap \overline\Pi_i^0(\hat w)$ будуть виконуватися нерівності

$$\tau - \chi_i(x,t,w) \le \Lambda_0^{-1}\xi, \quad (12)$$

$$\hat\tau - \hat\chi_i(x,t,\hat w) \le \Lambda_0^{-1}\xi. \quad (13)$$

Нехай для визначеності $\chi_i(x,t,w) \le \hat\chi_i(x,t,\hat w)$. Покладемо в (12) $\tau = \hat\chi_i(x,t,\hat w)$, $\xi = \varphi_i(\hat\chi_i(x,t,\hat w); x,t,w)$. Оскільки $\hat\varphi_i(\hat\chi_i(x,t,\hat w);x,t,\hat w) = 0$, то, враховуючи твердження леми 1, отримаємо оцінку

$$\hat\chi_i(x,t,\hat w) - \chi_i(x,t,w) \le \Lambda_0^{-1}(\varphi_i(\hat\chi_i(x,t,\hat w);x,t,w) - \hat\varphi_i(\hat\chi_i(x,t,\hat w);x,t,\hat w)) \le$$

$$\le \Lambda_0^{-1} \Big(\Theta T + \exp(H\ell) \int_0^T \Lambda_2(\xi)\eta(\xi)\, d\xi \Big) \exp\Big(\int_0^T (\Lambda_1(\xi) + L\Lambda_2(\xi))\, d\xi \Big).$$

Аналогічно досліджується випадок $\chi_i(x,t,w) \ge \hat\chi_i(x,t,\hat w)$, а також випадок $(x,t) \in \overline\Pi_i^\ell(w) \cap \overline\Pi_i^\ell(\hat w)$. Таким чином, матимемо оцінку (11). ◊

Лема 3. *Нехай* $w \in \mathrm{IE}_1(T,L)$, $\hat w \in \mathrm{IE}_1(T,L)$. *Тоді*

$$\max_j \left| s_j(t;w) - \hat s_j(t;\hat w)\right| \le$$

$$\le \Big(\Theta + \Theta T + \exp(H\ell) \int_0^T R_2(\tau)\eta(\tau)\, d\tau \Big) \exp\Big(\int_0^T (R_1(\tau) + LR_2(\tau))\, d\tau \Big). \quad (14)$$

Д о в е д е н н я. Оскільки

$$\left|s_j(t;w)-\hat{s}_j(t;\hat{w})\right| \le \left|c_j-\hat{c}_j\right| + \int_0^t \left|r_j(\tau,s(\tau),w(s_j(\tau),\tau)) -\right.$$

$$\left.-\hat{r}_j(\tau,\hat{s}(\tau),\hat{w}(\hat{s}_j(\tau),\tau))\right|d\tau \le \left|c_j-\hat{c}_j\right| + \int_0^t \Big(\left|r_j(\tau,s(\tau),w(s_j(\tau),\tau)) -\right.$$

$$\left.-\hat{r}_j(\tau,s(\tau),w(s_j(\tau),\tau))\right| + \left|\hat{r}_j(\tau,s(\tau),w(s_j(\tau),\tau)) -\right.$$

$$\left.-\hat{r}_j(\tau,\hat{s}(\tau),\hat{w}(\hat{s}_j(\tau),\tau))\right|\Big)d\tau \le \Theta + \Theta T + \int_0^t \Big(R_1(\tau)\max_k\left|s_k(\tau;w)-\hat{s}_k(\tau;\hat{w})\right| +$$

$$+R_2(\tau)\left|w(s_j(\tau;w),\tau)-\hat{w}(\hat{s}_j(\tau;\hat{w}),\tau)\right|\Big)d\tau \le \Theta + \Theta T + \int_0^t \Big(\max_k\left|s_k(\tau;w)-\right.$$

$$\left.-\hat{s}_k(\tau;\hat{w})\right|(R_1(\tau)+LR_2(\tau)) + R_2(\tau)\exp(H\ell)\eta(\tau)\Big)d\tau \le \Theta + \Theta T +$$

$$+\exp(H\ell)\int_0^T \eta(\tau)R_2(\tau)\,d\tau + \int_0^t \max_k\left|s_k(\tau;w)-\hat{s}_k(\tau;\hat{w})\right|(R_1(\tau)+LR_2(\tau))\,d\tau\,,$$

то звідси, згідно з лемою Ґронуолла, матимемо оцінку (14), яка й завершує доведення леми. ◊

Лема 4. *Нехай* $(x,t)\in\bar{\Pi}_i^{\alpha}(w)\cap\bar{\Pi}_i^{\alpha}(\hat{w})$, $w\in \mathrm{IE}_1(T,L)$, $\hat{w}\in \mathrm{IE}_1(T,L)$. *Тоді для* $i=1,\ldots,m$ *виконується оцінка*

$$\left|\mathfrak{A}_i[w](x,t)-\mathfrak{A}_i[\hat{w}](x,t)\right| \le$$

$$\le \left(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau)+F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\right)(A_1+L+1)\rho_1 + \Theta\,, \qquad (15)$$

де $\rho_1 = \max\{E_1,\, E_1\nu^0+1\}$.

Д о в е д е н н я. Маємо

$$\left|\mathfrak{A}_i[w](x,t)-\mathfrak{A}_i[\hat{w}](x,t)\right| \le \left|\alpha_i(\varphi_i(0;x,t,w)) - \hat{\alpha}_i(\hat{\varphi}_i(0;x,t,\hat{w}))\right| +$$

$$+\int_0^t \left|f_i(\varphi_i(\tau;x,t,w),\tau,w(\varphi_i(\tau;x,t,w);\tau)) - \hat{f}_i(\hat{\varphi}_i(\tau;x,t,\hat{w}),\tau,\hat{w}(\hat{\varphi}_i(\tau;x,t,\hat{w});\tau))\right|d\tau.$$

Тоді

$$\left|\alpha_i(\varphi_i(0;x,t,w)) - \hat{\alpha}_i(\hat{\varphi}_i(0;x,t,\hat{w}))\right| \le \left|\alpha_i(\varphi_i(0;x,t,w)) - \alpha_i(\hat{\varphi}_i(0;x,t,\hat{w}))\right| +$$

$$+\left|\alpha_i(\hat{\varphi}_i(0;x,t,\hat{w})) - \hat{\alpha}_i(\hat{\varphi}_i(0;x,t,\hat{w}))\right| \le A_1\left|\varphi_i(0;x,t,w)-\hat{\varphi}_i(0;x,t,\hat{w})\right| + \Theta \le$$

$$\le A_1\left(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\right)\exp\left(\int_0^T (\Lambda_1(\tau)+L\Lambda_2(\tau))\,d\tau\right) + \Theta \le$$

$$\le A_1E_1\left(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\right) + \Theta\,.$$

Крім того,

$$\int_0^t \left|f_i(\varphi_i(w),\tau,w(\varphi_i,\tau)) - \hat{f}_i(\hat{\varphi}_i(\hat{w}),\tau,\hat{w}(\hat{\varphi}_i,\tau))\right|d\tau \le \int_0^t \Big(\left|f_i(\varphi_i,\tau,w(\varphi_i,\tau)) -\right.$$

$$\left.-f_i(\hat{\varphi}_i,\tau,\hat{w}(\hat{\varphi}_i,\tau))\right| + \left|f_i(\hat{\varphi}_i,\tau,\hat{w}(\hat{\varphi}_i,\tau)) - \hat{f}_i(\hat{\varphi}_i(\hat{w}),\tau,\hat{w}(\hat{\varphi}_i,\tau))\right|\Big)d\tau \le$$

$$\le \int_0^t \Big(F_1(\tau)\left|\varphi_i(\tau;x,t,w)-\hat{\varphi}_i(\tau;x,t,\hat{w})\right| + F_2(\tau)\left|w(\varphi_i,\tau)-\hat{w}(\hat{\varphi}_i,\tau)\right| + \Theta\Big)d\tau \le$$

$$\le \int_0^t \Big((F_1(\tau)+LF_2(\tau))\left|\varphi_i(\tau;x,t,w)-\hat{\varphi}_i(\tau;x,t,\hat{w})\right| + F_2(\tau)\exp(H\ell)\eta(\tau)+\Theta\Big)d\tau \le$$

$$\le \Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T F_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau + \int_0^T ((F_1(\tau) + LF_2(\tau))\,d\tau\Big(\Theta T +$$

$$+ \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big)E_1 \le \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big)E_1\nu^0(1+L) +$$

$$+ \Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T F_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau \le \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) +$$

$$+F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big)(1+L)(E_1\nu^0 + 1).$$

Тому

$$\left|\mathfrak{A}_i[w](x,t) - \mathfrak{A}_i[\hat{w}](x,t)\right| \le \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big)\big(E_1 A_1 +$$

$$+ L(E_1\nu^0 + 1) + E_1\nu^0 + 1\big) + \Theta \le \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) +$$

$$+ F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big)\max\{E_1; E_1\nu^0 + 1\}(A_1 + L + 1) + \Theta,$$

що й завершує доведення леми. ◊

Лема 5. *Нехай* $(x,t) \in \big(\bar{\Pi}_i^0(w) \cap \bar{\Pi}_i^0(\hat{w})\big) \cup \big(\bar{\Pi}_i^\ell(w) \cap \bar{\Pi}_i^\ell(\hat{w})\big)$. *Тоді*

$$\left|\mathfrak{A}_i[w](x,t) - \mathfrak{A}_i[\hat{w}](x,t)\right| \le \rho_4(A_1 + L + 1)\Big(\Theta T +$$

$$+ \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \Theta(\Gamma_2 + 1). \tag{16}$$

Д о в е д е н н я. Маємо оцінки

$$\left|\mathfrak{R}_i[w](x,t) - \mathfrak{R}_i[\hat{w}](x,t)\right| \le \left|\gamma_i^0(\chi_i(w), u(0,\chi_i(w))) - \hat{\gamma}_i^0(\hat{\chi}_i(\hat{w}), \hat{u}(0,\hat{\chi}_i(\hat{w})))\right| \le$$

$$\le \left|\gamma_i^0(\chi_i(w), u(0,\chi_i(w))) - \gamma_i^0(\hat{\chi}_i(\hat{w}), \hat{u}(0,\hat{\chi}_i(\hat{w})))\right| + \left|\gamma_i^0(\hat{\chi}_i(\hat{w}), \hat{u}(0,\hat{\chi}_i(\hat{w}))) -\right.$$

$$\left.- \hat{\gamma}_i^0(\hat{\chi}_i(\hat{w}), \hat{u}(0,\hat{\chi}_i(\hat{w})))\right| \le \Gamma_1\left|\chi_i(w) - \hat{\chi}_i(\hat{w})\right| + \Gamma_2 \max_{k\notin I_+^0}\left|u_k(0,\chi_i(x,t,w)) -\right.$$

$$\left.- \hat{u}_k(0,\hat{\chi}_i(x,t,\hat{w}))\right| + \Theta \le (\Gamma_1 + L\Gamma_2)\left|\chi_i(w) - \hat{\chi}_i(\hat{w})\right| +$$

$$+ \Gamma_2 \max_{k\notin I_+^0}\left|u_k(0,\chi_i(x,t,w)) - \hat{u}_k(0,\chi_i(x,t,w))\right| + \Theta.$$

Оскільки функції $w(x,t)$ і $\hat{w}(x,t)$ − неперервні узагальнені розв'язки відповідних змішаних задач, то $w = \mathfrak{S}w$, $\hat{w} = \hat{\mathfrak{S}}\hat{w}$. Тому $u = \mathfrak{A}[w]$, $\hat{u} = \mathfrak{A}[\hat{w}]$. Крім того, для $k \notin I_+^0$ точки з координатами $(0,t) \in \bar{\Pi}_k^\alpha(w) \cap \bar{\Pi}_k^\alpha(\hat{w})$. Отже, згідно з лемою 4, можемо записати співвідношення

$$\max_{k\notin I_+^0}\left|u_k(0,\chi_i(x,t,w)) - \hat{u}_k(0,\chi_i(x,t,w))\right| = \max_{k\notin I_+^0}\left|\mathfrak{A}_k[w](0,\chi_i(x,t,w)) -\right.$$

$$\left.- \mathfrak{A}_k[\hat{w}](0,\chi_i(x,t,w))\right| \le \rho_1(A_1 + L + 1)\Big(\Theta T +$$

$$+ \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \Theta.$$

Тому

$$\left|\Re_i[w](x,t)-\Re_i[\hat{w}](x,t)\right| \le (\Gamma_1+L\Gamma_2)\Lambda_0^{-1}E_1\Big(\Theta T+ + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big)+\Gamma_2\rho_1(A_1+L+1)\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T(\Lambda_2(\tau)+ + F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big)+\Theta\Gamma_2+\Theta \le \Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T(\Lambda_2(\tau)+F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big)\times \times\big[(\Gamma_1+L\Gamma_2)\Lambda_0^{-1}E_1+\Gamma_2\rho_1(A_1+L+1)\big]+\Theta(\Gamma_2+1)\le\rho_2(A_1+L+1)\times \times\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T(\Lambda_2(\tau)+F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big)+\Theta(\Gamma_2+1),$$

де $\rho_2=\max\{\Gamma_1,\Gamma_2\}\Lambda_0^{-1}E_1+\Gamma_2\rho_1$.

Нехай для визначеності $\hat{\chi}_i(x,t,\hat{w})\ge\chi_i(x,t,w)$. Враховуючи це, запишемо оцінку

$$\left|\Im_i[w](x,t)-\Im_i[\hat{w}](x,t)\right|\le\int_{\hat{\chi}_i(x,t,\hat{w})}^{t}\big|f_i(\varphi_i(w),\tau,w(\varphi_i(w),\tau))- -\hat{f}_i(\hat{\varphi}_i(\hat{w}),\tau,\hat{w}(\hat{\varphi}_i(\hat{w}),\tau))\big|\,d\tau+\int_{\chi_i(x,t,w)}^{\hat{\chi}_i(x,t,\hat{w})}\big|f_i(\varphi_i(w),\tau,w(\varphi_i(w),\tau))\big|\,d\tau\le \le\int_{\hat{\chi}_i(x,t,\hat{w})}^{t}\Big(F_1(\tau)\big|\varphi_i(\tau;x,t,w)-\hat{\varphi}_i(\tau;x,t,\hat{w})\big|+F_2(\tau)\big|w(\varphi_i(\tau;x,t,w),\tau)- -\hat{w}(\hat{\varphi}_i(\tau;x,t,\hat{w}),\tau)\big|+\Theta\Big)d\tau+F\big|\chi_i(x,t,w)-\hat{\chi}_i(x,t,\hat{w})\big|\le \le\int_{\hat{\chi}_i(x,t,\hat{w})}^{t}\Big[(F_1(\tau)+LF_2(\tau))\big|\varphi_i(\tau;x,t,w)-\hat{\varphi}_i(\tau;x,t,\hat{w})\big|+F_2(\tau)\eta(\tau)\exp(H\ell)+ +\Theta\Big]d\tau+F\Lambda_0^{-1}E_1\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T\Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big)\le\int_0^T(F_1(\tau)+LF_2(\tau))E_1\times \times\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T\Lambda_2(\tau)\eta(\tau)d\tau\Big)d\tau+\exp(H\ell)\int_0^T F_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau+\Theta T+F\Lambda_0^{-1}E_1\times \times\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T\Lambda_2(\tau)\eta(\tau)d\tau\Big)\le E_1\nu^0(1+L)\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\times \times\int_0^T\Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big)+\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T F_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big)+F\Lambda_0^{-1}E_1(\Theta T+\exp(H\ell)\times \times\int_0^T\Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big)\le\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T(\Lambda_2(\tau)+F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big)\big[E_1\nu^0(1+L)+ +1+F\Lambda_0^{-1}E_1\big]\le\rho_3(1+L)\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T(\Lambda_2(\tau)+F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big),$$

де $\rho_3=E_1\nu^0+F\Lambda_0^{-1}E_1+1$.

Тоді

$$\left|\mathfrak{A}_i[w](x,t)-\mathfrak{A}_i[\hat{w}](x,t)\right|\le\rho_2(A_1+L+1)\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T(\Lambda_2(\tau)+ + F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big)+\Theta T+\rho_3(1+L)\Big(\Theta T+\exp(H\ell)\int_0^T(\Lambda_2(\tau)+F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big)\le$$

$$\le \rho_4 (A_1 + L + 1)\Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \Theta(\Gamma_2 + 1),$$

де $\rho_4 = \rho_2 + \rho_3$. Лему доведено. ◊

Лема 6. *Нехай* $(x,t) \in \bar\Pi_i^{\alpha}[w] \cap \bar\Pi_i^{0}[\hat w]$ *або* $(x,t) \in \bar\Pi_i^{\alpha}[w] \cap \bar\Pi_i^{\ell}[\hat w]$, *або* $(x,t) \in \bar\Pi_i^{0}[w] \cap \bar\Pi_i^{\alpha}[\hat w]$, *або* $(x,t) \in \bar\Pi_i^{\ell}[w] \cap \bar\Pi_i^{\alpha}[\hat w]$. *Тоді*

$$|\mathfrak{A}_i[w](x,t) - \mathfrak{A}_i[\hat w](x,t)| \le$$
$$\le \rho_6 (1 + L + A_1)\Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \Theta. \qquad (17)$$

Д о в е д е н н я. Розглянемо для визначеності випадок $(x,t) \in \bar\Pi_i^{\alpha}[w] \cap \cap \bar\Pi_i^{0}[\hat w]$ (інші випадки розглядаються аналогічно). Оскільки $(x,t) \in \bar\Pi_i^{0}[\hat w]$, то $x \le \Lambda T$ і, крім того, за припущенням, $\Lambda T \le \varepsilon_0$, то справджуються умови леми 2 при $\chi_i(x,t,w) = 0$. Отже,

$$\hat\chi_i(x,t,\hat w) - 0 \le \Lambda_0^{-1} E_1 \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big).$$

Далі, оскільки для $(x,t) \in \bar\Pi_i^{0}[\hat w]$ $\hat\lambda_i(x,t,\hat w) \ge \Lambda_0$ і $x \le \varepsilon_0$, то і $\lambda_i(x,t,w) \ge \Lambda_0$. Отже, функція $\varphi_i(\tau; x,t,w)$ зростає за τ при $0 \le \tau \le t$. Тому

$$\varphi_i(0; x,t,w) \le \varphi_i(\hat\chi_i(x,t,\hat w); x,t,w). \qquad (18)$$

Зазначимо, що $\hat\varphi_i(\hat\chi_i(x,t,\hat w); x,t,\hat w) = 0$, і тоді з леми 1 отримуємо оцінку

$$|\varphi_i(\hat\chi_i(x,t,\hat w); x,t,w) - \hat\varphi_i(\hat\chi_i(x,t,\hat w); x,t,\hat w)| \le$$
$$\le E_1 \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big).$$

Звідси на підставі (18) матимемо

$$\varphi_i(0; x,t,w) \le E_1 \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big).$$

Далі, використовуючи умови погодження, одержуємо

$$|\Re_i[w](x,t) - \Re_i[\hat w](x,t)| \le |\alpha_i(\varphi_i(0;x,t,w)) - \alpha_i(0)| + |\alpha_i(0) -$$
$$- \hat\gamma_i^0(\hat\chi_i(x,t,\hat w), \hat u(0, \hat\chi_i(x,t,\hat w)))| \le A_1 \varphi_i(0;x,t,w) + |\alpha_i(0) - \hat\gamma_i^0(0, \hat u(0,0))| +$$
$$+ |\hat\gamma_i^0(\hat\chi_i(x,t,\hat w), \hat u(0, \hat\chi_i(x,t,\hat w))) - \hat\gamma_i^0(0, \hat u(0,0))| \le A_1 \varphi_i(0;x,t,w) + |\alpha_i(0) -$$
$$- \hat\alpha_i(0)| + (\Gamma_1 + L\Gamma_2)\hat\chi_i(x,t,\hat w) \le A_1 E_1 \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \Theta +$$
$$+ (\Gamma_1 + L\Gamma_2)\Lambda_0^{-1} E_1 \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big) \le \Big(\Theta T +$$
$$+ \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big)\big(A_1 E_1 + \max\{\Gamma_1; \Gamma_2\}(1 + L)\Lambda_0^{-1} E_1\big) + \Theta \le$$
$$\le \rho_5 (1 + A_1 + L)\Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \Lambda_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \Theta,$$

де $\rho_5 = E_1 + \max\{\Gamma_1, \Gamma_2\}\Lambda_0^{-1} E_1$.

Запишемо оцінки

$$\left|\Im_i[w](x,t) - \Im_i[\hat{w}](x,t)\right| \le \int\limits_{\hat{\chi}_i(x,t,\hat{w})}^{t} \Big[(F_1(\tau) + LF_2(\tau))\left|\varphi_i(\tau; x, t, w) -\right.$$

$$\left. - \hat{\varphi}_i(\tau; x, t, \hat{w})\right| + F_2(\tau)\eta(\tau)\exp(H\ell) + \Theta\Big]\, d\tau + \int\limits_{0}^{\hat{\chi}_i(x,t,\hat{w})} F\, d\tau \le$$

$$\le \rho_3(1 + L)\Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int\limits_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau))\eta(\tau)\, d\tau\Big).$$

Тому

$$\left|\mathfrak{A}_i[w](x,t) - \mathfrak{A}_i[\hat{w}](x,t)\right| \le$$

$$\le \rho_6(1 + L + A_1)\Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int\limits_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau))\eta(\tau)\, d\tau\Big) + \Theta,$$

де $\rho_6 = \rho_3 + \rho_5$.

Наслідок 1. *Випадки, розглянуті в лемах* 4–6, *охоплюють весь прямокутник* $\Pi(T)$, *оскільки* $\bar{\Pi}_i^0[w] \cap \bar{\Pi}_i^\ell[\hat{w}] = \bar{\Pi}_i^\ell[w] \cap \bar{\Pi}_i^0[\hat{w}] = \varnothing$. *Тому для всіх* $(x,t) \in \Pi(T)$ *виконується співвідношення*

$$\left|\mathfrak{A}_i[w](x,t) - \mathfrak{A}_i[\hat{w}](x,t)\right| \le \rho_7(1 + L + A_1) \times$$

$$\times \Big(\Theta T + \exp(H\ell)\int\limits_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau))\eta(\tau)\, d\tau\Big) + \Theta(\Gamma_2 + 1), \tag{19}$$

де $\rho_7 = \max\{\rho_1, \rho_4, \rho_6\}$.

Лема 7. *Для* $(x,t) \in \Pi(T)$, $w \in \mathbb{E}_1(T, L)$, $\hat{w} \in \mathbb{E}_1(T, L)$ *справджується оцінка*

$$\left|\mathfrak{B}[w](x,t) - \mathfrak{B}[\hat{w}](x,t)\right| \le E_3\Big(\Theta\rho_9 + \rho_8(1 + L + A_1)\big(\Theta + \Theta T +$$

$$+ \exp(H\ell)\int\limits_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau) + R_2(\tau))\eta(\tau)\, d\tau\big)\Big). \tag{20}$$

Д о в е д е н н я. Для визначеності вважатимемо, що $s_j(t; w) \le \hat{s}_j(t; \hat{w})$ (у випадку $s_j(t; w) \ge \hat{s}_j(t; \hat{w})$ доведення аналогічне).

1°. Нехай $s_j(t; w) \le \hat{s}_j(t; \hat{w}) \le x$. Тоді

$$\left|\mathfrak{B}_j[w](x,t) - \mathfrak{B}_j[\hat{w}](x,t)\right| \le \left|\beta_j(t) - \hat{\beta}_j(t)\right| + \int\limits_{s_j(t;w)}^{\hat{s}_j(t;\hat{w})} \left|q_j(\xi, t, w(\xi,t))\right| d\xi +$$

$$+ \int\limits_{\hat{s}_j(t;\hat{w})}^{x} \left|q_j(\xi, t, w(\xi,t)) - \hat{q}_j(\xi, t, \hat{w}(\xi,t))\right| d\xi \le \Theta + Q\left|s_j(t;\hat{w}) - \hat{s}_j(t;\hat{w})\right| +$$

$$+ \int\limits_{\hat{s}_j(t;\hat{w})}^{x} \left(Q_2(\xi)\left|w(\xi,t) - \hat{w}(\xi,t)\right| + \Theta\right) d\xi \le \Theta + Q\Big(\Theta + \Theta T + \exp(H\ell) \times$$

$$\times \int\limits_0^T R_2(\tau)\eta(\tau) d\tau\Big) E_2 + \int\limits_0^x Q_2(\xi)\max\left\{\left|u(\xi,t) - \hat{u}(\xi,t)\right|; \left|v(\xi,t) - \hat{v}(\xi,t)\right|\right\} d\xi +$$

$$+ \Theta\ell \le \Theta(1 + \ell) + Q\Big(\Theta(1 + T) + \exp(H\ell)\int\limits_0^T R_2(\tau)\eta(\tau)\, d\tau\Big) E_2 +$$

$$+ \int\limits_0^x Q_2(\xi)\left(\left|u(\xi,t) - \hat{u}(\xi,t)\right| + \left|v(\xi,t) - \hat{v}(\xi,t)\right|\right) d\xi.$$

Оскільки $w, \hat{w}$ – розв'язки відповідних задач, то $w = \mathfrak{S}[w]$, $\hat{w} = \hat{\mathfrak{S}}[\hat{w}]$, тому

$$\left|\mathfrak{B}_j[w](x,t) - \mathfrak{B}_j[\hat{w}](x,t)\right| \le \Theta(1+\ell) + Q\Big(\Theta + \Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T R_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big)E_2 +$$

$$+ \int_0^x Q_2(\xi)\big(|\mathfrak{A}[w](\xi,t) - \mathfrak{A}[\hat{w}](\xi,t)| + |\mathfrak{B}[w](\xi,t) - \mathfrak{B}[\hat{w}](\xi,t)|\big)\,d\xi \le$$

$$\le \Theta(1+\ell) + QE_2\Big(\Theta + \Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T R_2(\tau)\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \Big[\rho_7(1+L+A_1)\Big(\Theta T +$$

$$+ \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \Theta(\Gamma_2+1)\Big]\nu^0 + \int_0^\ell Q_2(\xi)\,|\mathfrak{B}[w](\xi,t) -$$

$$- \mathfrak{B}[\hat{w}](\xi,t)|\,d\xi \le \Theta\rho_9 + \Big(\Theta + \Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T \big(\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau) +$$

$$+ R_2(\tau)\big)\eta(\tau)\,d\tau\Big)\rho_8(1+L+A_1) + \int_0^\ell Q_2(\xi)\,|\mathfrak{B}[w](\xi,t) - \mathfrak{B}[\hat{w}](\xi,t)|\,d\xi\,, \qquad (21)$$

де $\rho_8 = QE_2 + \nu^0\rho_7$, $\rho_9 = \nu^0(\Gamma_2+1) + 1 + \ell$.

Очевидно, що при $x \le s_j(t;w) \le \hat{s}_j(t;\hat{w})$ оцінка (21) також виконується.

2°. Нехай тепер $s_j(t;w) \le x \le \hat{s}_j(t;\hat{w})$. Тоді

$$\left|\mathfrak{B}_j[w](x,t) - \mathfrak{B}_j[\hat{w}](x,t)\right| \le \left|\beta_j(t) - \hat{\beta}_j(t)\right| + \int_{s_j(t;w)}^x \left|q_j(\xi,t,w(\xi,t))\right|d\xi +$$

$$+ \int_x^{\hat{s}_j(t;\hat{w})} \left|\hat{q}_j(\xi,t,\hat{w}(\xi,t))\right|d\xi \le \Theta + Q\left|s_j(t;w) - \hat{s}_j(t;\hat{w})\right| \le$$

$$\le \Theta + QE_2\Big(\Theta + \Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T R_2(\tau)\eta(\tau)d\tau\Big).$$

Отже, для $(x,t) \in \Pi(T)$ справджується оцінка

$$|\mathfrak{B}[w](x,t) - \mathfrak{B}[\hat{w}](x,t)| \le \Theta\rho_9 + \rho_8(1+L+A_1)\Big(\Theta + \Theta T + \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) +$$

$$+ F_2(\tau) + R_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \int_0^\ell Q_2(\xi)\,|\mathfrak{B}[w](\xi,t) - \mathfrak{B}[\hat{w}](\xi,t)|\,d\xi.$$

Далі, застосовуючи лему Ґронуолла, отримуємо нерівність (20). Лему доведено. ◊

Наслідок 2. *Згідно з наслідком* 1 *та лемою* 7, *враховуючи нерівність*

$$\|v(x,t)\| \le \max_{\Pi(T)} |v(x,t)|\,,$$

для $(x,t) \in \Pi(T)$ *матимемо оцінку*

$$\left\|\mathfrak{S}[w](x,t) - \hat{\mathfrak{S}}[\hat{w}](x,t)\right\| \le \rho_{10}(1+L+A_1)\Big(\Theta + \Theta T +$$

$$+ \exp(H\ell)\int_0^T (\Lambda_2(\tau) + F_2(\tau) + R_2(\tau))\eta(\tau)\,d\tau\Big) + \Theta\rho_{11}\,, \qquad (22)$$

де $\rho_{10} = \max\{(\Gamma_2+1),\ E_3(\nu^0(\Gamma_2+1)+1+\ell)\}$, $\rho_{11} = \max\{E_3\rho_8,\ \rho_7\}$.

Теорема 1. *Нехай* $w(x,t) \in \mathbb{E}_1(T,L), \hat{w} \in \mathbb{E}_1(T,\hat{L})$ *− неперервні узагальнені розв'язки відповідних задач* (6)−(13) *з* [1] *та* (1)−(8) *у прямокутнику* $\Pi(T)$. *Крім того, нехай виконуються всі припущення, що відповідають кожній з цих задач. Тоді для довільного* $\varepsilon > 0$ *існує таке* $\Theta_0(\varepsilon) > 0$, *що при* $\Theta < \Theta_0(\varepsilon)$ *в прямокутнику* $\Pi(T)$ *маємо*

$$\|w(x,t) - \hat{w}(x,t)\| < \varepsilon . \tag{23}$$

Доведення. Фіксуємо довільне $\varepsilon > 0$. Тоді з наслідку 2 отримуємо, що для кожної точки (x,τ) $(0 \le \tau \le T)$ виконується нерівність

$$\|w(x,\tau) - \hat{w}(x,\tau)\| \le \Theta\rho_{11} + \rho_{10}(1 + L + A_1)\Big(\Theta + \Theta T + \exp(H\ell)\int\limits_0^\tau (\Lambda_2(\xi) + F_2(\xi) + R_2(\xi))\eta(\xi)\,d\xi\Big).$$

Тому

$$\eta(\tau) \le \Theta\rho_{11} + \rho_{10}(1 + L + A_1)\Big(\Theta + \Theta T + \exp(H\ell)\int\limits_0^\tau (\Lambda_2(\xi) + F_2(\xi) + R_2(\xi))\eta(\xi)\,d\xi\Big).$$

Звідси, застосовуючи лему Гронуолла, отримуємо

$$\eta(\tau) \le (\Theta\rho_{11} + \rho_{10}(1 + L + A_1)(\Theta + \Theta T)) \times \exp\Big[\rho_{10}(1 + L + A_1)\exp(H\ell)\int\limits_0^T (\Lambda_2(\xi) + F_2(\xi) + R_2(\xi))\,d\xi\Big].$$

Поклавши тепер

$$\Theta_0(\varepsilon) = \varepsilon\Big[(\rho_{11} + \rho_{10}(1 + L + A_1)(1 + T)) \times \exp\Big(\rho_{10}(1 + L + A_1)\exp(H\ell)\int\limits_0^T (\Lambda_2(\xi) + F_2(\xi) + R_2(\xi))\,d\xi\Big)\Big]^{-1},$$

маємо потрібний результат. Теорему доведено. ◊

Автор висловлює подяку професору А. М. Філімонову.

1. *Кирилич В. М., Филимонов А. М.* Обобщенная непрерывная разрешимость задачи с неизвестными границами для сингулярных гиперболических систем квазилинейных уравнений // Мат. студії. − 2008. − **30**, № 1. − С. 42−60.

УСТОЙЧИВОСТЬ ОБОБЩЕННОГО НЕПРЕРЫВНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНОЙ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Доказана непрерывная зависимость от исходных данных обобщенного непрерывного решения задачи с внутренними свободными границами для сингулярной квазилинейной гиперболической системы уравнений первого порядка.

STABILITY OF THE GENERALIZED CONTINUOUS SOLUTION OF THE FREE BOUNDARY PROBLEM FOR SINGULAR QUASILINEAR HYPERBOLIC SYSTEM

We proved continuous dependence on initial data of the generalized continuous solution to the problem with internal free boundary for singular quasilinear hyperbolic system of equations of the first order.

Львів. нац. ун-т імені Івана Франка, Львів

Одержано
13.11.08