

Дискретные системы управления

УДК 681.511.4

Е.М. Потапенко, А.Е. Казурова

ВЫСОКОТОЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ МНОГОСВЯЗНЫМИ ОБЪЕКТАМИ. Часть 2. УПРАВЛЕНИЕ РОБОТОМ

С помощью метода, разработанного в первой части работы [1], синтезируется закон управления перемещением неизвестного груза двухзвенным роботом с не точно известными характеристиками исполнительных органов. В качестве измерителей используются только датчики углов поворота звеньев робота. Компьютерное моделирование подтвердило робастность и высокую точность рассматриваемого управления.

Введение. Самым радикальным методом обеспечения высокой точности, вплоть до инвариантности, является комбинированное управление. Для его формирования необходимо знание возмущений, действующих на систему управления (СУ). С этой целью в модели СУ выделяется номинальная модель с известными параметрами, а все неидеальности объединяются в вектор неопределенности (ВН). Для простоты синтеза и анализа СУ номинальная модель задается стационарной (с постоянными параметрами). Очевидно, что ВН может нелинейно зависеть как от времени, так и от координат вектора состояния. В том случае, когда ВН — кусочно-непрерывная функция своих аргументов, на коротких интервалах времени его можно считать постоянным или параболически (с неизвестными параметрами) зависящим от времени. В случае выполнения условий полной восстанавливаемости для преобразованной системы можно построить наблюдатель, оценивающий как вектор состояния системы, так и ВН. Полученная информация позволяет организовать комбинированное управление из двух составляющих: 1) компенсирующей ВН и 2) формирующей заданное качество переходных процессов. Напомним суть метода управления, изложенного в первой части данной работы [1].

Пусть объект управления с датчиками описан уравнениями

$$M(x, t)\ddot{x} + R(x, \dot{x}, t)\dot{x} + k(x, t) = Bu + B'h(t), \quad R = R_1 + R_2, \\ y = Cx + Hf,$$

где $(x^T, \dot{x}^T)^T \in R^{2n}$, $u \in R^m$, $y \in R^r$, $h \in R^m$ — векторы состояния, управления, измерения и внешних воздействий; k — вектор потенциальных сил; M , R_1 , R_2 — матрицы инерции, диссипативных, кориолисовых и центробежных сил. В соответствии с изложенным выше номинальная модель задается в виде

$$M_0\ddot{x} + R_0\dot{x} + K_0x = B_0u + Gf, \quad f = f(x, \dot{x}, \ddot{x}, u, t), \\ y = Cx + Hf,$$

где $M_0 = M_0^T > 0$, $M_0 M_0^{-1} = E$ и все матрицы известные и постоянные; вектор $f \in R^\alpha$ — вектор неопределенности, составленный из возмущений, действующих на номинальный объект, и погрешностей датчиков. Будем полагать, что f — ограниченная кусочно дифференцируемая по каждому аргументу вектор-функция. За счет вектора f матрицы M_0 , R_0 и K_0 можно формировать произвольным образом вплоть до того, что сделать матрицу M_0 диагональной, а матрицы R_0 и K_0 — вообще нулевыми. В этом случае будет осуществлена декомпозиция всей системы на отдельные уравнения, связанные между собой только через вектор неопределенности. Как показано в первой части данной работы, для системы (4), (5) можно синтезировать децентрализованное робастное комбинированное управление.

В качестве иллюстрации возможностей изложенного в первой части метода управления [1] рассмотрим один из самых сложных объектов управления — робот.

Цель второй части статьи — синтез и анализ законов управления двухзвенным неопределенным роботом методом, предложенным в первой части.

1. Постановка задачи. На рис. 1 схематично изображен двухзвенный робот, предназначенный для перемещения груза вдоль горизонтальной оси Ox .

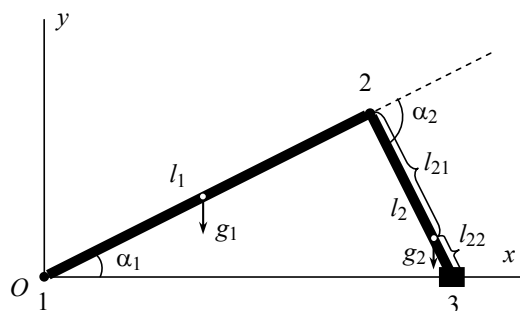


Рис. 1

На рисунке приняты следующие обозначения: α_1 — угол отклонения звена 1 от оси Ox ; α_2 — угол отклонения звена 2 от продольной оси звена 1 (положительные отклонения против часовой стрелки); l_1, l_2 — длины соответствующих звеньев; l_{21}, l_{22} — расстояния от центра масс второго звена с грузом до концов звена; g_1, g_2 — гравитационные силы, действующие на соответствующие звенья.

Приняты следующие параметры робота:

- $l_1 = 2$ м, $l_2 = 1$ м;
- масса первого звена (m_1) 28 кг, масса второго звена 14 кг;
- момент инерции первого звена относительно шарнира 1 (I_1) 28 кг · м²;
- масса второго звена с грузом (m_2) меняется в диапазоне от 14 до 44 кг (систему «второе звено–груз» для краткости в дальнейшем будем называть «вторым звеном»);

• момент инерции второго звена относительно его центра масс (I_2) может меняться в диапазоне $0,875 \dots 2,875 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Точные значения переменных параметров неизвестны. Следует подчеркнуть, что для рассматриваемого метода управления знание точных параметров робота необязательно. В связи с этим будем полагать

$$I_1 = I_{01}, \quad I_2 = I_{02} + I_{\delta 2}, \quad (1)$$

здесь I_{01}, I_{02} — номинальные значения, $I_{\delta 2}$ — неизвестные погрешности. При выборе параметров системы управления принималось $I_2 = I_{02} = 1,875 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, при моделировании — $I_2 = 0,875 \dots 2,875 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $m_2 = 14 \dots 44 \text{ кг}$.

Задача. В соответствии с первой частью работы нужно построить компенсатор, обеспечивающий перемещение между двумя точками груза 3 по оси Ox с заданной скоростью при измерении только углов поворота в шарнирах (без измерения координат x и y).

2. Кинематика робота. При перемещении груза вдоль оси Ox выполняются следующие кинематические соотношения:

$$x = l_1 \cos(\alpha_1) + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2), \quad (2)$$

$$y \equiv 0 \equiv l_1 \sin(\alpha_1) + l_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2). \quad (3)$$

Из уравнения (3)

$$\sin(\alpha_1) = -\frac{l_2}{l_1} \sin(\alpha_1 + \alpha_2). \quad (4)$$

Возведя левую и правую части уравнения (4) в квадрат и перейдя от квадратов синусов к квадратам косинусов, получим

$$\cos^2(\alpha_1) = 1 - \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 \cos^2(\alpha_1 + \alpha_2). \quad (5)$$

Из уравнения (2) найдем

$$\cos(\alpha_1) = \frac{1}{l_1} (x - l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)). \quad (6)$$

Возведя левую и правую части уравнения (6) в квадрат и сопоставив полученное с уравнением (5), найдем

$$\cos(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{1}{2xl_2} (x^2 - l_1^2 + l_2^2). \quad (7)$$

Из уравнения (7)

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \pm \arccos\left(\frac{1}{2xl_2} (x^2 - l_1^2 + l_2^2)\right). \quad (8)$$

Из уравнения (6) получим

$$\alpha_1 = \pm \arccos\left(\frac{1}{l_1} (x - l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2))\right). \quad (9)$$

В том случае, когда в выражении (9) принят плюс, а в выражении (8) — минус, имеет место кинематическая схема, изображенная на рис. 1. При противоположных знаках будет схема, симметричная изображенной схеме относительно оси Ox .

Найденные значения углов α_1, α_2 будут служить в системе управления программными углами α_{1p}, α_{2p} . Программные скорости и ускорения находятся дифференцированием полученных выражений.

Движение точки 3 по оси Ox задается уравнением $x = x_0 + vt$, где v — скорость точки 3. Закон изменения программной скорости ясен из рис. 2.

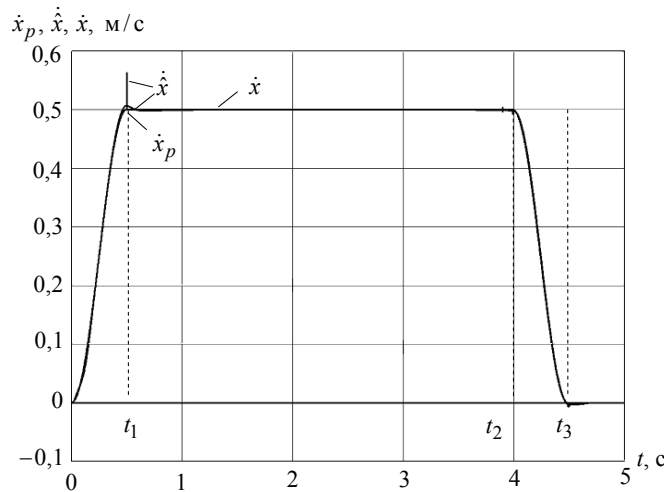


Рис. 2

Координаты центра масс второго звена описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} x_2 &= l_1 \cos(\alpha_1) + l_{21} \cos(\alpha_1 + \alpha_2), \\ y_2 &= l_1 \sin(\alpha_1) + l_{21} \sin(\alpha_1 + \alpha_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Скорости центра масс второго звена получаются дифференцированием выражений (10).

3. Динамика робота. Кинетическая энергия всей системы определяется выражением

$$E_c = \frac{1}{2} (I_1 \dot{\alpha}_1^2 + I_2 (\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2)^2 + m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)). \quad (11)$$

Уравнения движения Лагранжа второго рода имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\alpha}_1} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \alpha_1} &= m_{\alpha 1} + m_{11} + m_{12}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\alpha}_2} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \alpha_2} &= m_{\alpha 2} + m_{22}. \end{aligned} \quad (12)$$

где $m_{\alpha 1}, m_{\alpha 2}$ — моменты со стороны приводов, действующие на звенья 1 и 2;

$$m_{11} = -g_1 \frac{l_1}{2} \cos(\alpha_1), \quad (13)$$

$$m_{12} = -g_2 l_1 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) \sin(\alpha_2) \quad (14)$$

— моменты сил веса g_1, g_2 , действующие на звено 1;

$$m_{22} = -g_2 l_{21} \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (15)$$

— момент силы веса g_2 , приложенный к звену 2.

Зададим управляющие воздействия следующим образом: $m_{\alpha 1} = m_{\alpha 10} + m_{\alpha 1\delta}$, $m_{\alpha 2} = m_{\alpha 20} + m_{\alpha 2\delta}$ где $m_{\alpha 1\delta}, m_{\alpha 2\delta}$ — погрешности знания моментов. Тогда с учетом уравнений (1), (10), (11), (13)–(15) уравнения движения (12) принимают вид

$$\begin{aligned} I_{01} \ddot{\alpha}_1 &= m_{\alpha 10} + f_1, \\ I_{02} \ddot{\alpha}_2 &= m_{\alpha 20} + f_2, \end{aligned} \quad (16)$$

где неопределенности f_1 и f_2 описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} f_1 &= m_{\alpha 1\delta} + m_{11} + m_{12} - [(I_2 + m_2(l_1^2 + l_{21}^2)) \ddot{\alpha}_1 + \\ &+ 2m_2 l_1 l_{21} \cos(\alpha_2) \ddot{\alpha}_1 - 2m_2 l_1 l_{21} \sin(\alpha_2) \dot{\alpha}_2 \dot{\alpha}_1 + \\ &+ (I_2 + m_2 l_{21}^2) \ddot{\alpha}_2 + m_2 l_1 l_{21} \cos(\alpha_2) \ddot{\alpha}_2 - m_2 l_1 l_{21} \sin(\alpha_2) \dot{\alpha}_2^2], \\ f_2 &= -I_{\delta 2} \ddot{\alpha}_2 + m_{\alpha 2\delta} + m_{22} - [m_2 l_{21}^2 \ddot{\alpha}_2 + (I_2 + m_2 l_{21}^2) \ddot{\alpha}_1 + \\ &+ m_2 l_1 l_{21} \cos(\alpha_2) \ddot{\alpha}_1 + m_2 l_1 l_{21} \sin(\alpha_2) \dot{\alpha}_1^2]. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, в неопределенности собраны неточности формирования управляющих воздействий, гравитационные силы и моменты, неточности знания моментов инерции звеньев, а также нелинейности модели робота и перекрестные динамические связи между звеньями. Скалярные уравнения (16) взаимосвязаны только через неопределенности f_1, f_2 . Следует обратить внимание на сложный вид неопределенностей даже для двухзвенного робота.

4. Законы управления движением (регуляторы). Для полной декомпозиции законов управления представим их в виде

$$\begin{aligned} m_{\alpha 10} &= m_{01} - \hat{f}_1, \\ m_{\alpha 20} &= m_{02} - \hat{f}_2. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь \hat{f}_1, \hat{f}_2 — оценки соответствующих неопределенностей, предназначенные для компенсации их влияния, а составляющие m_{01}, m_{02} формируют желаемый вид переходного процесса и задаются выражениями

$$\begin{aligned} m_{01} &= -k_{11}(\hat{\alpha}_1 - \alpha_{1p}) - k_{12}(\dot{\hat{\alpha}}_1 - \dot{\alpha}_{1p}) + I_{01}\ddot{\alpha}_{1p}, \\ m_{02} &= -k_{21}(\hat{\alpha}_2 - \alpha_{2p}) - k_{22}(\dot{\hat{\alpha}}_2 - \dot{\alpha}_{2p}) + I_{02}\ddot{\alpha}_{2p}; \end{aligned} \quad (19)$$

символ $\hat{}$ обозначает оценки соответствующих переменных. Последовательная подстановка выражений (19) в (18), а затем (18) в (16) в предположении точной оценки неопределенностей дает уравнения

$$\begin{aligned} I_{01}\ddot{\alpha}_1 &= -k_{11}(\hat{\alpha}_1 - \alpha_{1p}) - k_{12}(\dot{\hat{\alpha}}_1 - \dot{\alpha}_{1p}) + I_{01}\ddot{\alpha}_{1p}, \\ I_{02}\ddot{\alpha}_2 &= -k_{21}(\hat{\alpha}_2 - \alpha_{2p}) - k_{22}(\dot{\hat{\alpha}}_2 - \dot{\alpha}_{2p}) + I_{02}\ddot{\alpha}_{2p}. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, при описанном формировании неопределенностей, точной их оценке с помощью наблюдателей, применении комбинированного управления (18) уравнения движения робота распадаются на независимые линейные уравнения второго порядка. Выбор коэффициентов законов управления представляет собой тривиальную задачу. Коэффициенты передачи законов управления $k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}$ рассчитывались, исходя из биномиального распределения корней в уравнениях (20).

5. Оценка вектора состояния и неопределенностей. Для измерения состояния робота в системе управления использовались только инкрементные датчики, вырабатывающие тысячу импульсов приращений углов α_{Δ} за оборот. Для получения перемещения эти импульсы суммировались, в результате получался релейный многоступенчатый сигнал $[\alpha]$. Оценки переменных, входящих в законы управления, получены с помощью асимптотического дифференциатора [2, 3]

$$\dot{\hat{r}} = A\hat{r} + L_r(\hat{r}_1 - [\alpha]), \quad (21)$$

где

$$\hat{r} = \begin{bmatrix} \hat{r}_1 \\ \hat{r}_2 \\ \hat{r}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \dot{\hat{\alpha}} \\ \ddot{\hat{\alpha}} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad L_r = [l_{r1} \quad l_{r2} \quad l_{r3}]^T$$

— вектор коэффициентов наблюдателя, в котором принималось $l_{r1} = -160$, $l_{r2} = -12800$, $l_{r3} = -499200$.

Замечание. Хотя оценки ускорений в законах управления не используются, порядок наблюдателей увеличен до трех для повышения точности оценок скоростей.

Для оценки неопределенностей использовались наблюдатели, соответствующие наблюдателю (41), (42) работы [1],

$$s_1 := \hat{f}_1 + l_{f1} I_{01} \dot{\hat{\alpha}}_1 \Rightarrow \hat{f}_1 = s_1 - l_{f1} I_{01} \dot{\hat{\alpha}}_1, \quad (22)$$

$$\dot{s}_1 = l_{f1} (\hat{f}_1 + m_{\alpha 10}); \quad (23)$$

$$s_2 := \hat{f}_2 + l_{f2} I_{02} \dot{\hat{\alpha}}_2 \Rightarrow \hat{f}_2 = s_2 - l_{f2} I_{02} \dot{\hat{\alpha}}_2, \quad (24)$$

$$\dot{s}_2 = l_{f2} (\hat{f}_2 + m_{\alpha 20}), \quad (25)$$

где $l_{f1} = l_{f2} = -500$ — коэффициенты передачи наблюдателей.

6. Результаты моделирования. В системе управления можно выделить три подсистемы:

1) подсистему управления динамикой (16), (18), (19) при $f_1, f_2 \equiv 0$ со степенью устойчивости η_1 ;

2) подсистему оценки неопределенностей (22)–(25) со степенью устойчивости η_2 ;

3) подсистему оценки вектора состояния робота (21) со степенью устойчивости η_3 .

Степени устойчивости должны удовлетворять неравенствам $\eta_1 < \eta_2 < \eta_3$.

Моделировалась система уравнений (2), (3), (7)–(9), (16)–(19), (21)–(25) со следующими параметрами: $l_1 = 2$ м, $l_2 = 1$ м, $m_1 = 28$ кг, $I_{01} = 28$ кг·м², $I_{02} = 1,875$ кг·м²; $m_2 = 14 \dots 44$ кг, $I_2 = 0,875 \dots 2,875$ кг·м², $m_{\alpha i} = m_{\alpha i0} \pm \pm 0,2 m_{\alpha i0}$ ($i = 1, 2$). Инкрементный датчик с 1000 импульсов за оборот. Программная скорость \dot{x}_p груза (точки 3) показана на рис. 2, где $t_1 = 0,5$ с, $t_2 = 3,99$ с, $t_3 = 4,49$ с. Начальные условия: $x_0 = 1$ м, $\dot{x}_0 = 0$; конечные условия: $x_f = 3$ м, $\dot{x}_f = 0$.

Моделировалось три случая:

- 1) с номинальными параметрами;
- 2) с максимальными массами и моментами инерции при минимальной крутизне моментных характеристик двигателей;
- 3) с минимальными массами и моментами инерции при максимальной крутизне моментных характеристик двигателей.

(Варианты 2 и 3 дают наихудшие сочетания неопределенностей.) Результаты моделирования всех трех вариантов представлены на рис. 3–6. На всех рисунках оценки практически совпадают с оцениваемыми переменными. На рис. 2 и 3 истинные переменные и их оценки практически совпадают с программными значениями. Наибольшие погрешности отработки

программных значений зафиксированы для координаты y ($y_p = 0$). Как следует из рис. 4, эти ошибки не превышают 1 мм, а в установившемся режиме составляют доли миллиметра. (Оптимизация системы управления не проводилась.) На рис. 5 и 6 представлены неопределенности f_1, f_2 , их оценки \hat{f}_1, \hat{f}_2 и моменты двигателей, осуществляющих компенсацию неопределенностей и обеспечивающие программное управление. Цифры 1, 2, 3 указывают на вариант сочетаний неопределенностей. Как видно из рис. 5, 6, после завершения кратковременных (0,5 с) переходных процессов имеется полное соответствие (зеркальное отображение) между неопределенностями и управляющими моментами.

$\alpha_{1p}, \hat{\alpha}_1, \alpha_1, \alpha_{2p}, \hat{\alpha}_2, \alpha_2$ рад;
 x_p, \hat{x}, x , м

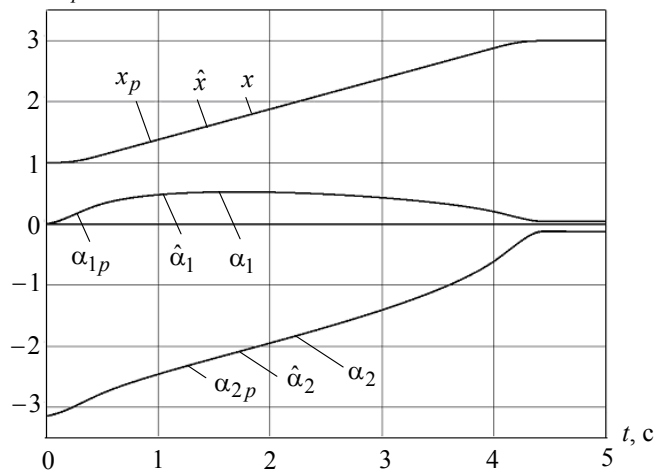


Рис. 3

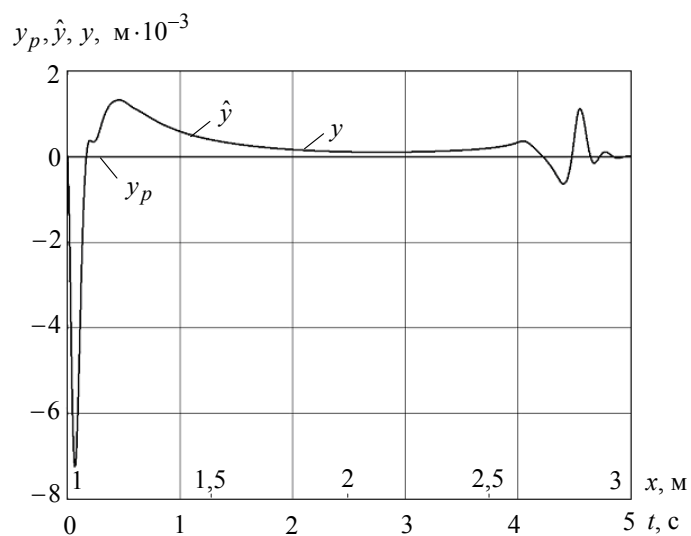


Рис. 4

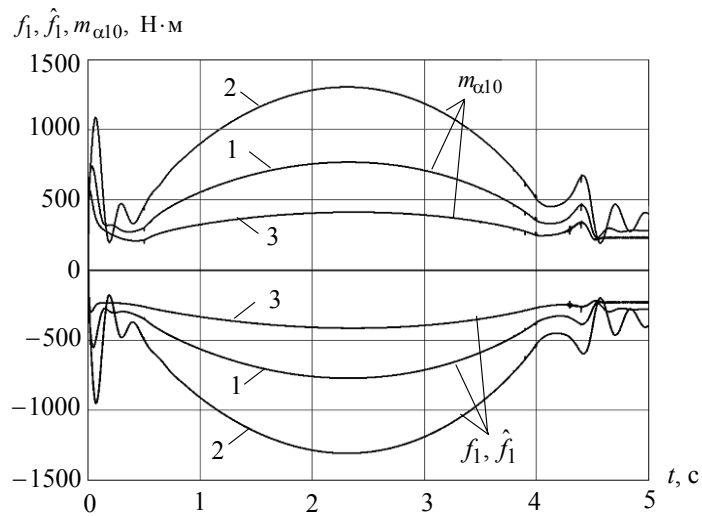


Рис. 5

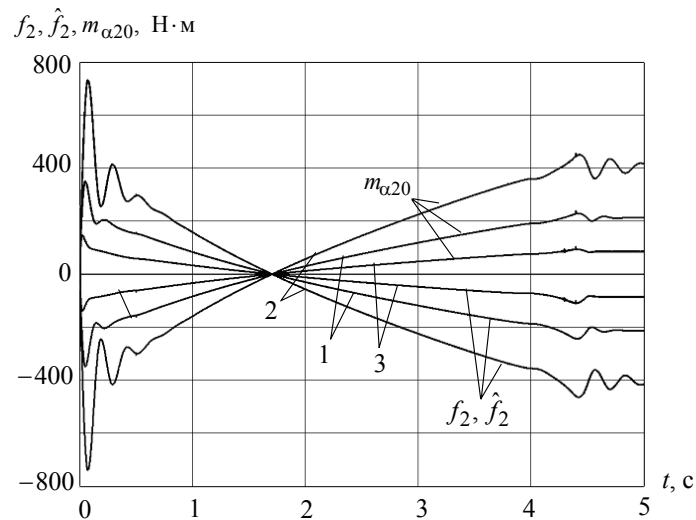


Рис. 6

Заключение. Вторая часть работы иллюстрирует эффективность робастного метода управления, рассмотренного в первой части. В качестве примера выбран управляемый двухзвенный робот, обеспечивающий перемещение груза по горизонтальной оси Ox из одной точки в другую с заданной скоростью. Для организации управления используется два инкрементных датчика углов поворота в шарнирах. Выходная информация датчиков после несложной обработки представляет собой многоступенчатый сигнал (измерение регулируемых координат груза не производится). Неопределенными в системе являются масса (вес), момент инерции и координаты центра тяжести второго звена и управляющие моменты. Для обеспечения управления решена кинематическая задача вычисления программных углов поворота в шарнирах из условия заданного перемещения груза. Составлены уравнения движения робота, которые, несмотря на его двухзвенность, сложны. В соответствии с

первой частью работы уравнения движения приведены к двум линейным уравнениям с постоянными коэффициентами, связанными между собой только через неопределенности. В неопределенности объединены собственно неопределенности, нелинейности, перекрестные связи, нестационарности и неточность управляющих моментов.

С помощью двух асимптотических дифференциаторов третьего порядка получены оценки скорости и ускорения углов поворота в шарнирах. С помощью двух независимых наблюдателей первого порядка осуществляются оценки неопределенностей.

Оценки скоростей и неопределенностей позволили сформировать для каждой степени свободы два независимых комбинированных регулятора, каждый из которых состоит из двух частей: 1) компенсирующей влияние неопределенности и 2) регулятора, обеспечивающего заданный вид переходных процессов при отслеживании программных перемещений и скоростей. За счет принятой структуры уравнений движения робота и комбинированного принципа управления обеспечивается не только робастность, а и высокая точность управления. Несмотря на существенную нелинейность и нестационарность динамики робота, алгоритмы управления являются чрезвычайно простыми, линейными, стационарными, поканально декомпозированными. Примененный метод управления, несмотря на нелинейность и нестационарность уравнений движения, позволяет характеризовать динамические свойства системы управления показателями качества линейных систем управления. Более того, для синтеза рассматриваемой системы управления нет необходимости точно знать уравнения движения объекта управления, которые в рассмотренном примере даже не принимались во внимание при синтезе системы управления. Некоторыми из перечисленных положительных качеств обладают системы с переменной структурой (СПС). В отличие от СПС, рассмотренное управление лишено скользящих режимов и присущих им недостатков: высокочастотных колебаний, снижения надежности, повышенных энергозатрат на управление, возбуждения высокочастотной паразитной динамики.

Материалы второй части данной работы полностью подтверждают результаты теоретических исследований первой части.

1. *Потапенко Е.М., Казурова А.Е.* Высокоточное управление неопределенными многосвязными объектами. Часть 1. Синтез и анализ алгоритмов управления // Кибернетика и вычисл. техника. — 2007. — Вып. 155. — С. 58–71.
2. *Дылевский А.В., Лозгачев Г.И.* Применение метода пространства состояний для синтеза дифференциаторов // Автоматика и телемеханика. — 1999. — № 9. — С. 13–20.
3. *Потапенко Е.М., Потапенко Е.Е., Казурова А.Е.* Асимптотическое дифференцирование ступенчатых сигналов в задачах управления скоростью и перемещением // Электромашинобудовання та електрообладнання. Тем. випуск: Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика. — 2006. — Вип. 66. — С. 286–287.