

УДК 535.39:531.715.1

Ю. В. Корниенко, С. И. Скуратовский

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова
61085 Харьков-85, ул. Академика Проскуры 12
E-mail: ss_snake@ukr.net

Накопление фаз фурье-компонентов при наблюдении объекта сквозь турбулентную атмосферу. I

Рассматривается задача достижения дифракционного предела разрешения инструмента при наблюдении объекта сквозь среду со случайными неоднородностями показателя преломления. Исследуется новый способ постдетекторного накопления сигнала по достаточно большой последовательности мгновенных изображений. Эффективность метода демонстрируется на примере изображений, полученных путём компьютерного моделирования.

НАКОПИЧЕННЯ ФАЗ ФУР'Є-КОМПОНЕНТІВ ПРИ СПОСТЕРЕЖЕННІ ОБ'ЄКТА КРІЗЬ ТУРБУЛЕНТНУ АТМОСФЕРУ. I, Корнієнко Ю. В., Скуратовський С. І. — Розглянуто задачу досягнення дифракційної границі розрізнення інструмента під час спостереження об'єкта крізь середовище із випадковими неоднорідностями показника заломлення. Досліджено новий спосіб постдетекторного накопичення сигналу за достатньо великою послідовністю миттєвих зображень. Ефективність методу продемонстровано на прикладі зображень, отриманих за допомогою комп'ютерного моделювання.

FOURIER-COMPONENTS PHASE ACCUMULATION IN THE OBSERVATION OF AN OBJECT THROUGH A TURBULENT ATMOSPHERE. I, by Kornienko Yu. V., Skuratovskiy S. I. We discuss the problem of obtaining the diffraction-limited image while an object is observed through a medium with random inhomogeneities of refraction index. A new method for post-detector signal accumulation over a sufficiently long sequence of instantaneous images is examined. The effectiveness of the method is shown by the example of images obtained through computer simulation.

На сегодняшний день абсолютное большинство астрономических наблюдений производится сквозь земную атмосферу с характерными для неё случайными неоднородностями показателя преломления. Их влияние приводит к значительному снижению разрешающей способности телескопа по сравнению с его дифракционным пределом. Над задачей преодоления мешающего влияния атмосферы работали многие исследователи. Ими предложен целый ряд методов снижения мешающего влияния атмосферы, иногда весьма эффективных. Здесь следует упомянуть интерферометр Физо — Майкельсона [22], применение восстанавливающего фильтра [4, 16, 21], спекл-интерферометрию [20], применение телескопа с безызбыточной апертурой [23], многолучевой интерферометр (развитие идеи интерферометра Майкельсона) [6, 11, 24] и адаптивную оптику [1, 17]. Некоторые из этих методов требуют применения специальных оптических устройств, заменяющих или дополняющих традиционный телескоп. Однако, говоря о наблюдениях с помощью традиционного телескопа, следует учитывать, что задача об оптимальном накоплении сигнала при таких наблюдениях ещё не решена, и это оставляет надежду, что возможности традиционного телескопа ещё не исчерпаны [9]. Это оправдывает попытки усовершенствовать накопление сигнала при таких наблюдениях. Одной из таких попыток и посвящена настоящая работа.

Атмосферные неоднородности искажают случайным образом как модули, так и фазы фурье-компонентов изображения объекта. Метод Лабейри (спекл-интерферометрия) даёт возможность эффективно накапливать модули фурье-компонентов (путём суммирования по последовательности кадров их квадратов). Однако информация о фазах фурье-компонентов при этом теряется, и возникает необходимость каким-то образом дополнить метод Лабейри процедурой эффективного накопления фаз. Подобные идеи были высказаны в [14, 19], однако в то время исследования в этом направлении развития не получили. Теперь настало время вернуться к этим идеям и обстоятельно исследовать их возможности. Данная работа представляет собой первый шаг в этом направлении.

ВЛИЯНИЕ АТМОСФЕРЫ НА АСТРОНОМИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

С точки зрения волновой оптики возможность построить изображение удалённого объекта с помощью телескопа основана на том факте, что в когерентном свете распределение комплексной амплитуды монохроматического поля в задней фокальной плоскости линзы является фурье-образом распределения комплексной амплитуды поля в передней фокальной плоскости [12]. При наблюдении объекта в некогерентном свете измерению в каждой точке задней фокальной плоскости доступна лишь средняя по времени интенсивность света (так

как амплитуда слишком быстро изменяется со временем). В случае бесконечной апертуры зависимость этой интенсивности от координат выражается функцией, которая является фурье-образом функции когерентности поля волны, приходящей от объекта. Поскольку функция когерентности в силу теоремы ван Циттерта — Цернике [2] является фурье-образом яркости объекта, яркость в задней фокальной области оказывается фурье-образом фурье-образа яркости объекта, т. е. перевернутым его изображением. В реальном случае, при конечной апертуре, это изображение $I(x, y)$ оказывается свёрткой истинного изображения $I_0(x, y)$ с дифракционным ядром телескопа $G_0(x, y)$, которое является фурье-образом пространственно-частотной характеристики телескопа в отсутствие атмосферы

$$\tilde{G}_0(k_x, k_y) = \int a^*(k_x - k_x', k_y - k_y') a(k_x', k_y') dk_x' dk_y', \quad (1)$$

где $a(k_x, k_y)$ — апертурная функция, равная единице в пределах апертуры и нулю за её пределами. Ширина этого ядра определяет дифракционное разрешение телескопа. Она обратно пропорциональна диаметру апертуры.

При наблюдении объекта сквозь тонкий слой среды со слабыми неоднородностями показателя преломления, расположенный вблизи наблюдателя, можно считать, что искажению подвергается только фаза приходящей от объекта волны. Это искажение имеет случайный характер, зависит от координат (x, y) в апертурной плоскости телескопа и времени t и описывается заранее не известной функцией (x, y, t) . Влияние этого искажения приводит к тому, что изображение, построенное телескопом, оказывается свёрткой истинного изображения с ядром $G(x, y, t)$, являющимся фурье-образом пространственно-частотной характеристики телескопа при наличии атмосферы

$$\tilde{G}(k_x, k_y, t) = \int A^*(k_x - k_x', k_y - k_y', t) A(k_x', k_y', t) dk_x' dk_y', \quad (2)$$

где $A(k_x, k_y, t)$ — атмосферно-апертурная функция, равная $M(k_x, k_y, t) \exp[i\phi(k_x, k_y, t)]$ внутри апертуры телескопа и нулю за её пределами. Для тонкого слоя атмосферы вблизи телескопа можно считать, что $M(k_x, k_y, t) = 1$. При съёмке объекта с длительной экспозицией получаемое изображение является свёрткой $I_0(x, y, t)$ с ядром $g(x, y, t)$, равным интегралу от $G(x, y, t)$ по времени экспозиции. Влияние атмосферы при длительной экспозиции подавляет высшие пространственные частоты в изображении и существенно снижает разрешающую способность телескопа, часто в десятки раз и более.

Свойства мгновенной пространственно-частотной характеристики (2) зависят от статистики фазовых искажений волны неоднородностями показателя преломления в атмосфере. Есть разные представления о характере этой статистики. В некоторых исследованиях считается, что поле фазовых искажений представляет собой колмогоровский процесс [15] со структурной функцией $r^{5/3}$, где r — расстояние

между точками в апертурной плоскости. В этом случае масштаб неоднородностей характеризуется параметром Фрида [18]. Такая гипотеза принята, в частности, в работе [10]. Ниже мы придерживаемся гипотезы, что поле фазовых искажений представляет собой стационарный гауссов процесс со спектральной плотностью

$$W(k) \sim \exp(-k^2). \quad (3)$$

В пользу этой гипотезы говорят результаты анализа механизма формирования поля фазовых искажений при ночных наблюдениях с учётом теплопроводности воздуха. Более подробно этот вопрос рассмотрен ниже.

На практике удобно пользоваться эффективным размером неоднородностей

$$l \sim 2\sqrt{\lambda}. \quad (4)$$

Влияние атмосферы на изображение во многом зависит от параметра D/l , где D — диаметр апертуры телескопа. В любом случае мгновенное искажение изображения атмосферой можно условно разделить на дрожание (случайное смещение изображения как целого) и замытие (свёртку несмещённого изображения с искажающим ядром, центрированным в начале координат). При фиксированном l средний квадратичный угол дрожания пропорционален среднему квадратичному возмущению фазы q . При $D < 1$ в случае короткой экспозиции дрожание преобладает над замытием, а в случае длительной экспозиции оно становится главной причиной замытия, ядро которого имеет вид гауссовой функции. При $D > 1$ главным эффектом искажения становится замытие мгновенным атмосферно-апертурным ядром, а дрожание выражено слабо. Отсутствие значительного дрожания при реальном наблюдении в большой телескоп является подтверждением того, что поле фазовых искажений волны при хороших условиях наблюдения ближе к стационарному гауссову процессу. Разумеется, статистика атмосферных искажений зависит от места и времени наблюдений.

При отсутствии шума регистрации влияние атмосферы на изображение в силу (2) можно рассматривать как случайный шум, мультипликативный в частотном представлении. Модуль M фурье-компонента шума имеет узкое распределение вблизи $M = 1$, а его фаза представляет собой гауссову случайную величину с нулевым средним значением и дисперсией, зависящей от q . Корреляционные свойства этого шума (в фурье-плоскости) пока нас интересовать не будут.

ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ О СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ПОЛЯ ФАЗОВЫХ ИСКАЖЕНИЙ

Как уже было сказано, степень и характер искажения астрономического изображения зависят от статистических свойств поля фазовых

искажений. Обычно принято считать, что атмосферные неоднородности представляют собой стационарную турбулентность. Склонность к такому представлению обусловлена не столько экспериментальными основаниями, сколько наличием развитой теории стационарной турбулентности [5]. Из этой теории следует, что (x, y, t) представляет собой реализацию колмогоровского процесса. Есть, однако, и возражения против такого представления, главные из которых изложены ниже.

Отличие между указанными двумя типами процессов проявляется прежде всего поведением для малых и больших масштабов r :

$$r \sim \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \quad (5)$$

где x_1, y_1 и x_2, y_2 — координаты точек пары, для которой определяется значение структурной функции. В случае $r \rightarrow 0$ для гауссова процесса структурная функция $S(r)$ имеет асимптотику r^2 , в то время как для колмогоровского процесса она остаётся равной $r^{5/3}$ и, таким образом, имеет в нуле особенность. С другой стороны, при $r \rightarrow \infty$ функция $S(r)$ стремится к бесконечности для колмогоровского процесса и к $2q^2$ для гауссова процесса со средним квадратичным значением q .

Что касается второго аспекта, то он не имеет большого значения для практики: нас будет интересовать структурная функция лишь для таких значений r , которые меньше диаметра апертуры D , и поведение структурной функции на бесконечности останется для нас вопросом абстрактно-теоретическим. Дополняя экспериментальные данные подходящей гипотезой о поведении на бесконечности, их можно одинаково хорошо согласовать с любым из двух предположений. По поводу первого аспекта потребуется некоторое специальное рассмотрение. Нас интересуют в основном ночные астрономические наблюдения. В это время подпитка турбулентности энергией восходящих конвективных потоков прекращается, начинает преобладать затухание турбулентности из-за вязкости воздуха, и её никак нельзя считать стационарной. Оставшись без подпитки, мелкомасштабные неоднородности начинают релаксировать из-за вязкости и теплопроводности воздуха. Решая уравнение теплопроводности, мы увидим, что фурье-компонент поля фазовых искажений (x, y, t) на пространственной частоте k убывает со временем как $\exp(-Kk^2 t)$ (где K пропорционально коэффициенту теплопроводности), и очень скоро случайный процесс (x, y, t) становится дважды дифференцируемым, а асимптотика его автокорреляционной функции становится равной $A r^2$. Механическое перемешивание способствует ускорению этого процесса.

Этим объясняется наш выбор гипотезы о том, что поле фазовых искажений (x, y, t) представляет собой стационарный гауссов процесс.

**ОПТИМАЛЬНОЕ НАКОПЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА
ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ОБЪЕКТА С ПОМОЩЬЮ ТЕЛЕСКОПА
СКВОЗЬ ТУРБУЛЕНТНУЮ АТМОСФЕРУ**

Чтобы прийти к эффективному способу реконструкции неискажённого изображения объекта по последовательности мгновенных его изображений, искажённых случайным атмосферным ядром (неизвестным, и для каждого изображения своим), следует исходить из представления об оптимальном пространственно-временном накоплении астрономического изображения [6—8]. Какой именно способ накопления сигнала является оптимальным, зависит от разных обстоятельств, но главным образом от статистики сигнала, статистики шума и другой априорной информации о сигнале и шуме. В данной работе мы ограничимся простейшими предположениями о статистике сигнала и шума. Относительно сигнала будем считать его априорное распределение таким, что фазы его фурье-компонентов равновероятны, а плотность вероятности их модулей имеет широкий максимум, и в актуальной области значений может считаться постоянной. Относительно шума будем предполагать, что шум регистрации отсутствует, а атмосферный шум является мультипликативным, причём логарифмы фурье-компонентов атмосферного ядра распределены нормально. Будем ставить перед собой задачу оптимального временного накопления сигнала при том способе пространственного накопления, который жёстко присущ формированию изображения с помощью традиционного телескопа [6]. Исходя из теории оптимальных статистических решений [3], можно заключить, что оптимальным накоплением сигнала (по критерию максимума информации по Фишеру) в этом случае является геометрическое усреднение по последовательности исходных изображений их фурье-компонентов [6]:

$$\tilde{J}_i(k, k, t) = M_i(k, k, t) \exp[i \varphi_i(k, k, t)]. \quad (6)$$

Практически это означает арифметическое усреднение их логарифмов:

$$\text{Ln}[\tilde{J}_j(k, k, t)] = \text{Ln}[M_j(k, k, t)] + i \varphi_j(k, k, t), \quad (7)$$

т. е. логарифмов модулей и значений фаз. При этом, однако, важно то, что фазовые искажения (φ_j, t) могут принимать значения на всей вещественной оси, а не только в единственном интервале длиной 2π , что придаёт то же свойство и возмущённым фазам фурье-компонентов зарегистрированных изображений. Хотя изменение фаз отдельных фурье-компонентов одиночного изображения на 2π является тождественным преобразованием этого изображения, оно может изменить результат усреднения фаз на величину, отличную от $2\pi k$ (где k — целое число), и вредно повлиять на реконструируемое изображение. При большом количестве таких событий это повлечёт за собой провал

попытки правильно реконструировать изображение. Поэтому представляет интерес проанализировать условие, при котором процедура прямого усреднения фаз фурье-компонентов (при котором возможные слагаемые $2k$ не учитываются) оказалась бы успешной. Если истинное значение фазы фурье-компонента равно ϕ , причём $-\pi < \phi < +\pi$, а искажение фазы фурье-компонента равно (ϕ, σ, t) , в результате получается значение искажённой фазы

$$(\phi, \sigma, t) = (\phi, \sigma, t) + (\phi, \sigma, t). \quad (8)$$

Поскольку (ϕ, σ, t) распределено нормально, есть отличная от нуля вероятность того, что значение (ϕ, σ, t) выйдет за пределы интервала $-\pi, +\pi$. В этом случае определение фазы (ϕ, σ, t) одиночного фурье-компонента будет произведено с ошибкой $2k$, где $k \neq 0$. Если дисперсия (ϕ, σ, t) равна s^2 , вероятность p такого события при измерении фазы одного фурье-компонента одного изображения, невозможное значение которой равно π , составляет величину

$$p = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{\pi}{s\sqrt{2}} = \operatorname{erfc} \frac{\pi}{s\sqrt{2}}. \quad (9)$$

Для фиксированного фурье-компонента, фаза которой близка к краю интервала, при малых s одно из слагаемых в (9) намного больше другого, поэтому все ошибки $2k$ имеют один и тот же знак. Тогда погрешность усреднённой фазы при обработке последовательности из m изображений будет приближённо равна $\pi = 2\pi p m/m = 2\pi p$. Если модули всех фурье-компонентов изображения по порядку величины равны единице, это добавляет в мощность шума, вносимого в реконструируемое изображение, добавку порядка $(2\pi p)^2$. Вероятность p существенно отлична от нуля только для значений ϕ , лежащих в окрестностях концов интервала $-\pi, +\pi$ шириной s . Грубая оценка показывает, что обсуждаемая ошибка порождает в реконструированном изображении случайную относительную погрешность порядка $3s$. Это означает, что значение $s = 0.3$ является предельным, при котором можно получить изображение, сколько-нибудь похожее на неискажённое изображение. Таким образом, при реальных значениях s порядка 2 радиан для большого телескопа при сравнительно благоприятном состоянии атмосферы прямое усреднение фаз оказывается неэффективным.

Чтобы преодолеть этот рубеж, следует учитывать, что логарифм фурье-компонента $\ln(J)$ является многолистной функцией [13], определённой на римановой поверхности, и её главное значение $\ln(J)$ не является непрерывной функцией, поскольку имеет скачок величиной 2π на разрезе комплексной плоскости при $\phi = \pm\pi$. Значение фурье-компонента изображения, соответствующее пространственной частоте (ϕ, σ) , под влиянием атмосферы описывает во времени на этой

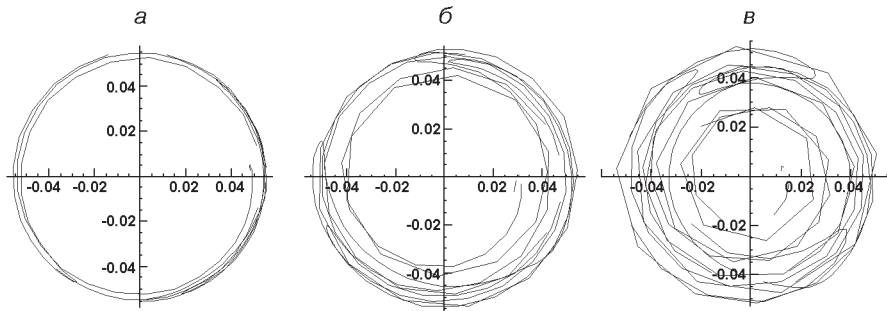


Рис. 1. Траектории одной пространственной частоты для $D/l = 2$ ($\sigma = 0.015$) и $q = 1/2$ (а), (б) и $3/2$ (в)

римановой поверхности случайную непрерывную траекторию $z = Z(\theta, t)$ (рис. 1). Мнимая часть её логарифма $\text{Im}[\text{Ln}(J)]$ является угловой координатой точки, изображающей искажённое значение этого фурье-компонента.

Именно эта траектория, а не только отдельные точки на ней, должна быть предметом внимания при наблюдении объекта и обработке его результатов. Практически это означает регистрацию мгновенных изображений через интервал времени, достаточно малый по сравнению с временным радиусом корреляции атмосферных искажений. Тогда шаг между отсчётами функции $Z(\theta, t)$ будет достаточно мал для того, чтобы ошибка на 2π в оценке имела приемлемо малую вероятность.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПРЕДЛАГАЕМОГО СПОСОБА НАКОПЛЕНИЯ СИГНАЛА НА КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ

Для проверки эффективности предлагаемого способа накопления сигнала был проведен ряд экспериментов по обработке последовательности изображений, сгенерированной на компьютере, и аналогичной последовательности, получаемой при реальных наблюдениях с помощью телескопа при различных условиях видимости. Предполагалось, что зависимость фазового искажения в атмосфере от координат представляет собой стационарный гауссов процесс со спектральной плотностью (3). В качестве истинного изображения объекта было принято изображение буквы **F** с точкой размером 8×8 пикселей (рис. 2, а). На рис. 2, б показано изображение объекта, построенное идеальным телескопом в отсутствие атмосферы. Это изображение искажено неравномерностью пространственно-частотной характеристики телескопа, имеющей максимум на нулевой частоте и плавно убывающей до нуля к границе области пропускания,

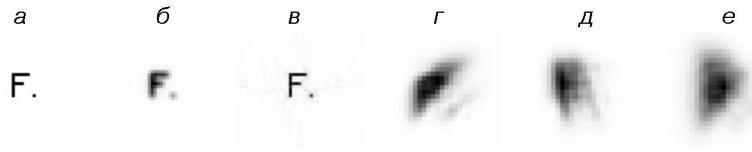


Рис. 2. Истинное изображение объекта (*a*), его дифракционное изображение (*б*), восстановленное изображение (*в*) и примеры изображений, полученных сквозь атмосферу при $D/l = 2$ ($\sigma = 0.015$) и $q = 2$ ($z = e$)

которая имеет форму круга диаметром, равным удвоенному диаметру телескопа. На рис. 2, *в* показано то же изображение после пространственно-частотной коррекции, выполненной винеровским фильтром в предположении, что отношение шум/сигнал на всех пространственных частотах равно 10^{-35} (такое его значение определяется машинной точностью вычислений). На рис. 2, *з*—*е* показаны примеры мгновенных изображений, полученных в процессе наблюдения через атмосферу.

Влияние атмосферы определялось случайным фазовым полем $(\varphi(x, y))$ (x, y — декартовы координаты в апертурной плоскости телескопа), которое получалось генерацией белого шума и последующим сглаживанием его оператором, обеспечивающим ему заданную спектральную плотность. Атмосферно-апертурная функция строилась в виде массива комплексных чисел путём придания его элементам значений $\exp(i\varphi(x, y))$ внутри апертуры и 0 вне её (с интерполяцией на границе). Частотная характеристика оператора, описывающего формирование изображения телескопом при наличии атмосферы получалась как свёртка атмосферно-апертурной функции $A(x, y, t)$ с $A^*(-x, -y, t)$. Мгновенное изображение строилось путём воздействия этим оператором на первичное изображение. Каждое следующее изображение в последовательности формировалось после генерации новой реализации атмосферно-апертурной функции. В новую реализацию вносилась корреляция с предыдущими реализациями. Степень этой корреляции можно было задавать в широких пределах от полной статистической независимости соседних кадров до повторения всё время одного и того же кадра. Фактически использовались последовательности кадров, соответствующие времени заморозки атмосферы 0.1 с и скорости съёмки 200 кадров в секунду. Такая скорость съёмки нужна для обеспечения малости изменений картины атмосферных искажений от кадра к кадру. В полученные таким путём изображения вносился некоррелированный гауссов шум регистрации с отношением сигнал/шум 1000 (по мощности), что соответствует точности фотометрии приблизительно 3 %. Обычно серия содержала 1000 изображений, что соответствует времени съёмки 5 с.

Обработка получаемых серий производилась тремя способами:

- 1) арифметическим усреднением изображений и восстановлением

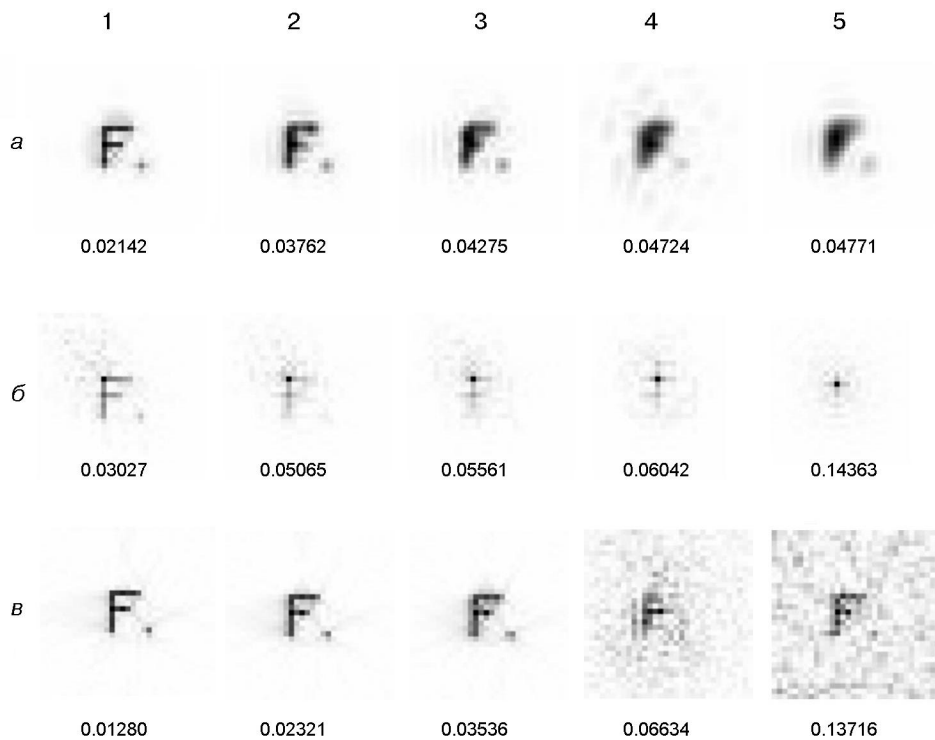


Рис. 3. Восстановление объекта по серии из 1000 короткоэкспозиционных изображений с применением винеровской фильтрации (*a*), накопления фазы (метод Солина) (*б*) и накопления полной фазы (*в*) при различных параметрах атмосферы и величине шума регистрации. Для всех случаев $D/l=2$; 1 — $q=1$, ОСШ = 1000; 2 — $q=2$, ОСШ = 1000; 3 — $q=$, ОСШ = 1000; 4 — $q=2$, ОСШ=1000; 5 — $q=$, ОСШ = 100. Число под каждым изображением — среднее квадратичное отклонение реконструированного изображения от истинного

полученного изображения винеровским фильтром (рис. 3, *a*); 2) путём прямого усреднения фаз фурье-компонентов (т. е. их главных значений) и объединения их с модулями, полученными методом Лабейри (рис. 3, *б*); 3) путём усреднения логарифмов фурье-компонентов вдоль траектории на римановой поверхности (рис. 3, *в*).

Из проведенного эксперимента видно, что при ухудшении состояния атмосферы результаты, получаемые путём усреднения изображения по времени, или прямого усреднения фаз фурье-компонентов (рис. 3, *б*, 2—4) быстро ухудшаются. В случае же усреднения полных фаз при $q=$ результат реконструкции ещё приемлем (рис. 3, *в*, 3). Но при $q=2$ даже накопление полных фаз не даёт хорошего результата (рис. 3, *в*, 4). Увеличение шума регистрации также приводит к ухудшению качества реконструированного изображения (рис. 3, *в*, 5).

Таким образом, метод усреднения логарифмов фурье-компонентов вдоль траектории на римановой поверхности оказывается более эффективным. Однако при $q=2$ в игру вступают новые факторы, не

рассмотренные в данной работе и требующие дальнейшего исследования.

1. Баранов Ю. В., Новиков С. Б., Овчинников А. А. Улучшение разрешения телескопа с помощью компенсатора наклонов волнового фронта // Методы повышения эффективности оптических телескопов / Под ред. С. А. Гладышева. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987.—180 с.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1973.—719 с.
3. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. — М.: Мир, 1974.—491 с.
4. Коваль И. К. О возможности восстановления изображения, замытого атмосферными неоднородностями // Астрон. циркуляр.—1965.—№ 317.—С. 1.
5. Колмогоров А. Н. Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности // Докл. АН СССР.—1941.—**32**.—Р. 19.
6. Корниенко Ю. В. Интерферометрический подход к проблеме видения сквозь турбулентную атмосферу. I // Кинематика и физика небес. тел.—1994.—**10**, № 2.—С. 98—106.
7. Корниенко Ю. В. Статистический подход к фильтрации и информативность изображения // Радиофизика и электроника.—2005.—**10**, спецвыпуск.—С. 652—676.
8. Корниенко Ю. В. Обработка изображений в ИРЭ НАНУ // Радиофизика и электроника.—2008.—**13**, спецвыпуск.—С. 423—445.
9. Корниенко Ю. В. Проблема углового разрешения при наблюдении астрономических объектов сквозь атмосферу // 200 лет астрономии в Харьковском университете / Под ред. Ю. Г. Шкуратова. — Харьков: ХНУ, 2008.—С. 353—379.
10. Корниенко Ю. В., Скуратовский С. И. О реконструкции неискажённого изображения объекта по серии его изображений, искажённых средой со случайными неоднородностями показателя преломления // Доп. АН України.—2010.—№ 2.—С. 83—89.
11. Корниенко Ю. В., Уваров В. Н. Накопление сигнала при наблюдении астрономического объекта сквозь турбулентную атмосферу // Докл. АН УССР. Сер. А.—1987.—№ 4.—С. 60—63.
12. Марешаль А., Франсон М. Структура оптического изображения. Дифракционная теория и влияние когерентности света. — М.: Мир, 1964.—295 с.
13. Многолистая функция: Математическая энциклопедия. — М.: Сов. энциклопедия, 1982.—Т. 3.—1183 с.
14. Содин Л. Г. О возможности достижения дифракционного предела разрешения при работе телескопа в турбулентной атмосфере // Письма в астрон. журн.—1976.—**2**.—С. 554—558.
15. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.—295 с.
16. Aroyan G. F. The technique of spatial filtering // Proc. IRE.—1959.—N 9.—P. 1561—1568.
17. Babcock H. W. The possibility of compensating astronomical seeing // Publ. Astron. Soc. Pacif.—1953.—**65**.—N 386.—P. 229.
18. Fried D. L. Statistics of a geometric representation of wave front distortion // J. Opt. Soc. Amer.—1965.—**55**.—P. 1427.
19. Knox K. T., Thompson B. J. Recovery of images from atmospherically degraded short-exposure photographs // Astrophys. J.—1974.— **193**.—P. L45—L48.
20. Labeyrie A. Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by Fourier

- analyzing speckle patterns in star images // *Astron. and Astrophys.*—1970.—**6**, N 1.—P. 85—87.
21. *Lahart M. J.* Local image restoration by a least squares method // *J. Opt. Soc. Amer.*—1967.—**69**, N 10.—P. 1333—1339.
22. *Michelson A. A., Piese F. G.* Measurement of the diameter of Alpha Orionis with interferometer // *Astrophys. J.*—1921.—N 53.— P. 249—259.
23. *Rhodes W. T., Goodman J. W.* Interferometric technique for recording and restoring images by unknown aberration // *J. Opt. Soc. Amer.*—1973.—**63**, N 6.— P. 647—657.
24. *Roddir F.* Redundant versus nonredundant beam recombination in an aperture synthesis with coherent optical arrays // *J. Opt. Soc. Amer.*—1987.—**A4**, N 8.— P. 1396—1401.

Поступила в редакцию 21.07.10