УДК 519.873

В. И. Кожешкурт[1], В. Б. Осташевский[1], Н. Ю. Кузнецов[2]
[1]Институт проблем регистрации информации НАН Украины
ул. Н. Шпака, 2, 03113 Киев, Украина
[2]Институт кибернетики им. В.М.Глушкова НАН Украины
пр. Академика Глушкова, 40, 03680 ГСП, Киев-187, Украина

Применение ускоренного моделирования для расчета оптимального количества запасных элементов, обеспечивающих требуемую надежность системы

Предложена модель конкретного класса резервированных систем, в основу которой положено дерево отказов специальной структуры. Изложены принципы применения методов ускоренного моделирования для расчета вероятности отказа системы в заданном промежутке и усредненного коэффициента неготовности. Сформулирован алгоритм оптимального выбора количества запасных элементов, обеспечивающих требуемую надежность системы.

Ключевые слова: *резервированная система, дерево отказов, вероятность отказа, усредненный коэффициент неготовности, ускоренное моделирование, оптимизация.*

Инженерный опыт создания современных сложных систем свидетельствует, что основной фундамент их надежности закладывается еще на стадии проектирования при проведении научно-технического обоснования проекта. Именно в этот период возникает потребность в прогнозировании надежности системы и рациональной организации ее эксплуатации. Поэтому в последние годы значительное внимание уделяется созданию высокоточных численных методов анализа надежности и эффективности систем.

Если на начальном периоде становления теории надежности и теории массового обслуживания основное внимание уделялось созданию аналитических методов расчета, и этого было вполне достаточно для удовлетворения потребностей практики, то по мере увеличения требований к адекватности моделей и надежности систем возникла потребность создания принципиально нового математического аппарата. Проведение высокоточного расчета с целью повышения надежности особенно актуально при исследовании высокоответственных систем (атомные электростанции, атомные подводные лодки, магистральные нефтепроводы и т.п.), когда любая авария может привести к тяжелым экологическим последствиям.

Наиболее глубокое развитие получили два направления: асимптотические методы анализа систем в условиях малой загрузки и методы ускоренного моделирования. Методы, создаваемые в рамках первого направления, в значительной степени основываются на методе малого параметра, когда характеристики системы удается разложить по степеням малого параметра (основной практический интерес представляет первый член такого разложения). Данный подход позволяет выводить явные аналитические формулы, точность которых тем выше, чем выше надежность элементов системы. Современное состояние теории асимптотического анализа характеристик систем и некоторые дальнейшие результаты рассмотрены в [1–5]. В настоящей статье основное внимание сосредоточим на методах ускоренного моделирования (методы уменьшения дисперсии оценок) и их применении к решению задачи оптимизации количества запасных элементов, обеспечивающих требуемую надежность системы.

С середины 50-х годов прошлого столетия статистическое моделирование (метод Монте–Карло) [6, 7] принадлежит к наиболее востребованным в инженерной практике инструментам оценки тех или иных показателей качества функционирования систем, в том числе и надежности. В то же время по мере повышения надежности системы эффективность непосредственного моделирования падает, в частности, если надежность стремится к единице, то количество реализаций, необходимых для достижения требуемой точности, неограниченно возрастает. Этот недостаток метода Монте–Карло стимулировал интенсивное развитие методов, направленных на уменьшение дисперсии оценок, а тем самым на повышение эффективности моделирования. Такие методы получили название «методы ускоренного моделирования». Среди основных подходов, получивших наибольшее распространение, отметим метод существенной выборки [8, 9], аналитико-статистический метод [4, 10, 11], метод расслоенной выборки [12, 13] и множество других [14–18].

Для решения задачи оптимизации системы по критерию надежности необходимо обладать быстродействующим методом анализа надежности, который позволяет строить оценки высокой точности, как для ненадежных систем, так и для систем высокой надежности. Этим свойством в полной мере обладают методы ускоренного моделирования, изложенные в настоящей статье. В следующем разделе предложена модель конкретного класса резервированных систем, в основу которой положено дерево отказов специальной структуры. Рекуррентный характер построения дерева отказов дает возможность осуществлять расчет надежности сложных систем аналитическими и статистическими методами с использованием современных информационных технологий. Кроме того, дерево отказов наиболее наглядно описывает возможные пути развития аварийных ситуаций. Это также незаменимый диагностический инструмент, позволяющий выявлять наиболее вероятные причины аварий («слабые места» в системе, критичные элементы и сечения), а, следовательно, намечать наименее дорогостоящие пути повышения надежности системы. В последующих разделах изложены основные принципы применения методов ускоренного моделирования для расчета вероятности отказа системы в заданном промежутке и усредненного коэффициента неготовности. Сформулирован алгоритм оптимального выбора количества запасных элементов по каждому типу элементов, максимизирующий заданный показатель надежности. Описаны также основные особенности соответствующего программного обеспечения.

1. Математическая модель

Изложенная ниже математическая модель учитывает особенности построения и функционирования программно-технического комплекса Центра обработки информации [19]. К таким особенностям в первую очередь относятся:

— различные виды структурного резервирования, в частности, постоянное нагруженное резервирование, скользящее нагруженное резервирование, ненагруженное («холодное») резервирование;

— многофункциональность системы: от системы требуется безотказное выполнение ряда функций, причем одни и те же элементы могут влиять на выполнение различных функций;

— замена отказавших элементов запасными (временем замены нельзя пренебречь); запасные элементы должны обеспечить надежное выполнение системой основных своих функций.

Структуру системы будем описывать деревом отказов. Основой для построения дерева отказов является надежностная схема. К сожалению, переход от структурно-функциональной схемы к надежностной не может быть строго формализован. Большую роль играет опыт исследователя и четкое представление последствий отказа того или иного элемента или подсистемы. Структура дерева отказов описывается следующим образом.

Дерево состоит из вершин и «листьев». Листья — это элементы, для которых имеются данные об их надежности (т.е. не допускается более мелкое деление элементов на части). В дальнейшем будем говорить не о листьях дерева, а об элементах. Все элементы подвергаются непрерывному контролю, т.е. любой отказ обнаруживается мгновенно. Вершинами дерева изображаются подсистемы. Каждой вершине подчинены несколько входящих вершин, в качестве которых могут выступать как элементы, так и другие вершины (подсистемы). Один и тот же элемент (или вершина) может подчиняться нескольким вершинам. Элементам и вершинам присваиваются имена, позволяющие легко идентифицировать их положение в системе. Корнем дерева называется вершина, которая не является входящей ни к одной другой вершине дерева. Допускается несколько корней дерева (смысл этих корней будет указан в дальнейшем). Вершины могут быть четырех типов:

— *вершина типа «и»* описывает параллельное соединение входящих вершин (или элементов) — отказ вершины наступает при одновременном отказе всех входящих вершин;

— *вершина типа «или»* описывает последовательное соединение входящих вершин (или элементов) — отказ вершины наступает при отказе одной из входящих вершин;

— *вершина типа «m из n»* описывает нагруженное скользящее резервирование (отказ вершины наступает при отказе по крайней мере m из n входящих элементов); предполагается, что все входящие элементы имеют идентичные характеристики надежности;

— *вершина типа «ненагруженное резервирование»* описывает подсистему, состоящую из двух идентичных параллельно соединенных элементов, один из которых находится в ненагруженном резерве; отказ вершины наступает при отказе обоих элементов.

Предположим, что все элементы перенумерованы, и N — множество их номеров. Пусть M — множество различных типов элементов (номенклатура), иначе говоря, задана функция $h: N \to M$, устанавливающая тип каждого элемента. Кроме того, для каждого $j \in M$ задано $k_j \geq 0$ — число запасных элементов *j*-го типа.

Времена безотказной работы элементов являются независимыми показательно распределенными случайными величинами, λ_i — интенсивность отказа *i*-го элемента ($i \in N$). При отказе элемента $i \in N$ устанавливается его тип $j = h(i)$. Если еще не исчерпан запас элементов *j*-го типа (а в начальный момент было k_j запасных), то немедленно начинается замена отказавшего элемента на исправный. Если же отсутствуют запасные элементы, то элемент становится невосстанавливаемым. Частным случаем данной модели является случай, когда $M = N$, т.е. для каждого элемента имеется выделенный ему ЗИП. Время замены элемента *j*-го типа ($j \in M$) имеет функцию распределения $G_j(x)$.

Как уже отмечалось, дерево может иметь несколько корней. В нашем случае корень — это подсистема, отвечающая за выполнение той или иной функции. Несколько корней могут объединяться логической функцией с использованием операций $\wedge, \vee$. В результате получим дерево с одним корнем, который имеет постоянное имя «TOP». В частности, это имя можно присвоить любой вершине, отвечающей за выполнение какой-либо функции. При этом все расчеты показателей надежности и оптимизация количества запасных элементов будут вестись относительно данной функции. В дальнейшем под отказом системы понимаем отказ той или иной функции (или логической комбинации нескольких функций).

Рассчитаем следующие показатели надежности:

— $P(T)$ — вероятность отказа системы в промежутке $[0, T]$;

— $Q(T) = \frac{1}{T}\int_0^T q(t)\,dt$, где $q(t)$ — вероятность того, что система находится в неисправном состоянии в момент t;

— перечень отказовых сечений, упорядоченный в порядке убывания их вклада в отказ системы;

— перечень элементов с оценкой их вклада в отказ системы.

Задача оптимизации количества запасных элементов может быть сформулирована следующим образом. Предположим, что построено дерево отказов и определена вершина с именем «TOP». Пусть, кроме того, задана характеристика $K(T)$, используемая в качестве критерия надежности ($K(T) = P(T)$ или $K(T) = Q(T)$), и задан максимально допустимый уровень ненадежности системы *ε*. Задача состоит в определении набора α_i, $i \in M$, запасных элементов такого, что $k_i \leq \alpha_i \leq r_i$, $i \in M$, и выполнено неравенство

$$K(T) < \varepsilon\ , \qquad (1)$$

причем соотношение (1) нарушается, если уменьшить хотя бы одно α_i.

Естественно, данная задача может и не иметь единственного решения. Если в процессе оптимизации (например, при разных начальных значениях $k_i,\ i \in M$) удалось получить несколько решений задачи (1), то наиболее приемлемое решение выбирается методом экспертных оценок.

В последующих двух разделах изложены основные принципы построения несмещенных оценок для $P(T)$ и $Q(T)$ методом ускоренного моделирования.

2. Алгоритм ускоренного моделирования вероятности (P/T)

В основу алгоритма ускоренного моделирования вероятности $P(T)$ положен общий метод, изложенный в работе [18]. Не концентрируя внимания на деталях, изложим основные принципы ускоренного моделирования.

Надежностная структура системы задается множеством $C = \{(k; i_1, \ldots, i_k)\}$ минимальных отказовых сечений, где k — число элементов в сечении, а $i_1, \ldots, i_k$ — их номера. Исходной информацией для нахождения множества C является дерево отказов [20]. Введем непрерывный справа марковский процесс, определяющий поведение системы:

$$\zeta(t) = (\nu(t); \gamma(t); \beta(t)) = (\nu_i(t), i \in N;\ \ \gamma_i(t), i \in N;\ \ \beta_j(t),\ j \in M), \quad t \ge 0,$$

где

$$\nu_i(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } i\text{-й элемент исправен в момент } t, \\ 1, & \text{если } i\text{-й элемент неисправен и в момент } t \text{ проводится его замена}, \\ 2, & \text{если } i\text{-й элемент неисправен и нет элементов для его замены;} \end{cases}$$

$\gamma_i(t) = 0$, если $\nu_i(t) = 0$; $\gamma_i(t)$ — время до окончания замены i-го элемента, если $\nu_i(t) = 1$; $\gamma_i(t) = T - t$, если $\nu_i(t) = 2$; $\beta_j(t)$ — количество запасных элементов j-го типа, оставшихся еще неиспользованными к моменту t. Начальное состояние процесса определяется условиями: $\nu_i(t) = 0$, $\gamma_i(t) = 0$, $\beta_j(t) = k_j$.

Подмножество E состояний неисправности системы зададим таким образом: $E = \{(\nu_i, i \in N)$: существует сечение $(k; i_1, \ldots, i_k) \in C$ такое, что $\nu_{i_j} > 0,\ \ j = 1, \ldots, k\}$.

Сформулируем общие принципы построения оценки $\widehat{P}_1(T)$ в одной реализации алгоритма для вероятности отказа $P(T)$.

1. Полагаем $n = 0$ (счетчик числа отказов элементов системы) и задаем начальное состояние $\zeta(t_0) = x_0 = (\nu_i = 0, i \in N;\ \ \gamma_i = 0, i \in N;\ \ \beta_j = k_i,\ j \in M)$ в момент $t_0 = 0$.

2. Предположим, что в момент t_n $(n \geq 0)$ n-го отказа система переходит в состояние $x_n = (\nu; \gamma; \beta) = (\nu_i, i \in N;\ \ \gamma_i, i \in N;\ \ \beta_j,\ j \in M)$, причем $\nu \notin E$. При условии отсутствия дальнейших отказов строим в (t_n, T) траекторию процесса $\zeta(t)$ (эта траектория будет детерминированной). Данная траектория разбивается на участки $(u_j, u_{j+1}),\ \ j = 0, 1, \ldots, k,\ \ u_0 = t,\ \ u_{k+1} = T$, на которых вектор $\nu(t)$ не изменяет своего состояния.

3. На каждом из участков (u_j, u_{j+1}) для всех исправных элементов строим весовые коэффициенты, оценивающие «влияние» отказа данного элемента в указанном промежутке на отказ всей системы.

4. С учетом этих весовых множителей определяем интервал, в котором произойдет следующий отказ, момент отказа t_{n+1} и номер отказавшего элемента. При этом строим соответствующий весовой множитель θ_{n+1}.

5. Строим состояние процесса $\zeta(t)$ в момент t_{n+1}. Если $\nu(t_{n+1}) \notin E$, то, увеличивая n на единицу, возвращаемся на шаг 2 алгоритма. Если же $\nu(t_{n+1}) \in E$, то в момент t_{n+1} наступил отказ системы, и реализация окончена. В качестве оценки в одной реализации выбираем:

$$\widehat{P}_1(T) = \prod_{k=1}^{n+1} \theta_k\,. \tag{2}$$

В [2] доказана не только несмещенность оценки (2), но и ограниченность относительной среднеквадратической погрешности с ростом надежности элементов в случае, когда интенсивности отказа имеют разный порядок малости. Именно это свойство оценок позволяет сохранить высокую точность расчета при возрастании надежности системы. Суммируя и усредняя оценки по количеству реализаций, хорошо известными методами строим оценку вероятности $P(T)$ отказа системы в промежутке $[0, T]$ с заданными относительной погрешностью и достоверностью.

Легко видеть, что при таком способе моделирования отказ системы наступает в каждой реализации. Это дает возможность оценить вклад в отказ системы каждого из элементов, а также вклад в отказ каждого из сечений. Предположим, что для построения оценки вероятности $P(T)$ было использовано L реализаций, в результате которых получены следующие данные:

$\widehat{p}_l$ — оценка вероятности отказа в l-й реализации;

$\nu^{(l)} = (\nu_i^{(l)},\ \ i \in N)$ — состояния элементов системы в момент отказа в l-й реализации.

Вкладом сечения $(k; i_1, \ldots, i_k)$ в отказ системы назовем вероятность того, что в момент отказа системы все элементы с номерами $i_1, \ldots, i_k$ являются неисправными. Несмещенной оценкой вклада в отказ сечения $(k; i_1, \ldots, i_k)$ является величина:

$$w(k; i_1, \ldots, i_k) = \sum_{l=1}^{L} \widehat{p}_l\ I(\nu_{i_j}^{(l)} > 0,\ \ j = 1, \ldots, k)\,, \tag{3}$$

где $I(\cdot)$ — индикатор соответствующего события.

Вкладом элемента j в отказ системы назовем вероятность того, что в момент отказа системы этот элемент неисправен, причем его состояние является критическим, т.е. в случае восстановления его работоспособности система также становится работоспособной. Несмещенной оценкой вклада в отказ элемента j является величина:

$$z_j = \sum_{l=1}^{L} \widehat{p}_l \; I(v_j^{(l)} > 0,\ \overline{v}^{(l)} \notin E), \tag{4}$$

где $\overline{v}^{(l)} = (\, v_j^{(l)} = 0,\ v_{i_s}^{(l)},\ s = 1,\ldots,k,\ i_s \neq j)$. Вклад элемента в отказ системы и будет служить основным критерием выбора количества запасных элементов (см. раздел 4).

3. Алгоритм ускоренного моделирования вероятности (Q/T)

Для оценки усредненного коэффициента неготовности $Q(T)$ воспользуемся методом ускоренного моделирования [13]. Если τ — случайная величина, равномерно распределенная в $[0, T]$, то:

$$Q(T) = \mathbf{M}\, q(\tau), \tag{5}$$

где $q(t)$ — вероятность неисправности системы в момент t. Поэтому достаточно располагать методом расчета $q(t)$ при фиксированном t; оценка для $Q(T)$ строится усреднением по значениям τ .

Предположим, что интенсивности отказа $\{\lambda_i\}$ могут быть представлены в виде $\lambda_i = \lambda_i^{(0)}\, \varepsilon^{\delta_i}$, где $\varepsilon > 0$ — некоторый малый параметр (например, $\varepsilon = 0{,}1$); $\delta_i > 0$ определяет «степень малости» интенсивности λ_i; $\lambda_i^{(0)} > 0$ — некоторый коэффициент.

Пусть t — фиксированный момент времени, $t \in [0, T]$. *Траекторией* системы назовем случайную последовательность

$$\vec{j}(S) = (j_1, \ldots, j_n; S),$$

где n — количество отказов элементов в промежутке $[0,\ t]$; $j_1, \ldots, j_n$ — номера отказавших элементов; S — множество неисправных в момент t элементов. Траектория $\vec{j}(S)$ называется отказовой, если в момент t система неисправна, т.е. множество S содержит, по крайней мере, одно из минимальных отказовых сечений множества E. *Ранг* отказовой траектории $\vec{j}(S)$ определим соотношением: $r(S) = \sum_{i \in S} \delta_i$, $r_0 = \min_S r(S)$ — минимальный ранг. Поскольку система состоит из конечного числа элементов, то существует лишь конечное число возможных значений $r(S)$. Для упрощения обозначений это множество отождествляем с подмножеством натуральных чисел $\{r_0, r_0+1, ..., R\}$. Имеет место соотношение

$$q(t) = \sum_{r=r_0}^{R} q^{[r]}(t) = \sum_{r=r_0}^{R} \sum_{S:\, r(S)=r} q^{[r]}(t,S), \tag{6}$$

где $q^{[r]}(t)$ — вероятность возникновения в промежутке $[0,t]$ отказовой траектории ранга r, а $q^{[r]}(t,S)$ — вероятность возникновения соответствующей траектории с множеством S неисправных в момент t элементов. Учитывая (5) и (6), получим соотношение:

$$Q(T) = \sum_{r=r_0}^{R} \mathbf{M}\, q^{[r]}(\tau) = \sum_{r=r_0}^{R} \sum_{S:\, r(S)=r} \mathbf{M}\, q^{[r]}(\tau,S). \tag{7}$$

Формула (6) полностью соответствует схеме моделирования методом расслоенной выборки. Обозначим через U_r множество всех S ранга r, а через $|U_r|$ — количество элементов в U_r. Пусть L — общее количество реализаций, которое планируется использовать для оценки $Q(T)$, а l_r, $r = r_0, ..., R,$ — количество реализаций для оценки $Q^{[r]}(T) = \mathbf{M}\, q^{[r]}(\tau)$, $l_{r_0} + l_{r_0+1} + ... + l_R = L$. В соответствии со схемой расслоенной выборки оценка для $Q(T)$ строится по формуле:

$$\widehat{Q}(T) \;=\; \sum_{r=r_0}^{R} \frac{1}{l_r} \sum_{i=1}^{l_r} |U_r|\; \widehat{q}_i^{[r]}(\widehat{\tau}_i, \widehat{S}_i^{[r]}), \tag{8}$$

где первая сумма в правой части соотношения (8) берется по всем r, для которых $l_r > 1$, множество $\widehat{S}_i^{[r]}$ выбрано из U_r случайным образом, а $\widehat{q}_i^{[r]}(\widehat{\tau}_i, \widehat{S}_i^{[r]})$ — оценка для $q^{[r]}(\widehat{\tau}_i, \widehat{S}_i^{[r]})$, полученная в i-й реализации алгоритма при фиксированных моменте $\tau = \widehat{\tau}_i$ и множестве $S = \widehat{S}_i^{[r]}$. Алгоритм построения оценки для $q^{[r]}(t,S)$ подробно описан в [13]. Числа $\{l_r\}$ выбираются стандартным образом (см. [4]). Вклад сечений и элементов в отказ системы может быть оценен по тем же формулам (3), (4), что и при исследовании вероятности отказа.

4. Алгоритм поиска оптимального количества запасных элементов

В настоящем разделе предлагается алгоритм поиска оптимального количества запасных элементов для достижения требуемой надежности системы (см. (1)). В основе данного алгоритма лежит соотношение (4). Обозначим через $K(T)$ показатель надежности, подлежащий оптимизации ($K(T) = P(T)$ или $K(T) = Q(T)$). Пусть также задан максимально допустимый уровень ненадежности системы ε.

Алгоритм поиска оптимального набора $\{\alpha_m,\ m \in M\}$ формулируется следующим образом.

1. Задаем начальное количество элементов: $\alpha_i = k_i,\ i \in M$.

2. Строим оценку $\widehat{K}(T)$ для $K(T)$ с заданной относительной погрешностью δ и определяем вклад z_j в отказ системы каждого из элементов $j \in N$. Если $\widehat{K}(T) < \varepsilon$, то переходим на шаг 6 алгоритма.

3. Если $\alpha_m = r_m$ для всех $m \in M$, то требуемая надежность системы в поставленных условиях достигнута быть не может.

4. Предположим, что существует $m \in M$ такое, что $\alpha_m < r_m$. Учитывая однотипность многих элементов, определяем вклад в отказ элементов каждого типа:

$$y_m = \sum_{j:h(j)=m} z_j,\ m \in M \ .$$

5. Находим $m^* = \arg\min_{m \in M,\ \alpha_m < r_m} y_m$ и, увеличивая α_{m^*} на единицу, возвращаемся на шаг 2 алгоритма.

6. Уменьшая относительную погрешность (например, полагая $\delta_1 = \delta / 2$), производим более точный расчет показателя надежности $K(T)$. Если при этом $\widehat{K}(T) \ge \varepsilon$, то возвращаемся на шаг 3 алгоритма.

7. Проверяем на оптимальность полученный набор $\{\alpha_m,\ m \in M\}$. Для этого поочередно уменьшаем α_m на единицу (только для тех m, для которых $\alpha_m > k_m$) и строим оценки $\widehat{K}(T)$. Если все они превосходят допустимый уровень ε, то набор $\{\alpha_m,\ m \in M\}$ удовлетворяет условиям задачи (1) и является ее решением. Если же это условие не выполнено, то продолжаем уменьшать α_m для тех m, для которых $\widehat{K}(T) < \varepsilon$.

Как уже отмечалось, задача (1) может и не иметь единственного решения. При разных начальных условиях могут быть получены различные решения. Основываясь на своем опыте и технических особенностях задачи, окончательное решение принимает исследователь.

5. Особенности программной реализации

Предложенная математическая модель, методы расчета и оптимизации соответствующих показателей надежности легли в основу разработанного программного обеспечения. К задаваемым исходным данным относятся:

T — время функционирования системы (например, $T = 8760$ часов = 1 год);

$I_s \in \{0, 1\}$ — индикатор, указывающий, какой из показателей надежности ($P(T)$ при $I_s = 0$ или $Q(T)$ при $I_s = 1$) лежит в основе расчета;

ε — относительная погрешность оценок.

Кроме того, задается структура дерева отказов (в виде достаточно простой таблицы), в котором обязательно должна присутствовать единственная вершина с именем «TOP»; при этом допускается 4 типа вершин (см. описание модели).

В отдельной таблице задаются характеристики надежности элементов. Для каждого элемента задаются:

— интенсивность отказа;

— тип функции распределения длительности замены и два параметра, характеризующие эту функцию (допускаются 6 типов функции распределения: экспоненциальная, Вейбулла, Эрланга, равномерная, нормальная и логарифмически-нормальная);

— тип элемента.

Задаются также начальные количества $\{k_i,\ i \in M\}$ запасных элементов и ограничения $\{r_i,\ i \in M\}$ на максимально допустимое количество запасных элементов.

В результате работы программы будет дан ответ на вопрос, существует ли решение задачи (1), и, если ответ положителен, то будет указан набор запасных элементов $\{\alpha_i,\ i \in M\}$, гарантирующий требуемую надежность системы.

1. *Kovalenko I.N.* Rare Events in Queueing Systems — a Survey // Queueing Systems. — 1994. — **16**, N 1. — P. 1–49.

2. *Blaszczyszyn B., Rolski T., Schmidt V.* Light-Traffic Approximations in Queues and Related Stochastic Models // Advances in Queueing / ed. J.H. Dshalalow. — Boca Raton: CRC Press, 1995. — P. 379–406.

3. *Kovalenko I.N.* Approximation of Queues Via Small-Parameter Method // Advances in Queueing / ed. J.H. Dshalalow. — Boca Raton: CRC Press, 1995. — P. 481–506.

4. *Kovalenko I.N., Kuznetsov N.Yu., Pegg Ph. A.* Mathematical Theory of Reliability of Time Dependent Systems with Practical Applications. — Chichester: Wiley, 1997. — 303 p.

5. *Kovalenko I.N., Atkinson J.B., Mikhalevich K.V.* Three Cases of Light-Traffic Insensitivity of the Loss Probability in a $GI/G/m/0$ Loss System to the Shape of the Service Time Distribution // Queueing Systems. — 2003. – **45**, N 3. — P. 245–271.

6. *Hammersley J.M., Handscomb D.C.* Monte Carlo Methods. — London: Methuen, 1964. — 178 p.

7. *Бусленко Н.П.* Моделирование сложных систем. — М.: Наука, 1978. — 400 с.

8. *Glynn P.W., Iglehart D.L.* Importance Sampling for Stochastic Simulations // Manag. Science. — 1989. — **35**, N 10. — P. 1367–1392.

9. *Smith P.J., Shafi M., Gao H.* Quick Simulation: A Review of Importance Sampling Techniques in Communications Systems // IEEE Selected Areas Commun. — 1997. — **15**, N 4. — P. 597–613.

10. *Коваленко И.Н.* Анализ редких событий при оценке эффективности и надежности систем. — М.: Сов. радио, 1980. — 209 с.

11. *Коваленко И.Н.* К расчету характеристик высоконадежных систем аналитико-статистическим методом // Электронное моделирование. — 1980. — Т. 2, № 4. — С. 5–8.

12. *Kumamoto H., Tanaka K., Inone K., Henley E.S.* Daggestsampling Monte Carlo for System Unavailability Evaluation // IEEE Trans. Reliab. — 1980. — **R-29**, N 2. — P. 122–125.

13. *Шумская А.А.* Ускоренное моделирование коэффициента неготовности восстанавливаемой системы с ограниченной относительной погрешностью оценки // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 3. — С. 45–58.

14. *Завадская Л.А.* Об одном подходе к ускорению моделирования систем с резервированием // Электронное моделирование. — 1984. — Т. 6, № 6. — С. 57–60.

15. *Fox B.L., Glynn P.W.* Discrete-Time Conversion for Simulating Finite-Horizon Markov Processes // SIAM J. Appl. Math. — 1990. — **50**, N 5. — P. 1457–1473.

16. *Glasserman P., Heidelberger Ph., Shahabuddin P., Zajic T.* Multilevel Splitting for Estimating Rare Event Probabilities // Oper. Research. — 1999. — **47**, N 4. — P. 585–600.

17. *Шпак В.Д.* Аналитико-статистические оценки для обрывающихся процессов восстановления и их эффективность // Кибернетика и системный анализ. — 2005. — № 1. — С. 138–155.

18. *Кузнецов Н.Ю.* Условия ограниченности относительной погрешности при ускоренном моделировании надежности немарковских систем // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — № 4. — С. 63–80.

19. Технический проект Системы и Центра обработки информации. — ИПРИ НАН Украины, 2006.

20. *Hennings W., Kuznetsov N.* FAMOCUTN & CUTQN: Programs for Fast Analysis of Large Fault trees with Replicated & Negated Gates // IEEE Trans. Reliab. — 1995. — **44**, N 3. — P. 368–376.

Поступила в редакцию 31.08.2007