

УДК 524.31.08:524.63–862

В. А. Захожай¹, О. В. Захожай², А. П. Видьмаченко²

¹Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина
61077 Харьков, пл. Свободы 4

²Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины
03680 Киев, ул. Академика Заболотного 27
zkholga@mail.ru

**Особенности моделирования тонких плоских дисков
с центральными объектами в зависимости
от их пространственного расположения**

Получены формулы для предельных углов и площадей, позволяющие составить представление о конфигурации наблюдаемых систем и производить расчеты их спектральных распределений энергии (РЭС) в зависимости от геометрических параметров и угла наклона диска к наблюдателю. Приведены результаты расчетов РЭСов для субзвезды ($M_ = 0.02 M_\odot$) с диском ($R_{out} = 8$ а. е.), удаленной на расстояние 10 пк и ориентированной к наблюдателю под углами 0° , 20° , ..., 80° . Проведена аппроксимация шести наблюдательных потоков от субзвезд с ИК-избытками (usco128, usd160603, usd161005, usd161103, usd161916, usd161939), входящих в состав области звёздообразования Верхнего Скорпиона, предложенным алгоритмом расчетов РЭС систем.*

ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ТОНКИХ ПЛОСКИХ ДИСКІВ З ЦЕНТРАЛЬНИМИ ОБ'ЄКТАМИ ЗАЛЕЖНО ВІД ЇХНЬОГО ПРОСТОРОВОВОГО ПОЛОЖЕННЯ, Захожай В. А., Захожай О. В., Видьмаченко А. П. — Одержано формули для граничних кутів і площ, які дозволяють скласти уявлення про конфігурації систем, що спостерігаються, та проводити розрахунки їхніх спектральних розподілів енергії (РЕС) в залежності від їхніх геометричних параметрів і кута нахилу диска до спостерігача. Наведені результати розрахунків РЕС для субзорі ($M_ = 0.02 M_\odot$) з диском ($R_{out} = 8$ а. о.), віддаленої на відстань 10 пк та орієнтованої до спостерігача під кутами 0° , 20° , ..., 80° . Наведена апроксимація шести спостережних потоків від субзірок з ІЧ-надлишками (usco128, usd160603, usd161005, usd161103,*

usd161916, usd161939), що входять до складу областей зореутворення Верхнього Скорпіона, запропонованим алгоритмом для розрахунків PEC систем.

THE PECULIARITIES OF THE SIMULATION OF FLAT DISKS WITH CENTRAL OBJECTS IN ACCORDANCE WITH THEIR SPATIAL LOCATION, by Zakhzhay V. A., Zakhzhay O. V., Vidmachenko A. P. — We deduced formulas for critical angles and areas that permit one to have an idea of the configurations of observed systems and to calculate their spectral energy distributions (SEDs) in accordance with their geometrical parameters and inclination of disks toward an observer. We present our results of SEDs calculations for a substar ($M_ = 0.02 M_\odot$) with the disk ($R_{out} = 8 \text{ a.u.}$) which is at a distance of 10 pc and is tilted at angles of 0° , 20° , ..., 80° toward an observer. Using the algorithm proposed for the SEDs calculation, we performed an approximation of observed fluxes from six substars with IR-excesses that are members of Upper Scorpius star forming region (usco128, usd160603, usd161005, usd161103, usd161916, and usd161939).*

ВВЕДЕНИЕ

Под тонкими будем подразумевать диски, внутренняя толщина которых меньше диаметра центрального источника. Диски, толщина которых с увеличением расстояния от центра системы возрастает по линейному закону, называют плоскими [4, 5], по степенному — расширяющимися [5]. Такие диски рассматривают без центральной щели и со щелью. Диск, «скреплённый» со звездой или субзвездой (безщелевой диск), соответствует самым ранним стадиям развития протозвезд, возраст которых меньше 1 Мг (10^6 лет) [11]. Образование вторичного (так называемого «осколочного») диска характерно для звезд и субзвезд с возрастом 1—30 Мг [11, 12]. Этот период эволюции сопровождается появлением центральной щели в диске с радиусом до $20R_\odot$ [14], который зависит, по-видимому, от массы центрального источника: для субзвезд приводится ее типичное значение 2-3 их радиуса [10].

Распределения энергии в спектрах (РЭС) звезд и субзвезд с окружающими их дисками зависят от термодинамического состояния такой системы и от ее геометрии. Считается, что система центрального источника и окружающего диска находятся в тепловом балансе. Спектр излучения центральной звезды или субзвезды описывается обычно планковской кривой. Поток от составляющих диска представляется также законом Планка: для плоской части учитывается зависимость температуры от его радиуса, для внутреннего и внешнего пояса температуры принимаются равными значениям, которые вычисляются из уравнения теплового баланса. Интегральный поток от системы является суммой потоков от центрального источника и всех составляющих диска. Влияние наклона диска к наблюдателю учитыва-

ется посредством умножения потока от плоской составляющей диска на косинус, от торцов — на синус угла наклона. В последнее десятилетие поиск и исследование субзвезд с окружающими их дисками стало одной из важнейших астрофизических задач [2].

Выяснение условий наблюдений космических тел с тонкими плоскими дисками, с центральной щелью в зависимости от их пространственного расположения необходимо для правильного расчета распределения энергии в спектрах излучения околозвездных и околосубзвездных дисков, в зависимости от угла наклона к наблюдателю. На суммарный РЭС такой системы оказывают влияние размеры центрального источника и диска, угол наклона диска к наблюдателю, закон изменения толщины диска. Для исследования такого влияния существует необходимость в расчете элементов геометрии наблюдаемой системы центрального источника с окружающим его диском, как функции от угла наклона. К элементам геометрии будем причислять угол наклона плоскости диска к наблюдателю и площади проекции на картинную плоскость, составляющих рассматриваемой системы: центрального источника, наблюдаемого над плоскостью диска, его тени на плоскость диска, внешнего края диска и др. Влияние угла наклона на РЭС уже учитывалось в ряде работ [7, 8] для конкретно ориентированных к наблюдателю систем. Однако систематические исследования особенностей влияния геометрии таких систем, в процессе изменения угла наклона, на профиль РЭС не проводились. В данной работе впервые проводятся расчеты, позволяющие записать алгоритмы для моделирования РЭС систем с произвольно наклонёнными к наблюдателю дисками.

Цель настоящей работы: 1) получить формулы, связывающие углы наблюдения с радиусом центрального источника, внутренними и внешними радиусами и толщинами диска; 2) получить выражения для площади проекции диска центрального источника и составляющих диска на картинную плоскость в зависимости от углов наклона; 3) рассчитать серию РЭС излучения избранной системы в зависимости от угла наблюдения.

Природа звезд и субзвезд не влияет на решение сформулированных задач. Поэтому ниже будем применять для них термин «центральный источник», чтобы каждый раз не конкретизировать их природу.

УСЛОВИЯ НАБЛЮДЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ, ОКРУЖЕННЫХ ТОНКИМИ ДИСКАМИ

В пределах определенных (граничных) углов проекции центрального источника и диска на небесную сферу вычисляются по одним и тем же формулам. Проекции в пределах граничных углов будем называть «ключевыми». На рис. 1 и 2 показаны ключевые проекции центрального источника и окружающего его диска и соответствующие им проекции в перпендикулярном направлении к картинной плоскости. Сре-

ди углов наклона к наблюдателю j (отсчитываемых между нормалью к экватору диска и направлением на угол зрения) граничные углы для безщелевого и диска со щелью обозначены как α_1 и α_2 соответственно.

Для безщелевого диска (рис. 1) граничных углов два: α_1 и α_2 . При изменении угла j от нуля до α_1 площадь проекции части центрального источника, возвышающейся над диском, уменьшается до тех пор, пока наблюдаемая часть диска не будет ограничена внешним верхним краем диска (рис. 1, в). Дальнейшее увеличение угла наблюдения j ведет к уменьшению площади наблюдаемой части диска по другому закону и достигает нулевого значения при угле $j = \alpha_2$ (рис. 1, з). То есть, при угле $j > \alpha_2$ происходит полное экранирование диском центрального источника (рис. 1, д).

Система с центральной щелью характеризуется пятью граничными углами. В зависимости от внутреннего радиуса диска и его толщины до некоторого предельного значения $j = \alpha_1$ диск центрального источника будет восприниматься в виде круга (рис. 2, а—в), а площадь плоской составляющей окружающего его диска изменяется по закону $\cos j$.

Угол наклона $j > \alpha_1$ соответствует следующим пространственным конфигурациям центрального источника и диска: 1) в пределах угла $\alpha_1 < j < \alpha_2$ центральный источник будет экранировать только внутренний пояс щели диска — угол $j = \alpha_2$ соответствует конфигурации, при которой верхний полюс центрального источника касается удаленного верхнего контура центральной щели (рис. 2, з); 2) при угле $j = \alpha_4$ нижняя точка внешнего пояса диска проецируется на верхнюю точку удаленного верхнего контура центральной щели (рис. 1, д); 3) при углах $j > \alpha_5$ центральный источник становится невидимым, наблюдается только проекция верхней плоской составляющей диска (рис. 1, е); 4) угол $j = 90^\circ$ соответствует наблюдению только внешнего пояса диска. Представляет также интерес выделение угла α_3 (который больше α_2 , но меньше α_4), при котором исчезает для наблюдателя внутренняя щель между верхней и нижней частью внутреннего пояса диска (рис. 2, в).

Определим перечисленные граничные углы α_i и β_i с учетом ввода следующих обозначений: R_* — радиус центрального источника, R_{in} и R_{out} — радиусы внутреннего и внешнего диска, которым соответствуют его толщины $h_{in} = h(R_{in})$ и $h_{out} = h(R_{out})$ соответственно.

Значения углов α_i и широта источника излучения β , ниже которой он «соединен» с окружающим диском. Угол α_1 вычисляется из анализа прямоугольного треугольника ABC (рис. 1, в):

$$\alpha_1 = \arctg \frac{2}{H_s} \arctg 2 \frac{R_{out} R_{in}}{h_{out} h_{in}}, \quad (1)$$

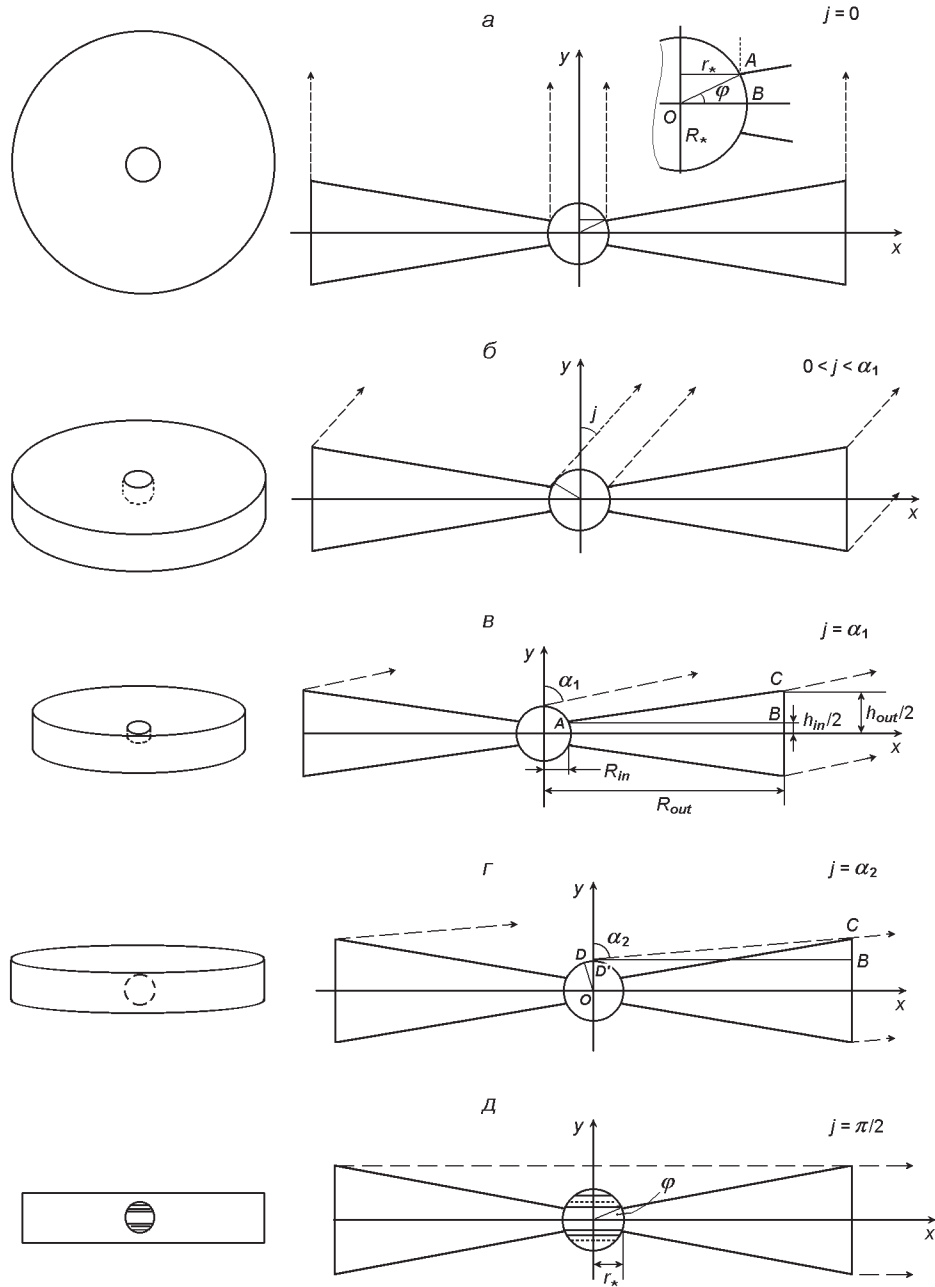


Рис. 1. Проекция систем центральных объектов с окружающими их дисками без центральной щели, ориентированных к наблюдателю под разными критическими углами $j = \nu_i$ (см. текст)

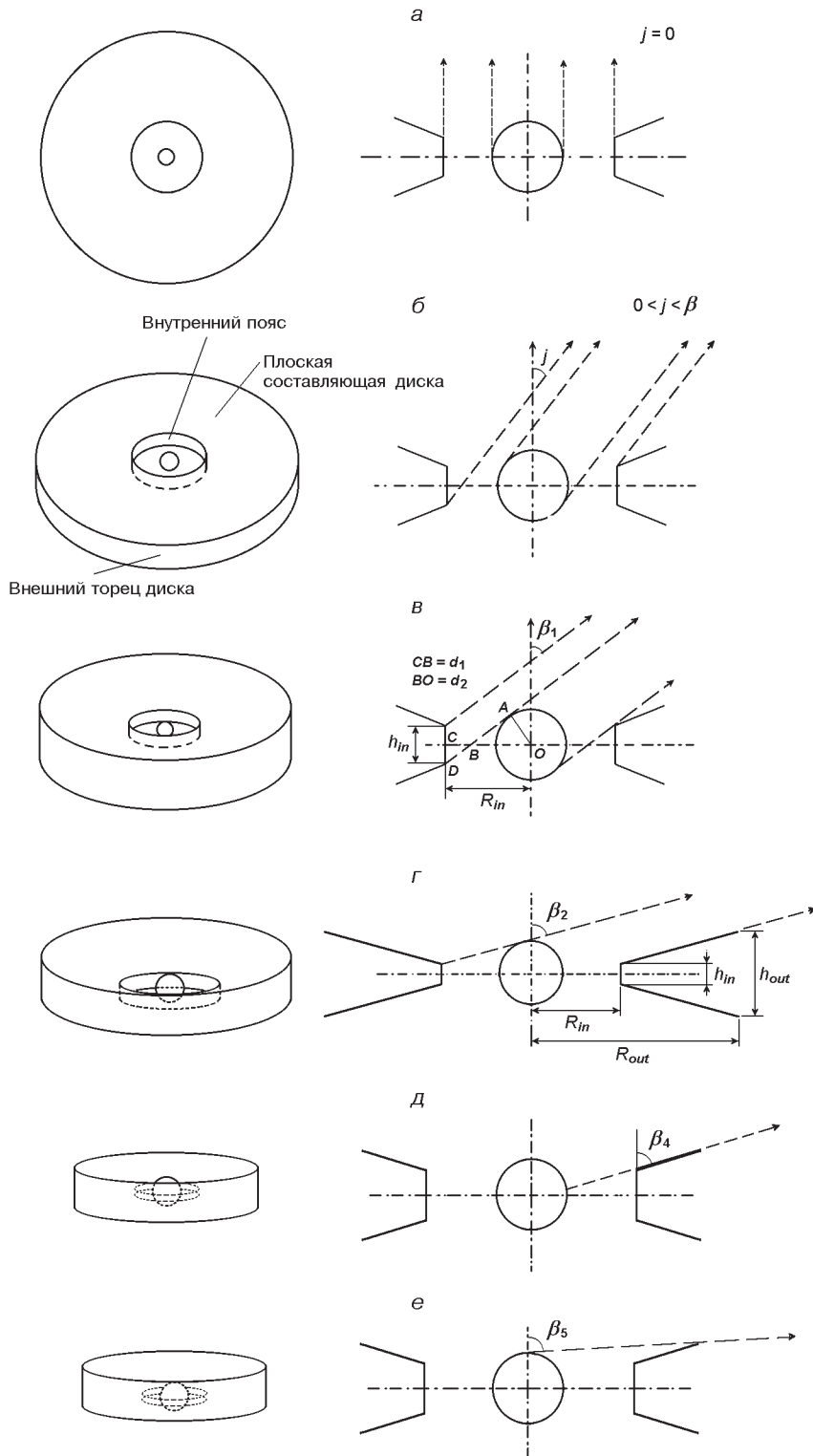


Рис. 2. Проекция систем центральных объектов с окружающими их дисками с центральной щелью (см. текст)

где

$$H_s = \frac{h_{out}}{R_{out}} \frac{h_{in}}{R_{in}}. \quad (2)$$

Угол α_2 может быть вычислен с помощью рис. 1, *з*. Из треугольников ODD следует, что $DD = R_* \sin(\alpha/2 - \alpha_2) = R_* \cos \alpha_2$ и $OD = R_* \cos(\alpha/2 - \alpha_2) = R_* \sin \alpha_2$. Анализ треугольника DBC позволяет записать уравнение

$$[h_{out}^2 - 4R_{out}^2] \sin^2 \alpha_2 - 4h_{out} R_* \sin \alpha_2 - 4(R_{out}^2 - R_*^2) = 0, \quad (3)$$

решением которого есть

$$\alpha_2 = \arcsin \frac{2h_{out} R_* \pm \sqrt{h_{out}^2 R_*^2 - 4(h_{out}^2 - 4R_{out}^2)(R_{out}^2 - R_*^2)}}{h_{out}^2 - 4R_{out}^2}, \quad (4)$$

Рис. 1, *а* (OAB) дает возможность вычислить широту α :

$$\alpha = \arccos \frac{r_*}{R_*} = \arcsin \frac{h_{in}}{2R_*}, \quad (5)$$

где r_* — радиус центрального источника, доступный для наблюдения системы при угле $j = 0$.

Значения углов α_i . Угол α_1 может быть найден из прямоугольного треугольника BCD , если известен катет $BC = d_1$. Этот катет находится из анализа прямоугольных подобных треугольников OAB и BCD . Поскольку для этих треугольников выполняется равенство $d_1 + d_2 = R_{in}$, значение искомого катета равно

$$d_1 = \frac{h_{in}}{h_{in}^2 - 4R_*^2} [h_{in} R_{in} \pm \sqrt{h_{in}^2 R_{in}^2 - (h_{in}^2 - 4R_*^2)(R_{in}^2 - R_*^2)}]. \quad (6)$$

В этом случае угол α_1 может быть вычислен из выражения

$$\alpha_1 = \arctg \frac{2}{h_{in}^2 - 4R_*^2} [h_{in} R_{in} \pm \sqrt{h_{in}^2 R_{in}^2 - (h_{in}^2 - 4R_*^2)(R_{in}^2 - R_*^2)}]. \quad (7)$$

Знак « \pm » перед квадратным корнем выбран из соответствия угла $\alpha_1 = 0$ равенству $R_{in} = r_*$.

Введение дополнительных величин $OB = R$, r и r , представленных на рис. 2, *з*, позволяет составить систему из четырех уравнений, решение которых может быть сведено к следующему тригонометрическому уравнению:

$$h_{in} \sin \alpha_2 - 2R_{in} \cos \alpha_2 = 2R_*. \quad (8)$$

Его решение имеет вид

$$\alpha_2 = 2 \arctg \frac{h_{in}}{2(R_{in} - R_*)} \sqrt{\frac{h_{in}^2}{4(R_{in} - R_*)^2} - \frac{R_{in} - R_*}{R_{in} R_*}}, \quad (9)$$

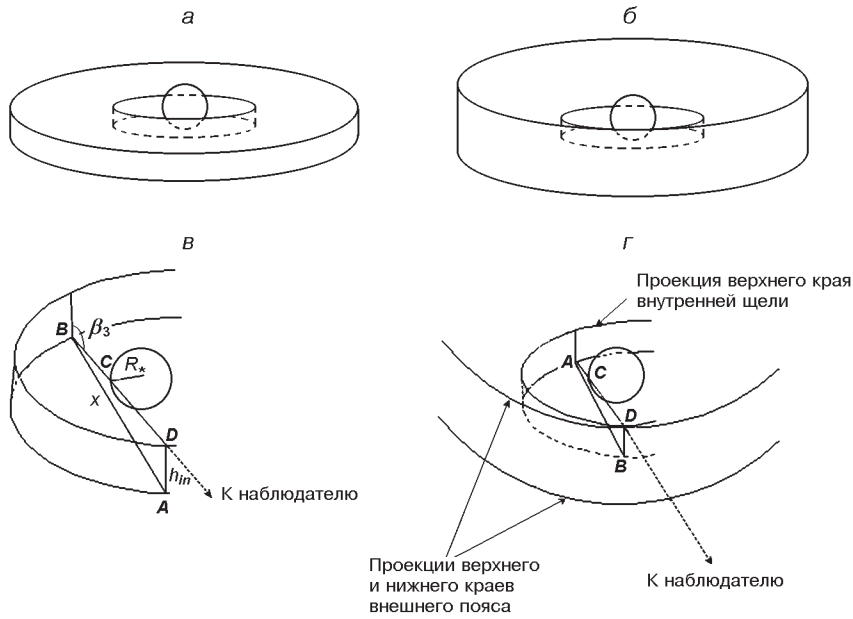


Рис. 3. Проекция систем центральных объектов на диск с центральной щелью при различных углах наблюдения: а — одинаковой и б — линейно возрастающей от центра толщины (так называемый «плоский диск») при $\alpha_2 < j < \alpha_4$; в, г — при $\alpha_1 < j < \alpha_2$

где выбор знака «+» перед квадратным корнем отражает положительное значение угла α_2 .

Как следует из рис. 3, в, отношение внутренней толщины диска h_{in} к величине x равно $\text{ctg } \alpha_3$. Половина длины сечения x и радиус источника излучения R_* связаны с радиусом внутренней щели R_{in} по теореме Пифагора. Следовательно, искомый угол равен

$$\alpha_3 = \arcsctg \frac{h_{in}}{2\sqrt{R_{in}^2 - R_*^2}}. \quad (10)$$

Из рис. 2, д видно, что угол, при котором проецируется на картинную плоскость только плоская составляющая диска и верхняя «шляпка» центрального источника, вычисляется из выражения

$$\alpha_5 = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{H_s}{2}. \quad (11)$$

Из рис. 2, е

$$\alpha_5 = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{0.5h_{out} - R_*}{R_{out}}. \quad (12)$$

ПЛОЩАДИ ПРОЕКЦИЙ СОСТАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМЫ С ЦЕНТРАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ И ДИСКОМ, НЕ ПОДВЕРЖЕННЫХ ВЗАИМНОМУ ЭКРАНИРОВАНИЮ

Площади проекций элементов, из которых состоят рассматриваемые системы, вычисляются наиболее простым способом, если они не подвержены взаимному экранированию.

Площадью круга описывается площадь проекции центрального источника на картинную плоскость при следующих обстоятельствах. В системах с безщелевым диском при $j = 0$ радиус r_* наблюдаемого круга центрального источника зависит только от минимальной толщины диска. В системах с диском с центральной щелью при $0 < j < \pi/2$ радиус наблюдаемого круга центрального источника равен R_* .

Площадь проекции центрального источника, возвышающегося над плоскостью безщелевого диска (при $0 < j < \pi/2$), является функцией угла наклона j . Очевидно, что при $j = 0$ площадь центрального источника равна

$$S_{sours} = r_*^2. \tag{13}$$

С увеличением угла наклона j увеличивается радиус кривизны с верхнего контура центрального источника. Это видно из крайних значений проекций центрального источника на картинную плоскость.

Когда система наблюдается анфас и сбоку (если бы центральный источник наблюдался в системе с геометрически плоским (равной толщины) диском, или имеется возможность рассматривать его через плоский диск): при $j = 0$ и $j = \pi/2$, $r_* = r_*$ и $r_* = R_*$ соответственно (см. рис. 1, а, д).

Площадь проекции центрального источника на картинную плоскость при $j = \pi/2$ с учетом выражения (5) равна

$$S_{sours} = S_1 \frac{R_*^2}{2} \frac{r_* h_{in}}{2}. \tag{14}$$

Анализ рис. 1, б и в позволил записать выражение для площади проекции центрального источника при произвольном угле наклона j :

$$\begin{aligned} S_{sours} &= r_*^2 \cos^2 \frac{j}{2} \frac{h_{in}}{2} \sin j - \frac{h_{in}}{4} \sin j \cdot r_* \cdot R_* \arcsin \frac{h_{in}}{2R_*} \sin j = \\ &= R_*^2 \frac{h_{in}^2}{4} \sin^2 j \cos^2 \frac{j}{2} \frac{h_{in}}{2} - \frac{h_{in}}{4} \sin j \sqrt{R_*^2 - \frac{h_{in}^2}{4} \sin^2 j} \sin j \\ &\quad - R_*^2 \arcsin \frac{h_{in}}{2R_*} \sin j, \end{aligned} \tag{15}$$

которое удовлетворяет и крайним значениям площадей (13) и (14).

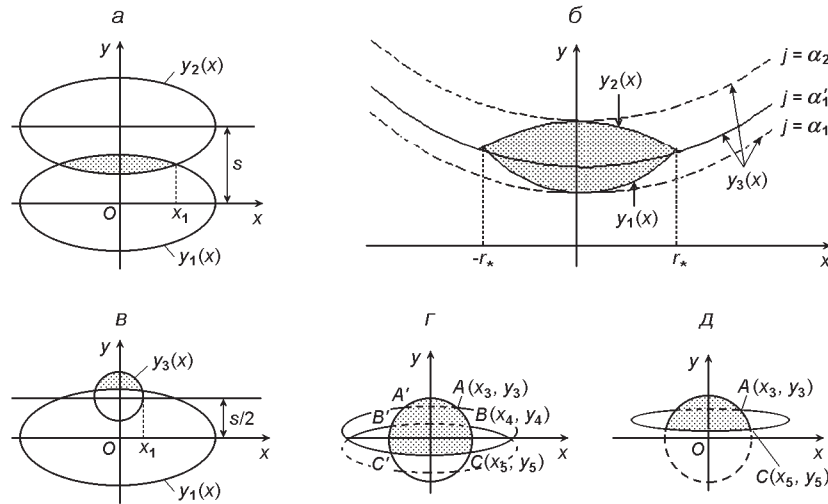


Рис. 4. К определению площадей проекций на картинную плоскость составляющих систем центральных объектов с окружающими их дисками: а — внутреннего пояса; б — центрального источника, экранированного окружающим его безщелевым диском; и источника, экранированного внутренним краем щели диска: в — при $\alpha_1 < j < \alpha_2$, г — при $\alpha_2 < j < \alpha_1$, д — при $j > \alpha_1$

Площадью эллипса описывается площадь проекции плоской составляющей диска в системах с безщелевым диском (при $j < \alpha_2$) и с диском со щелью ($j > \alpha_1$):

$$S_{pl_d} = R_{out}^2 \cos j. \quad (16)$$

Площадью прямоугольника описывается площадь внешнего пояса диска при углах наклона $j > 0$. Контуры внешнего края имеют уравнения эллипса $y_1(x)$ и $y_2(x)$ с одинаковыми полуосями, но сдвинутые по оси OY на толщину внешнего края диска, который изменяется по синусоидальному закону: $s = h_{out} \sin j$. Поэтому из принципа симметрии несложно показать, что площадь поверхности, ограниченная этими функциями, рассчитывается по формуле

$$S_{out_belt} = 2 \int_0^{R_{out}} [y_2(x) - y_1(x)] dx = 2R_{out} h_{out} \sin j. \quad (17)$$

Площадь проекции внутреннего пояса при углах наклона диска $0 < j < \alpha_1$. Как видно из рис. 2, б, в, площадь видимой наблюдателю проекции внутреннего пояса на картинную плоскость можно представить в виде разности площадей эллипса (с полуосями $a = R_{in}$ и $b = R_{in} \cos j$), образованного наклонённым контуром верхней части внутренней щели, и зазора между нижней и верхней границами щели. Такую ситуацию отображает рис. 4, а, на котором заштрихована площадь зазора и начерчены два эллипса со сдвигом на высоту $s = h_{in} \sin j$. Площадь такого зазора равна

$$\begin{aligned}
 S_{in_zone} &= \int_0^{x_1} 2 [y_1(x) - y_2(x)] dx = \\
 &= 2 \int_0^{x_1} \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx - \int_0^{x_1} \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx = \\
 &= 2 \frac{b}{a} x_1 \sqrt{a^2 - x_1^2} - 2ab \arcsin \frac{x_1}{a} = 2sx_1, \quad (18)
 \end{aligned}$$

где $x_1 > 0$ – положительное значение величины по координате x , при котором пересекаются эллипсы, начерченные на рис. 4, a :

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{a}{2b} \sqrt{4b^2 - s^2} = \frac{1}{2 \cos j} \sqrt{4R_{in}^2 \cos^2 j - h_{in}^2 \sin^2 j} = \\
 &= \sqrt{R_{in}^2 - (h_{in}/2)^2 \operatorname{tg}^2 j}. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Таким образом, площадь проекции внутреннего пояса диска на картинную плоскость, не экранированная диском центрального источника, может быть вычислена как разность площадей эллипса, являющейся проекцией внутренней щели на картинную плоскость, и

S_{in_zone} :

$$\begin{aligned}
 S_{in_zone} &= ab - S_{in_zone} = \\
 &= ab - 2 \arcsin \frac{x_1}{R_{in}} - 2x_1 s \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x_1^2} = \\
 &= R_{in}^2 \cos j - 2 \arcsin \frac{x_1}{R_{in}} - 2x_1 (h_{in} \sin j - 2 \cos j \sqrt{R_{in}^2 - x_1^2}). \quad (20)
 \end{aligned}$$

ПЛОЩАДИ ПРОЕКЦИЙ ВЗАИМНО ЭКРАНИРОВАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В СИСТЕМЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА С ДИСКОМ

Есть разные варианты взаимного экранирования центрального источника и элементов диска. Рассмотрим ключевые варианты для систем, имеющих центральную щель, и не содержащих её.

Площадь центрального источника, экранированного окружающим его безщелевым диском, наклон которого к наблюдателю находится в пределах $\alpha_1 < j < \alpha_2$. На рис. 4, б показана конфигурация центрального источника при предельном угле $j = \alpha_1$. Увеличение угла наклона ($j > \alpha_1$) ведет к экранированию центрального источника в направлении снизу вверх. В экранированной области границы по координате x сначала увеличиваются, достигая предельного значения $\pm x_*$ при определенном угле α_1 , а затем уменьшаются до нуля при угле α_2 . Удобно разбить искомую площадь (на рис. 4, б она заштрихована) на две части: S_j и S_j' , первая из которой соответствует экраниро-

ванной площади при угле наклона системы до α_1 . Уравнения кривых $y_2(x)$ и $y_1(x)$, которые описывают контуры верхней и нижней частей центрального источника, а также уравнение верхней границы внешнего торца диска ($y_3(x)$ при $j = \alpha_1$), имеют корни $x = \pm r_*$. Составленная из них система уравнений имеет решение

$$\alpha_1 = \arcsin \sqrt{\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}, \quad (21)$$

где $a = h_{in}^2$, $b = 4(R_{out}^2 - R_*^2) - (h_{out} - h_{in})^2 - h_{in}^2$, $c = a - (h_{out} - h_{in})^2$, $c = 4(R_{out}^2 - R_*^2)$. Знак «+» перед квадратными корнями принят в силу того, что искомый угол должен быть положительным и удовлетворять неравенству $\alpha_1 < \alpha_1 < \alpha_2$.

Эти же уравнения были использованы и для вычисления площадей центрального источника в зависимости от угла наклона j на интервале углов (α_1, α_2) :

а) при $\alpha_1 < j < \alpha_2$

$$\begin{aligned} S_j &= 2 \int_0^{r_*} [y_3(x) - y_1(x)] dx = \\ &= r_* (h_{out} - h_{in}) \sin j - 2 \cos j \int_0^{r_*} \sqrt{R_{out}^2 - x^2} dx - \int_0^{r_*} \sqrt{r_*^2 - x^2} dx = \\ &= r_* (h_{out} - h_{in}) \sin j - r_* \sqrt{R_{out}^2 - r_*^2} - R_{out}^2 \arcsin \frac{r_*}{R_{out}} - \frac{r_*^2}{2} \cos j, \quad (22) \end{aligned}$$

б) при $\alpha_1 < j < \alpha_2$

$$\begin{aligned} S_j &= 2 \int_0^{r_*} [y_2(x) - y_3(x)] dx = (2h_{in} - h_{out}) r_* \sin j + \\ &+ 2 \int_0^{r_*} \sqrt{r_*^2 - (h_{in}^2 / 4) \sin^2 j - x^2} dx - 2 \cos j \int_0^{r_*} \sqrt{R_{out}^2 - x^2} dx = \\ &= \frac{5}{2} h_{in} - h_{out} - r_* \sin j - r_*^2 \frac{h_{in}^2}{4} \sin^2 j \arcsin \frac{r_*}{\sqrt{r_*^2 - \frac{h_{in}^2}{4} \sin^2 j}} + \\ &+ r_* \sqrt{R_{out}^2 - r_*^2} - R_{out}^2 \arcsin \frac{r_*}{R_{out}} \cos j. \quad (23) \end{aligned}$$

Площадь центрального источника, экранированного внутренним краем диска. Из рис. 2, з, д и рис. 3, а, б видно, что площадь невидимой части центрального источника из-за экранирования его внутренним краем диска ограничена сверху частью эллипса от внутреннего края диска, снизу — кругом, описывающим центральный источник. Обозначим эту площадь как S_{circ1} . Такая же площадь является частью площади центрального источника, которая возвышается над

нижним краем внутреннего пояса S_{circ_belt1} и экранирует его. В силу симметрии системы эти площади равны: $S_{circ1} = S_{circ_belt1}$. Таким образом, достаточно вычислить одну из этих площадей, чтобы в дальнейшем учесть её во взаимном экранировании внутреннего пояса и центрального источника.

Рассмотрим сначала конфигурацию центрального источника с диском одинаковой толщины. Представим внутреннюю часть рис. 3, а (где видно взаимное экранирование диска и центрального источника) в виде схемы, представленной на рис. 3, в. На этой схеме показана часть центрального источника (имеющая площадь S_{circ_belt1}) которая возвышается над нижним краем внутреннего пояса.

Чтобы вычислить площадь S_{circ_belt1} , необходимо записать уравнения для ее контуров, ограничивающих искомую заштрихованную часть центрального источника. Они могут быть записаны в виде эллипса $y_1(x)$ и сдвинутого круга $y_3(x)$ на величину $s/2$ в положительном направлении оси y . Тогда искомая площадь вычисляется из выражения

$$\begin{aligned}
 S_{circ_belt1} &= \int_0^{x_2} [y_3(x) - y_1(x)] dx = \\
 &= \int_0^{x_2} \left[\frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{R_*^2 - x^2} \right] dx = \\
 &= \frac{b}{a} x_2 \sqrt{a^2 - x_2^2} - a \arcsin \frac{x_2}{a} - \left[x_2 \sqrt{R_*^2 - x_2^2} - R_*^2 \arcsin \frac{x_2}{R_*} \right] = \\
 &= (h_{in} \sin j \sqrt{R_*^2 - x_2^2} - \cos j \sqrt{R_{in}^2 - x_2^2}) x_2 + \\
 &+ R_*^2 \arcsin \frac{x_2}{R_*} - R_{in}^2 \cos j \arcsin \frac{x_2}{R_{in}}, \tag{24}
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 x_2 &= \sqrt{\frac{2 \sqrt{\frac{2}{2} 4} - 1}{2} \frac{b^2}{a^2} \sin^4 j}, \\
 &= 2 \sin^2 j \left(R_*^2 - R_{in}^2 \cos^2 j - 0.25 h_{in}^2 \sin^2 j \right) \frac{h_{in}^2 \sin^2 j}{R_*^2 - b^2 - \frac{s^2}{4}} = \\
 &= (R_*^2 - R_{in}^2 \cos^2 j - 0.25 h_{in}^2 \sin^2 j)^2 \frac{h_{in}^2 R_*^2 \sin^2 j}{s^2 R_*^2} =
 \end{aligned}$$

Площадь внутреннего пояса, экранированного центральным источником в пределах угла наблюдения $\alpha_2 < j < \alpha_3$. Условию наблюдения при предельном угле наблюдения $j = \alpha_3$ соответствует конфигурация, изображенная на рис. 3, а, б. На рис. 3, в изображена конфигурация расположения центрального источника и щели в пределах угла наблюдения $\alpha_2 < j < \alpha_3$. Заштрихованная область соответствует площади внутреннего пояса, экранированного центральным источником. Она ограничена сверху и снизу эллипсами $y_4(x)$ и $y_5(x)$, а по бокам — кругом $y_6(x)$. Тогда из рис. 3, в видно, что искомая площадь внутреннего пояса, экранированного центральным источником, равна

$$\begin{aligned}
 S_{\text{circ_belt}} &= 2 \int_0^{x_2} [y_4(x) - y_5(x)] dx + \int_{x_3}^{x_4} [y_6(x) - y_5(x)] dx \\
 &= 2 \int_0^{x_3} \left[\frac{s}{2} - \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \right] dx + \int_{x_3}^{x_4} \left[\frac{s}{2} - \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \right] dx + \\
 &\quad + 2 \int_{x_3}^{x_4} \left[\sqrt{R_*^2 - x^2} - \frac{s}{2} - \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \right] dx = \\
 &= 2sx_3 - s(x_4 - x_3) - x_4 \sqrt{R_*^2 - x_4^2} + x_3 \sqrt{R_*^2 - x_3^2} + \\
 &\quad + R_*^2 \arcsin \frac{x_4}{R_*} - R_*^2 \arcsin \frac{x_3}{R_*} - \\
 &\quad - \frac{b}{a} x_4 \sqrt{a^2 - x_4^2} + x_3 \sqrt{a^2 - x_3^2} - a^2 \arcsin \frac{x_4}{a} + a^2 \arcsin \frac{x_3}{a} = \\
 &= (x_3 - x_4) h_{in} \sin j - x_4 \sqrt{R_*^2 - x_4^2} + x_3 \sqrt{R_*^2 - x_3^2} + \\
 &\quad + R_*^2 \arcsin \frac{x_4}{R_*} - R_*^2 \arcsin \frac{x_3}{R_*} - \\
 &\quad - \cos j (x_4 \sqrt{R_{in}^2 - x_4^2} - x_3 \sqrt{R_{in}^2 - x_3^2}) - \\
 &\quad - R_{in}^2 \cos j \arcsin \frac{x_4}{R_{in}} + R_{in}^2 \cos j \arcsin \frac{x_3}{R_{in}}, \tag{25}
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 x_3 &= \sqrt{\frac{4}{2} \sqrt{\frac{2}{4} - \frac{4}{1} - \frac{5}{5}}}, \quad x_4 = \sqrt{\frac{4}{2} \sqrt{\left(\frac{4}{4}\right)^2 - \frac{4}{1} - \frac{5}{5}}}, \\
 &\quad \frac{4}{4} - \frac{2}{1} - \frac{b^2}{a^2} - b^2 - R_*^2 - \frac{s^2}{4} - s^2 = \\
 &= 2 \sin^2 j (R_{in}^2 \cos^2 j - R_*^2 - 0.25 h_{in}^2 \sin^2 j) - h_{in}^2 \sin^2 j,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4 \quad 2 \quad 1 \quad \frac{b^2}{a^2} \quad b^2 \quad R_*^2 \quad \frac{s^2}{4} \quad s^2 = \\
 = & 2 \sin^2 j (R_{in}^2 \cos^2 j \quad R_*^2 \quad 0.25 h_{in}^2 \sin^2 j) \quad h_{in}^2 \sin^2 j, \\
 & 5 \quad b^2 \quad R_*^2 \quad \frac{s^2}{4} \quad R_*^2 s^2 = \\
 = & - (R_{in}^2 \cos^2 j \quad R_*^2 \quad 0.25 h_{in}^2 \sin^2 j)^2 \quad h_{in}^2 R_*^2 \sin^2 j, \\
 & 5 \quad b^2 \quad R_*^2 \quad \frac{s^2}{4} \quad R_*^2 s^2 = \\
 = & (R_{in}^2 \cos^2 j \quad R_*^2 \quad 0.25 h_{in}^2 \sin^2 j)^2 \quad h_{in}^2 R_*^2 \sin^2 j.
 \end{aligned}$$

Площадь центрального источника, экранированного внутренним краем щели в пределах угла наблюдения $\alpha_2 < j < \alpha_3$. Для его вычисления воспользуемся снова рис. 4, з. Искомая площадь может быть вычислена из суммы площадей: 1) уже вычисленной в предыдущем подразделе — S_{circ_belt2} ; 2) площади, возвышающейся над контуром дальнего края щели и 3) площади, ограниченной сверху и снизу — контурами эллипсов BB и CC , а по бокам — контурами круга BC и BC . Из рис. 4, з видно, что вторая площадь может быть получена из выражения

$$\begin{aligned}
 S_{circ_1} &= 2 \int_0^{x_3} [y_6(x) - y_4(x)] dx = \\
 &= 2 \int_0^{x_3} \sqrt{R_*^2 - x^2} dx - \int_0^{x_3} \frac{s}{2} \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx = \\
 &= x_3 \sqrt{R_*^2 - x_3^2} - \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x_3^2} - s x_3 + R_*^2 \arcsin \frac{x_3}{R_*} - a b \arcsin \frac{x_3}{a} = \\
 &= x_3 (\sqrt{R_*^2 - x_3^2} \cos j \sqrt{R_{in}^2 - x_3^2} - h_{in} \sin j) + \\
 &+ R_*^2 \arcsin \frac{x_3}{R_*} - R_{in}^2 \cos j \arcsin \frac{x_3}{R_{in}}. \tag{26}
 \end{aligned}$$

Третья составляющая площади, с учетом ее симметрии относительно начала системы координат, равна

$$\begin{aligned}
 S_{circ_2} &= 4 \int_0^{x_4} y_5(x) dx - \int_{x_4}^{R_*} y_6(x) dx = \\
 &= 4 \int_0^{x_4} \frac{s}{2} x_4 \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx - \int_{x_4}^{R_*} \sqrt{R_*^2 - x^2} dx = \\
 &= 2 \frac{b}{a} x_4 \sqrt{a^2 - x_4^2} - 2 a b \arcsin \frac{x_4}{a} - 2 s x_4 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + 2R_*^2 \frac{2x_4 \sqrt{R_*^2 - x_4^2}}{2} - 2R_*^2 \arcsin \frac{x_4}{R_*} = \\
 = & R_*^2 + 2x_4 (\cos j \sqrt{R_{in}^2 - x_4^2} - h_{in} \sin j \sqrt{R_{in}^2 - x_4^2}) + \\
 & + R_{in}^2 \cos j \arcsin \frac{x_4}{R_{in}} - R_*^2 \arcsin \frac{x_4}{R_*}. \quad (27)
 \end{aligned}$$

Площадь центрального источника, экранированного внутренним краем диска в пределах угла наблюдения $j > \alpha_3$. Эта конфигурация показана на рис. 4, д. Искомая площадь может быть вычислена из выражения

$$\begin{aligned}
 S_{circ_3} &= 2 \int_0^{x_5} [y_6(x) - y_4(x)] dx = \\
 &= 2 \int_0^{x_5} \sqrt{R_*^2 - x^2} dx - s x_4 - 2 \frac{b}{a} \int_0^{x_5} \sqrt{a^2 - x^2} dx = \\
 &= x_5 \sqrt{R_*^2 - x_5^2} - \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x_5^2} - s R_* \arcsin \frac{x_5}{R_*} - a b \arcsin \frac{x_5}{a} = \\
 &= x_5 (\sqrt{R_*^2 - x_5^2} - \cos j \sqrt{R_{in}^2 - x_5^2} - h_{in} \sin j) + \\
 &+ R_*^2 \arcsin \frac{x_5}{R_*} - R_{in}^2 \cos j \arcsin \frac{x_5}{R_{in}}. \quad (28)
 \end{aligned}$$

Симметрия рисунка относительно оси Ox позволяет заключить о равенстве значений $x_5 = x_4$ (это видно из сравнения рис. 4, з и д).

Площадь центрального источника, экранированного внешним краем диска в пределах угла наблюдения $\alpha_4 < j < \alpha_5$. Эту ситуацию отражает положение центрального источника относительно диска, изображенное на рис. 2, д. Записав уравнение эллипса, описывающего контур внешнего диска с полуосями $A = R_{out}$ и $B = R_{out} \cos j$, получим выражение для вычисления искомой площади:

$$\begin{aligned}
 S_{circ_4\ 5} &= 2 \int_0^{x_6} [y_6(x) - y_7(x)] dx = \\
 &= 2 \int_0^{x_6} \sqrt{R_*^2 - x^2} dx - \tilde{s} x_5 - 2 \frac{B}{A} \int_0^{x_6} \sqrt{A^2 - x^2} dx = \\
 &= x_6 \sqrt{R_*^2 - x_6^2} - \frac{B}{A} \sqrt{A^2 - x_6^2} - \tilde{s} R_*^2 \arcsin \frac{x_6}{R_*} - A B \arcsin \frac{x_6}{A} = \\
 &= x_6 (\sqrt{R_*^2 - x_6^2} - \cos j \sqrt{R_{out}^2 - x_6^2} - h_{out} \sin j) + \\
 &+ R_*^2 \arcsin \frac{x_6}{R_*} - R_{out}^2 \cos j \arcsin \frac{x_6}{R_{out}}, \quad (29)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{s} &= h_{out} \sin j, \quad x_5 = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{2}{2}} \cdot 4}{2 \cdot 1}}, \\ &= \frac{B^2}{A^2} \sin^4 j, \\ &= 2 \sin^2 j \left(R_*^2 - R_{out}^2 \cos^2 j - 0.25 h_{out}^2 \sin^2 j \right) \frac{B^2}{A^2} \tilde{s}^2 = \\ &= h_{out}^2 \sin^2 j \cos^2 j \left(R_*^2 - R_{out}^2 \cos^2 j - 0.25 h_{out}^2 \sin^2 j \right)^2. \end{aligned}$$

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ В СПЕКТРАХ СУБЗВЕЗД С ОКРУЖАЮЩИМИ ИХ ДИСКАМИ

Приведенные формулы были использованы для моделирования РЭС излучения субзвезд с дисками, наклоненными к наблюдателю под углами в пределах от 0 до 80 с интервалом в 20 . На рис. 5 показаны рассчитанные РЭС излучения системы с возрастом 1 млн лет, удалённой на расстояние 10 пк, с массой субзвезды $0.02M_{\odot}$, окруженной плоским диском без центральной щели (а) и со щелью (б). Влияние щели на профиль РЭС при разных значениях угла наклона j видно на рис. 4, в ($j = 0$) и рис. 4, з ($j = 60$). Внешний радиус такого диска был выбран равным 8 а. е., как функция от массы центрального объекта — M_{ss}/M_{\odot} [1]:

$$R_{out} = 150(M_{ss}/M_{\odot})^{3/4} \text{ (а. е.)}. \quad (30)$$

Внутренняя толщина диска принималась равной $0.04R_{\odot}$, в соответствии с её зависимостью от радиуса центрального источника [9]:

$$h_{in} = 0.1R_*(r/R_*)^{9/8}, \quad (31)$$

где значение радиуса центрального источника было принято равным $R_* = 0.4R_{\odot}$ согласно эволюционной модели субзвезд [3]. Внутренний радиус диска принимался равным $r_* = 0.4R_{\odot}$ (для безщелевой модели) и радиусу сублимации протопланетного вещества (для диска с внутренней щелью), которая возникает в околосубзвездном пространстве при температуре 1500 К — для солнечного элементного состава [8]. Для эффективной температуры фотосферы субзвезды $T_{\text{эф}} = 2320$ К, которую она имеет при выбранных значениях массы, радиуса и возраста (согласно эволюционной модели [3]), радиус сублимации, равный внутреннему радиусу диска, получился равным $R_{in} = 2.13R_* = 0.85R_{\odot}$.

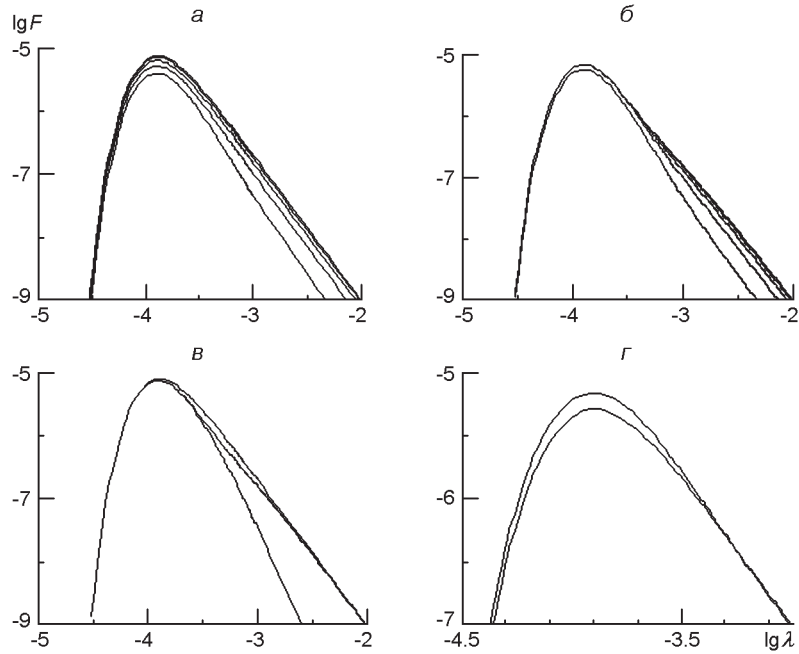


Рис. 5. Модельные РЭС для систем, наклонённых под разными углами (сверху вниз — 0° , 20° , 40° , 60° , 80°) с массой центрального объекта $0.02M_\odot$ для возраста системы 1 млн лет: *a* — не имеющих внутренней щели, *б* — имеющих внутреннюю щель; *в* (кривые сверху вниз) — РЭС для систем с дисками, не имеющими внутренней щели, РЭС для систем с дисками, имеющими внутреннюю щель и чернотельное излучение субзвезды для расположения системы в картинной плоскости; *г* — РЭС систем, наклонённых под углом 60° к наблюдателю, не имеющих (верхняя кривая) и имеющих внутреннюю щель (на длинах волн $\lg \lambda < -4.4$ и $\lg \lambda > -3.7$ потоки от обеих систем неразличимы)

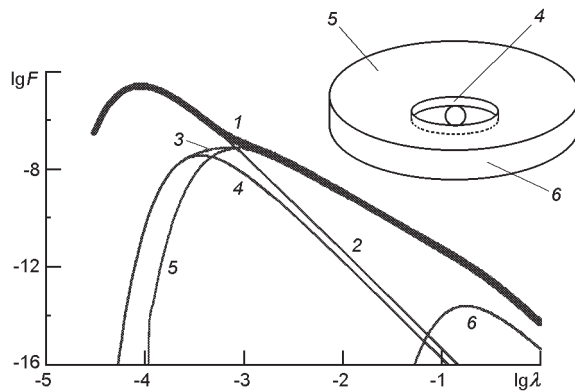


Рис. 6. Спектральное распределение энергии и геометрическая конфигурация для системы в возрасте 15 Мг, включающей субзвезду с массой $0.02M_\odot$ и плоский диск, наклоненный к наблюдателю под углом $j = 40^\circ$. Жирная линия 1 — интегральное распределение, кривая 2 — спектральное распределение субзвезды, 3 — спектральное распределение всех составляющих диска (в том числе 4 — внутреннего пояса, 5 — плоской составляющей, 6 — внешнего пояса)

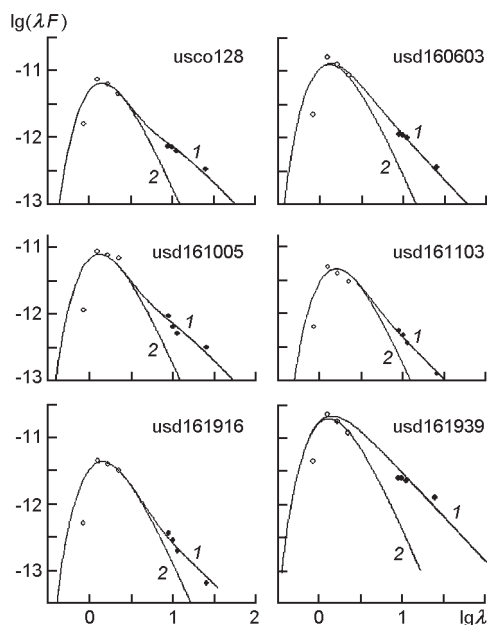


Рис. 7. Наблюдаемые (точки) и модельные РЭС для системы субзвезда + диск (кривая 1) и только субзвезд (2) для шести различных объектов, входящих в состав рассеянного скопления Верхнего Скорпиона. Точки — данные телескопа Спитцера, кружки — наземные наблюдения (см. работу [13])

За основу алгоритма для вычисления РЭС излучения системы с плоским диском была выбрана модель Чанга и Голдрэйча [6], дополненная в данной работе учетом излучения от внутреннего пояса и внешнего торца диска. Пример их вклада в интегральный поток от системы демонстрирует рис. 6. Внешняя толщина диска вычислялась из зависимости его от удалённости от центра системы [9], согласно которой она была принята равной $h_{out} = 2.3$ а. е.

Разработанный алгоритм расчетов РЭС систем с произвольно наклонёнными к наблюдателю дисками позволил сравнить проведенные вычисления с потоками от шести субзвезд (usco128, usd160603, usd161005, usd161103, usd161916, usd161939), у которых был отмечен ИК-избыток в непрерывном спектре излучения [13]. Эти системы входят в состав рассеянного скопления Верхнего Скорпиона (Upper Scorpius), удаленного от Солнца на расстояние 145 пк. По известным значениям потоков в диапазоне 0.85—24 мкм [13] были определены астрофизические параметры для субзвезд и окружающих их дисков. На рис. 7 показаны значения потоков, измеренные по наземным и космическим (обсерватория Спитцера) наблюдениям и результаты аппроксимации по предложенному алгоритму. В таблице приведены значения астрофизических параметров субзвёзд и геометрические параметры дисков, которые были получены в данной работе в результате аппроксимации РЭС.

Как видно из таблицы, вычисленные нами параметры систем отличаются от приведенных в работе [13], в которой для всех систем принимался возраст $t \sim 5$ Мг, внутренний радиус $R_{in} = 6R_{ss}$, внешний радиус $R_{out} = 100$ а. е., угол наклона $j = 20^\circ$.

Астрофизические и геометрические параметры систем, полученные при моделировании РЭС

Объект	M_{ss}/M_{\odot}	R_{ss}/R_{\odot}	$T_{эф},$ К	R_{in}/R_{ss}	$R_{out},$ а. е.	$t,$ Мг	$j,$ град	M_{ss}/M_{\odot} [13]	R_{ss}/R_{\odot} [13]	$T_{эф},$ К [13]
usco128	0.03	0.38	2590	3	11	2	20	0.01	0.3	2600
usd160603	0.04	0.56	2800	1	13	1	70	0.03	0.35	2900
usd161005	0.04	0.36	2770	3	13	3	40	0.04	0.33	2850
usd161103	0.02	0.40	2320	2.5	8	1	60	0.02	0.26	2500
usd161916	0.03	0.32	2540	4	11	3	68	0.03	0.25	2600
usd161939	0.04	0.56	2800	2	13	1	0	0.04	0.5	2750

ВЫВОДЫ

В работе получены формулы для предельных углов α_i , β_i и для широты θ на поверхности центрального источника, ниже которой «прикреплён» к нему безщелевой диск. Выведены формулы, позволяющие вычислять площади проекции центрального источника и составляющих диска в зависимости от ориентации системы к наблюдателю и наличия взаимного экранирования элементами системы.

Полученные формулы для предельных углов и площадей позволяют составить представление о конфигурации наблюдаемых систем, в зависимости от их геометрических параметров и угла наклона диска к наблюдателю и вычислить параметры диска, используя априорную информацию о параметрах центрального источника.

Результаты расчетов были использованы для вычисления телесных углов систем с дисками под разными углами, без и при наличии взаимного экранирования центрального источника и окружающего его плоского тонкого диска со щелью. В качестве показательной системы рассматривалась субзвезда с массой $0.02M_{\odot}$, с диском ($R_{out} = 8$ а. е.), размеры которой задавались по зависимости «масса центрального объекта — радиус диска» [1].

Наблюдательные потоки от шести систем (usco128, usd160603, usd161005, usd161103, usd161916, usd161939), входящих в состав рассеянного скопления Верхнего Скорпиона, были использованы для определения геометрических параметров дисков и астрофизических параметров субзвёзд. Расхождения получившихся параметров систем от данных, приведенных в работе [13], связаны с небольшими отличиями эволюционных параметров субзвезд, а также с учётом закономерностей между их массой и размерами дисков.

1. *Захой В. А.* Проблема существования планетных систем. II. Ожидаемые свойства и первые результаты поиска // *Вісн. астрон. школи.*—2005.—4, № 2.—С. 55—72.

2. *Захожай В. А., Захожай О. В.* Диски вокруг ближайших звезд и субзвезд // Кинематика и физика небес. тел.—2010.—**26**, № 1.—С. 3—30.
3. *Писаренко А. И., Яценко А. А., Захожай В. А.* Модель эволюции субзвездных объектов // Астрон. журн.—2007.—**84**, № 8.—С. 675—684.
4. *Сафронов В. С.* Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. — М.: Наука, 1969.—244 с.
5. *Armitage P. J.* Lecture notes on the formation and early evolution of planetary systems // arXiv:astro-ph/0701485v1 16 Jan 2007
6. *Chiang E. I., Goldreich P.* Spectral energy distributions of T Tauri stars with passive circumstellar disks // *Astrophys. J.*—1997.—**490**.—P. 368—376.
7. *Chiang E. I., Goldreich P.* Spectral energy distributions of passive T Tauri disks: inclination // *Astrophys. J.*—1999.—**519**.—P. 279—284.
8. *Dullemond C. P., Dominik C., Natta A.* Passive irradiated circumstellar disks with an inner hole // *Astrophys. J.*—2001.—**560**.—P. 957—969.
9. *Kenyon S. J., Hartmann L.* Spectral energy distributions of T Tauri stars: disk flaring and limits on accretion // *Astrophys. J.*—1987.—**323**.—P. 714—733.
10. *Liu M. C., Najita J., Tokunaga A. T.* A survey for circumstellar disks around young substellar objects // *Astrophys. J.*—2003.—**585**.—P. L372—L391.
11. *Meyer M. R., Backman D. E., Weinberger A. J., Wyatt M. C.* Evolution of circumstellar disks around normal stars: placing our solar system in context // arXiv:astro-ph/0606399v1 16Jun 2006
12. *Quirrenbach A.* Detection and characterization of extrasolar planets // *Extrasolar Planets of P. Cassen, T. Guillot & A. Quirrenbach / Saas-Fee Advanced Course 31. — Swiss Society for Astrophysics and Astronomy / Eds D. Queloz, S. Udry, M. Mayor, W. Benz. — Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2006.—242 p.*
13. *Scholz A., Jayawardhana R., Wood K., et al.* Evolution of brown dwarf disks: a SPITZER survey in Upper Scorpius // *Astrophys. J.*—2007.—**660**.—P. 1517—1531.
14. *VarniPre P., Bjorkman J. E., Frank A., et al.* Observational properties of protoplanetary disk gaps // *Astrophys. J.*—2006.—**637**.—P. L125—L128.

Поступила в редакцию 24.12.09