

В. А. Меньшиков

## Задача механики разрушения для биматериала с дискообразной межслоевой трещиной под воздействием волны сдвига

(Представлено академиком НАН Украины А. Н. Гузем)

*The paper is devoted to the solution of a fracture mechanics problem for a penny-shaped open crack located at the interface between dissimilar materials under a normally incident shear wave. Stress intensity factors (opening mode, transversal and longitudinal shear modes) are computed, by using the stress and displacement fields obtained in the vicinity of crack's front.*

Пространственная контактная задача о трещине в однородной среде под действием волны сдвига решена в [1]. Работа [2] посвящена решению задачи разрушения для кусочно-однородной плоскости с трещиной на границе разных сред при статическом нагружении. Расчет параметров напряженно-деформированного состояния биматериального тела с круговой межфазной трещиной под действием волны растяжения — сжатия представлен в [3], в [4] вычислены параметры механики разрушения для этой задачи.

Настоящая работа посвящена расчету коэффициентов интенсивности напряжений нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига в биматериальном теле с круговой открытой трещиной в плоскости раздела упругих сред, находящегося под воздействием нормально падающей волны сдвига. Указанные параметры механики разрушения получены на основе численного определения полей напряжений вблизи фронта трещины.

**Постановка задачи.** Рассмотрим линейно-упругое тело, состоящее из двух однородных изотропных полупространств, с постоянными Ламе  $\lambda^{(m)}$ ,  $\mu^{(m)}$  и плотностями  $\rho^{(m)}$  ( $m = 1, 2$ ). Границы тела состоят из бесконечного участка, являющегося плоскостью сцепления  $x_3 = 0$  в декартовой системе координат  $Ox_1x_2x_3$ , и конечных участков, представляющих собой поверхности берегов трещины. Трещина имеет вид дискообразной полости, где противоположные берега переходят один в другой на фронте без угловых точек и точек возврата. Диаметр сечения такой трещины представляет собой эллиптический разрез с малым, но конечным радиусом кривизны в вершинах большой оси. Фронт трещины неподвижен и описывается окружностью на поверхности раздела сред.

В составном теле распространяется поляризованная в плоскости  $x_2 = 0$  гармоническая волна сдвига с круговой частотой  $\omega = 2\pi/T$ . Направление ее распространения перпендикулярно плоскости сцепления материалов  $x_3 = 0$ . Полагаем, что в процессе нагружения деформации берегов не превышают начального раскрытия трещины и не приводят к их соприкосновению.

**Метод решения.** Согласно [5, 6], локальное разрушение определяется критериями вида

$$f(K_I, K_{II}, K_{III}) = 0, \quad (1)$$

где  $f$  — некоторая функция, определяемая экспериментально;  $K_i$  — коэффициенты интенсивности напряжений нормального отрыва, поперечного сдвига и продольного сдвига (КИН первой, второй и третьей моды).

Для коэффициентов интенсивности напряжений при динамическом нагружении используем выражения из [6]

$$K_i = \max_t \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{ij}(r, t), \quad t \in [0, T]. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_{ij}$  — компоненты напряжения на поверхности сцепления сред у фронта трещины;  $r$  — расстояние от фронта трещины до точки, где найдено напряжение;  $t$  — время;  $T$  — период нагружения.

Согласно [6], соотношения (2) являются корректными при выполнении условий

$$1 \gg \frac{r}{R} \gg e^{-1/\beta}, \quad \frac{2\pi c}{\omega} > R, \quad (3)$$

где  $R$  — характерный размер трещины (в нашем случае это радиус);  $\beta$  — биупругая постоянная материалов

$$\beta = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\mu^{(1)} + \mu^{(2)} \chi^{(1)}}{\mu^{(2)} + \mu^{(1)} \chi^{(2)}}, \quad \chi^{(m)} = \frac{\lambda^{(m)} + 3\mu^{(m)}}{\lambda^{(m)} + \mu^{(m)}};$$

$c$  — скорость распространения волны.

Итак, для вычисления параметров механики разрушения (2), которые использованы в критерии (1), необходимо найти компоненты напряжений на сцепленных поверхностях у фронта трещины.

В [3, 4] показано, что параметры напряженно-деформированного состояния биматериального тела с трещиной на границе раздела сред в условиях гармонического нагружения находятся из решения системы граничных интегральных уравнений относительно компонент комплексных амплитуд перемещений и усилий с заданными усилиями на берегах трещины. В системе граничных уравнений неизвестными являются компоненты перемещений на берегах трещины, а также перемещений и поверхностных сил на поверхности сцепления. Задача решается численно прямым методом граничных элементов.

**Результаты расчетов.** Расчеты выполнены для круговой трещины радиусом  $R$  в плоскости соединения материалов сталь — алюминий. Материалы характеризуются следующими параметрами: для стали — модуль упругости  $E = 207$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,288$ , плотность  $\rho = 7860$  кг/м<sup>3</sup>; для алюминия — модуль упругости  $E = 70$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,347$ , плотность  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>. Биупругая постоянная пары сталь — алюминий  $\beta = 0,0305$ .

Поверхности берегов трещины и плоскость сцепления материалов аппроксимированы двумерными граничными элементами, которые сгущались при подходе к фронту как со стороны трещины, так и извне. Минимальный размер элементов в направлении радиуса окружности, примыкающих непосредственно к вершине трещины с двух сторон, составлял  $r/R = 0,002$ . В пределах граничного элемента параметры задачи полагались неизменными.

Нагрузка на берегах трещины задавалась по закону плоской гармонической волны сдвига с приведенным волновым числом  $k_2 R = \omega R/c_2$ , меняющимся в интервале  $[0, 3]$  (здесь  $c_2$  — скорость поперечных волн в алюминии).

Подчеркнем, что численное решение рассматриваемой задачи будет, согласно (3), корректным для выбранного биматериала при изменении частоты нагружения в обозначенном интервале и при триангуляции граничных поверхностей, позволяющих получить параметры напряженно-деформированного состояния на расстоянии  $r/R = 0,002$  от фронта трещины.

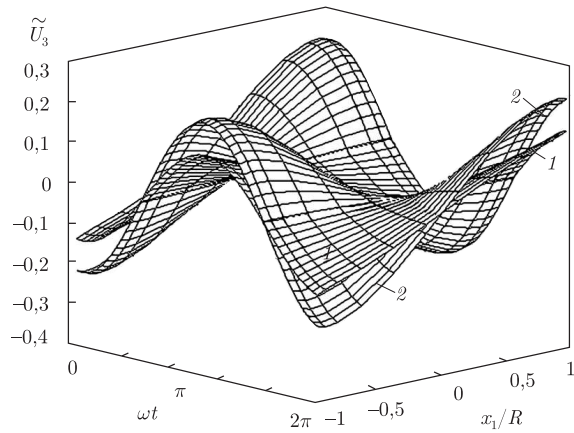


Рис. 1

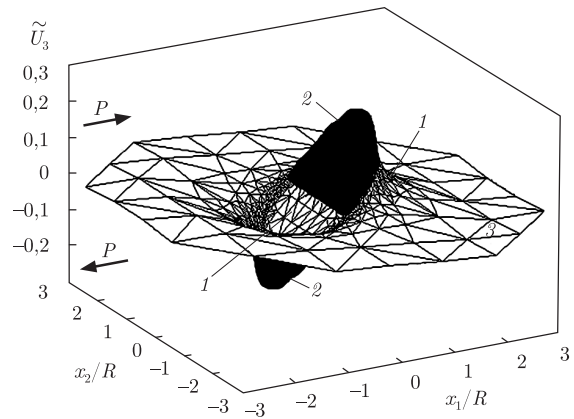


Рис. 2

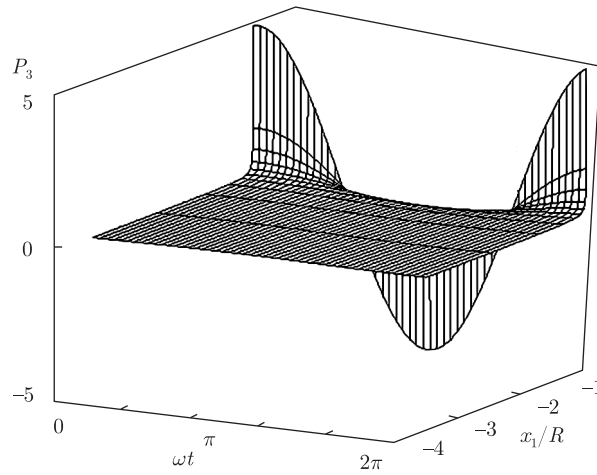


Рис. 3

Характерными чертами решения рассматриваемой задачи являются: разная амплитуда колебаний верхнего и нижнего берегов трещины, наличие нормальных смещений противоположных берегов и нормальных усилий на сцепленных поверхностях разнородных материалов у фронта трещины. Все перечисленное принципиально отличает ее от решения аналогичной задачи для однородного материала [1]. На рис. 1–3 представлены распределения характерных параметров напряженно-деформированного состояния биматериала вблизи межфазной трещины при  $k_2R = 1,0$ .

Рис. 1 иллюстрирует распределение нормальных компонент перемещений противоположных берегов круговой трещины (1 — сталь, 2 — алюминий) в течение периода нагружения на диаметральной плоскости, в которой действует нагрузка (вдоль оси  $Ox_1$ ), где  $\tilde{U}_3 = u_3 E \pi / (4(1 - \nu^2) p R)$  — относительные нормальные компоненты смещений берегов ( $E, \nu$  — механические параметры алюминия;  $p$  — максимальное в течение периода нагружения усилие на берегах).

На рис. 2 представлены нормальные компоненты перемещений поверхностей берегов круговой трещины (1 — сталь, 2 — алюминий) и поверхности сцепления (3) в один из моментов нагружения  $\omega t = 0$  или  $\omega t = 2\pi$ .

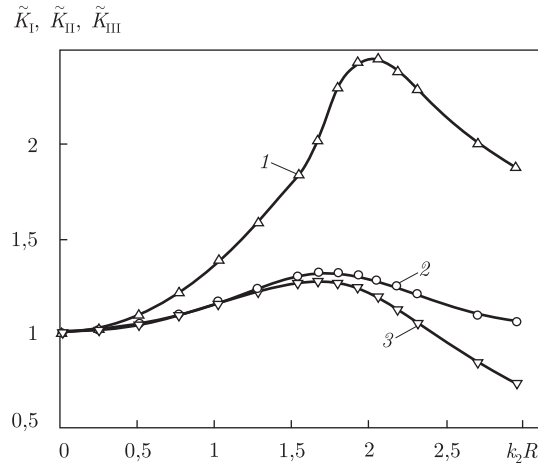


Рис. 4

На рис. 1, 2 видно, что в моменты нагружения  $\omega t = 0, \omega t = 2\pi$  на интервале  $x_1/R \in [-1, 0]$  верхний и нижний берега смещаются в направлении нижнего полупространства с увеличением зазора между берегами, а на интервале  $x_1/R \in [0, 1]$  — в сторону верхнего полупространства с уменьшением зазора. При смене направления сдвигающих усилий (момент  $\omega t = \pi$ ) положение берегов меняется на противоположное.

Таким образом, в рассматриваемой задаче верхняя и нижняя поверхности берегов имеют одинаправленные нормальные смещения, в отличие от процесса нагружения волной растяжения — сжатия [3]. Поскольку в постановке задачи сделано предположение о наличии предварительного раскрытия трещины большего, нежели относительное нормальное смещение противоположных берегов, то нет необходимости учитывать их взаимодействие на этапе сближения.

Распределение нормальных компонент усилий, возникающих на поверхности сцепления, в течение периода нагружения на продолжении диаметрального сечения трещины вдоль действия сдвига представлены на рис. 3. Видно, что в течение всего периода нагружения распределение имеет монотонный характер вдоль пространственной координаты, максимальные значения компонент усилий достигаются у фронта трещины, на малом удалении от трещины компоненты усилий стремятся к нулю.

Подобный характер имеют нормальные и тангенциальные усилия вблизи линии фронта во всем диапазоне изменения частоты нагружения.

Итак, используя найденные компоненты усилий вблизи фронта круговой трещины для рассматриваемой пары материалов при изменяющейся частоте нагружения, вычислим по соотношениям (2) величины коэффициентов интенсивности напряжений.

На рис. 4 представлены распределения относительных динамических КИН

$$\tilde{K}_I = \frac{K_I}{K_I^{\text{stat}}}, \quad \tilde{K}_{II} = \frac{K_{II}}{K_{II}^{\text{stat}}}, \quad \tilde{K}_{III} = \frac{K_{III}}{K_{III}^{\text{stat}}}$$

(1 — нормального отрыва, 2 — поперечного сдвига, 3 — продольного сдвига) в зависимости от параметра  $k_2 R$  для пары сталь — алюминий. Здесь  $K_I^{\text{stat}}, K_{II}^{\text{stat}}, K_{III}^{\text{stat}}$  — КИН первой, второй и третьей моды при статическом нагружении. Они рассчитывались по изложенной выше методике при частоте нагружения, равной нулю.

Анализ представленных на рис. 4 параметров показывает, что: распределениям значений относительных коэффициентов интенсивности напряжений первой, второй и третьей моды в зависимости от частоты нагружения присущи выраженные максимумы; максимальные значения  $\tilde{K}_{II}$ ,  $\tilde{K}_{III}$  отличаются незначительно и достигаются при близких частотах нагружения; величина максимального значения  $\tilde{K}_I$  существенно превышает соответствующие значения  $\tilde{K}_{II}$ ,  $\tilde{K}_{III}$  и достигается при больших частотах нагружения.

Таким образом, напряженно-деформированное состояние составного тела с трещиной в границе раздела сред при нагружении волной сдвига существенно отличается от состояния однородного материала с трещиной. Для рассматриваемой задачи характерно появление нормальных усилий на сцепленных поверхностях у фронта и нормальных компонент смещений нижней и верхней поверхностей трещины.

На основе расчета напряженно-деформированного состояния в окрестности трещины между разными упругими материалами при нагружении волной сдвига вычислены коэффициенты интенсивности напряжений нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига. Показано, что влияние динамического нагружения в большей степени сказывается на величине коэффициента интенсивности напряжений первой моды.

1. *Guz A. N., Zozulya V. V., Menshikov A. V.* General spatial dynamic problem for an elliptic crack under the action of a normal shear wave, with consideration for the contact interaction of the crack faces // *Int. Appl. Mech.* – 2004. – **40**, No 2. – P. 156–159.
2. *Kaminskii A. A., Kipnis L. A., Dudik M. V.* On the direction of development of a thin fracture process zone at the tip of an interfacial crack between dissimilar media // *Ibid.* – 2006. – **42**, No 2. – P. 136–144.
3. *Men'shikov V. A., Men'shikov A. V., Guz I. A.* Interfacial crack between elastic half-spaces under harmonic loading // *Ibid.* – 2007. – **43**, No 8. – P. 865–873.
4. *Меньшиков В. А.* Задача механики разрушения для биматериала с круговой межфазной трещиной под воздействием волны растяжения-сжатия // *Доп. НАН України.* – 2007. – № 11. – С. 71–75.
5. *Черепанов Г. П.* Механика разрушения композитных материалов. – Москва: Наука, 1983. – 296 с.
6. *Черепанов Г. П.* Механика хрупкого разрушения. – Москва: Наука, 1974. – 640 с.

*Институт механики им. С. П. Тимошенко  
НАН Украины, Киев*

*Поступило в редакцию 01.07.2008*