

УДК 523.947-337:520.88:528.236

**Н. И. Пишкало**

Астрономическая обсерватория  
Киевского национального университета имени Тараса Шевченко  
04053 Киев-53, ул. Обсерваторная 3  
e-mail: pish@observ.univ.kiev.ua

**Расчет магнитного поля в солнечной короне во время  
полного солнечного затмения 1 августа 2008 г.  
в потенциальном приближении**

*Произведен расчёт магнитного поля в солнечной короне во время полного солнечного затмения 1 августа 2008 г. с использованием модели потенциальное поле — поверхность источника в классическом и радиальном приближениях. Кратко изложены потенциальная модель расчета магнитного поля в короне на основании разложения поля в ряд по сферическим функциям и методика визуализации силовых линий магнитного поля. Для нахождения гармонических коэффициентов использованы наблюдения фотосферных магнитных полей в Солнечной обсерватории имени Джона Вилкокса. Построены карты коронального магнитного поля на поверхности источника солнечного ветра и конфигурации силовых линий магнитного поля в короне. Полученные результаты сравниваются с наблюдаемой во время затмения структурой короны.*

*РОЗРАХУНОК МАГНІТНОГО ПОЛЯ В СОНЯЧНІЙ КОРОНІ ПІД ЧАС ПОВНОГО СОНЯЧНОГО ЗАТЕМНЕННЯ 1 СЕРПНЯ 2008 р. У ПОТЕНЦІАЛЬНОМУ НАБЛИЖЕННІ, Пішкало М. І. — Проведено розрахунок магнітного поля у сонячній короні під час повного сонячного затемнення 1 серпня 2008 р. з використанням моделі потенціального поля — поверхня джерела в класичному і радіальному наближеннях. Коротко описані потенціальна модель розрахунку магнітного поля в короні на основі розкладу поля в ряд за сферичними функціями і методика візуалізації силових ліній магнітного поля. Для знаходження гармонічних коефіцієнтів використано спостереження фотосферних магнітних полів у Сонячній обсерваторії імені Джона Вількокса. Побудовано карти коронального магнітного поля на по-*

*верхні джерела сонячного вітру та конфігурації силових ліній магнітного поля в короні. Отримані результати порівнюються із спостереженою під час затемнення структурою корони.*

*CALCULATION OF MAGNETIC FIELDS IN THE SOLAR CORONA DURING THE TOTAL SOLAR ECLIPSE ON 1 AUGUST 2008 IN THE POTENTIAL APPROACH, by Pishkalo M. I. — A calculation of the magnetic field in the solar corona during the total solar eclipse on 1 August 2008 was performed using a PFSS model in classic and radial approach. The potential model for calculation of the magnetic field in the solar corona on the basis of field expansion using spherical functions and the procedure for visualization of magnetic lines of force are shortly described. Some observations of photospheric magnetic fields made at the WSO were used to find harmonic coefficients. Maps of coronal magnetic field at the source surface were constructed and configurations of magnetic field lines in the solar corona were drawn. The obtained results were compared with the coronal structure observed during the eclipse.*

## **ВВЕДЕНИЕ**

Наблюдаемая структура солнечной короны связана с крупномасштабными и локальными магнитными полями в солнечной атмосфере. В настоящее время непосредственно в короне напряженность магнитного поля не измеряется прямыми методами. Имеются только сравнительно редкие оценки величины или градиента магнитного поля в некоторых корональных образованиях, полученные при определенных упрощающих предположениях о механизме и геометрии областей излучения (см., например, [1, 12, 13]). В то же время отсутствие данных о магнитном поле в короне можно определенным образом компенсировать путем расчета параметров магнитного поля в короне на основании известных измерений магнитных полей на уровне фотосферы, поскольку как структура, так и величина магнитного поля в короне в значительной степени определяются условиями в фотосфере.

Впервые методика расчета магнитного поля в солнечной короне в потенциальном приближении на основании наблюдаемых на обсерватории Маунт Вилсон магнитных полей в фотосфере была разработана независимо и почти одновременно в работах [11] и [22]. В работе [22] решение находилось через функции Грина, в работе [11] — в виде разложения по сферическим функциям с использованием полиномов Лежандра, при этом гармонические коэффициенты находились методом наименьших квадратов. В дальнейшем методика, предложенная в работе [11], получила широкое признание и применение и была развита во многих работах. В частности, в работе [10] разработан метод ортогональности для нахождения гармонических коэффициентов; этот метод был развит далее Хоексемой и использован при расчете и

составлении известных каталогов [14, 15]. Харшиладзе и Иванов [9] обобщили метод наименьших квадратов для случая произвольной точки наблюдения на видимом диске Солнца. Г. В. Руденко [8, 20] разработал метод рекуррентного интегрирования, позволяющий более эффективно находить коэффициенты высоких гармоник (вплоть до  $N = 200$ ). Результаты расчетов Хоексемы с использованием регулярных магнитографических данных Солнечной обсерватории имени Джона Вилкокса (далее — WSO) и расчетов Руденко (используются магнитографические данные обсерватории Китт-Пик) можно найти соответственно на сайтах <http://wso.stanford.edu> и <http://bdm.iszf.irk.ru>.

Потенциальная модель давно и довольно широко используется для расчета магнитного поля в короне и сравнения его с наблюдаемой структурой короны и с параметрами межпланетного пространства и солнечного ветра [2, 4, 5, 25—29]. Чаще всего в качестве магнитографических фотосферных данных служат данные WSO, а радиус поверхности источника солнечного ветра принимается равным  $2.5R_{\odot}$ . Иногда при расчетах вводятся корректирующие добавки в наблюдаемые значения фотосферных полей, связанные как с насыщением сигнала магнитографа, что приводит к недооценке наблюдаемого значения поля примерно в 1.8 раза, так и с невозможностью точно измерить поля в приполярных областях из-за большой апертуры инструмента [14, 15]. Свальгаард с сотрудниками [24], анализируя наблюдаемые в WSO полярные магнитные поля, показали, что зависимость сигнала от положения наблюдаемой точки на диске соответствует случаю чисто радиального на большом протяжении магнитного поля, и пришли к выводу о необходимости введения корректирующей добавки, пропорциональной  $\cos^8$ . Ванг и Шили [27] пришли к заключению о том, что при расчетах предпочтение следует отдавать радиальному приближению, не требующему введения поправки полярного поля, пропорциональной  $\cos^8$ . Руденко [21] делает вывод о значительной нерадиальности магнитных полей в области измерения и о том, что классическая интерпретация для экстраполяции фотосферных магнитных полей в корону является предпочтительной. Обридо и др. [4] считают, что для большинства задач, в частности для задач о циклической эволюции крупномасштабных магнитных полей на Солнце, оба приближения (и классическое, и радиальное) одинаково применимы. Отметим, что магнитографические фотосферные данные со спутников SOHO и STEREO также применяются для расчета магнитных полей в короне в потенциальном приближении.

Для расчета магнитного поля в солнечной короне и внутренней гелиосфере также применяются самосогласованные схемы, основанные на численном решении уравнений магнитной гидродинамики и переноса энергии [16—18]. В целом результаты МГД-моделирования хорошо согласуются с результатами расчетов в рамках потенциальной модели [16, 19].

В данной работе произведен расчет магнитного поля в солнечной короне во время полного солнечного затмения 1 августа 2008 г. в потенциальном приближении и проведено сравнение рассчитанных параметров магнитного поля со структурой короны, наблюдавшейся во время затмения.

### НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Полное солнечное затмение 1 августа 2008 г. произошло вблизи затянувшегося минимума солнечной активности между 23-м и 24-м циклами [6]. Солнечная корона 1 августа 2008 г. является короной околominiмального типа. В её структуре выделяются хорошо развитые северная и южная полярные лучевые системы протяженностью соответственно около 40 и 70 над полярными корональными дырами и несколько лучей разной яркости на средних и нижних гелиоширотах. На рис. 1 представлен структурный рисунок короны с нанесенным пунктирной линией кружком на расстоянии  $2.5R_{\odot}$ . Более детальное описание структуры короны 1 августа 2008 г. и её сравнение с другими коронами дано в работе [7].

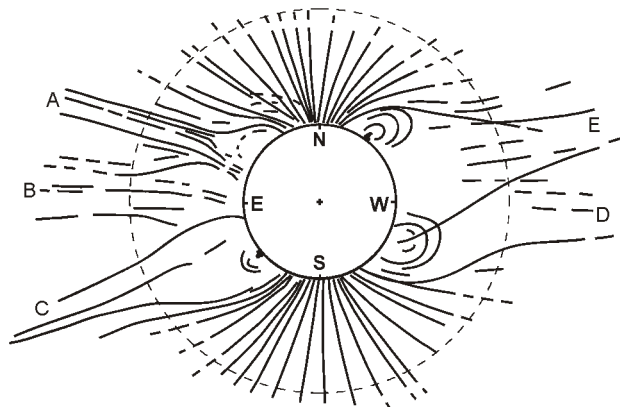


Рис. 1. Наблюдаемая структура солнечной короны во время полного солнечного затмения 1 августа 2008 г. Пунктирная круговая линия соответствует расстоянию  $2.5R_{\odot}$

В настоящей работе при расчете гармонических коэффициентов для нахождения магнитного поля в короне использованы измерения фотосферных магнитных полей в WSO. Измерения продольной составляющей магнитного поля с пространственным разрешением около 3 проводятся на солнечном магнитографе типа Бэбкока в линии Fe I 525.02 нм путем двумерного сканирования вдоль линии восток — запад. Из измеренных значений затем для каждого кэррингтоновского оборота формируется карта напряженности магнитного поля в виде сетки из 30 точек по широте приблизительно в пределах 70 гелиошироты, расположенных равномерно через одинаковый интервал синуса широты, и 72 точек по долготе, равномерно расположенных через 5 долготы.

**СИСТЕМЫ КООРДИНАТ**

Пусть  $(r, \theta, \phi)$  — правая сферическая гелиоцентрическая система координат ( $r$  — гелиоцентрическое расстояние,  $\theta$  — коширота,  $\phi$  — долгота), совпадающая при  $r = R_{\odot}$  с кэррингтоновской гелиографической системой координат. Ей соответствует правая прямоугольная гелиоцентрическая система координат  $(x, y, z)$ , ось  $Oz$  которой совпадает с осью вращения Солнца, а ось  $Ox$  расположена в плоскости нулевого меридиана системы координат  $(r, \theta, \phi)$ .

Пусть  $(x', y', z')$  — правая прямоугольная гелиоцентрическая система координат, ось  $Ox'$  которой направлена на наблюдателя на Земле (размерами Земли пренебрегаем), а ось  $Oz'$  расположена в плоскости центрального меридиана Солнца. Вследствие наклона плоскости эклиптики к плоскости солнечного экватора на угол около  $7.25^\circ$  и вращения Солнца системы координат  $(x, y, z)$  и  $(x', y', z')$  могут совпадать только два раза в год, когда  $B_0 = 0$  и  $L_0 = 0$  (здесь  $B_0$  — гелиоширота, а  $L_0$  — кэррингтоновская долгота центра видимого солнечного диска). Переход от системы координат  $(r, \theta, \phi)$  к системе координат  $(x', y', z')$  осуществляется путем перехода от сферических координат  $r, \theta, \phi$  к прямоугольным координатам  $x, y, z$  по формулам

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \phi, \\ y &= r \sin \theta \sin \phi, \\ z &= r \cos \theta \end{aligned} \tag{1}$$

с последующим поворотом вокруг оси  $Oz$  на угол  $L_0$  и вокруг оси  $Oy$  на угол  $B_0$ , что равнозначно умножению соответственно на матрицы поворота

$$\begin{pmatrix} \cos L_0 & \sin L_0 & 0 \\ \sin L_0 & \cos L_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

и

$$\begin{pmatrix} \cos B_0 & 0 & \sin B_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin B_0 & 0 & \cos B_0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

Пусть далее имеем некоторую точку на видимом солнечном диске с координатами  $r = R_{\odot}$ ,  $\theta = \theta_0$ , расположенную на расстоянии  $\phi = \phi_0 - L_0$  от центрального меридиана, и пусть вектор индукции магнитного поля в этой точке составляет  $\mathbf{B}$ . Компоненты  $B_r, B_\theta, B_\phi$  вектора  $\mathbf{B}$  в системе координат  $(r, \theta, \phi)$  связаны с компонентами  $B_{x'}, B_{y'}, B_{z'}$  в системе координат  $(x', y', z')$  соотношениями

$$\begin{aligned}
 B_{xl} &= B_r (\cos B_0 \sin \cos \quad \sin B_0 \cos ) + \\
 &+ B (\cos B_0 \cos \cos \quad \sin B_0 \sin ) B \cos B_0 \sin , \\
 B_{yl} &= B_r \sin \sin \quad B \cos \sin \quad B \cos , \\
 B_{zl} &= B_r (\cos B_0 \cos \quad \sin B_0 \sin \cos ) \\
 &B (\sin B_0 \cos \cos \quad \cos B_0 \sin ) B \sin B_0 \sin .
 \end{aligned}$$

Эти формулы нетрудно получить путем последовательного умножения вектора-столбца  $(B_r, B, B)^T$  на матрицу перехода от базиса сферической системы координат к базису прямоугольной системы координат, которая имеет вид

$$\begin{pmatrix}
 \sin \cos & \cos \cos & \sin \\
 \sin \sin & \cos \sin & \cos \\
 \cos & \sin & 0
 \end{pmatrix},$$

и далее на матрицу (2) поворота на угол  $L_0$  и на матрицу (3) поворота на угол  $B_0$ .

Составляющая  $B_{xl}$  является параллельной лучу зрения, а компоненты  $B_{yl}$  и  $B_{zl}$  перпендикулярны к лучу зрения. Таким образом, в общем случае измеряемое на уровне фотосферы при помощи магнитографа значение магнитного поля  $B_l$  связано с компонентами  $B_r, B, B$  выражением

$$\begin{aligned}
 B_l(R, \quad ) &= B_r(R, \quad ) (\cos B_0 \sin \cos( \quad L_0) \sin B_0 \cos ) \\
 &+ B (R, \quad ) (\cos B_0 \cos \cos( \quad L_0) \sin B_0 \sin ) \\
 &+ B (R, \quad ) \cos B_0 \sin( \quad L_0). \tag{4}
 \end{aligned}$$

Если наблюдения проводятся в центральном меридиане ( $\quad = 0$ ), то

$$\begin{aligned}
 B_l(R, \quad ) &= B_r(R, \quad ) (\cos B_0 \sin \quad \sin B_0 \cos ) \\
 &+ B (R, \quad ) (\cos B_0 \cos \quad \sin B_0 \sin ). \tag{5}
 \end{aligned}$$

Если, кроме того, также  $B_0 = 0$ , то

$$B_l(R, \quad ) = B_r(R, \quad ) \sin \quad + B (R, \quad ) \cos . \tag{6}$$

Если предположить, что наблюдения проводятся в центральном меридиане, и в области измерения в фотосфере магнитное поле является чисто радиальным, то получим соотношение

$$B_l(R, \quad ) = B_r(R, \quad ) (\cos B_0 \sin \quad \sin B_0 \cos ). \tag{7}$$

Отсюда при  $B_0 = 0$  имеем

$$\begin{aligned}
 B_l(R, \quad ) &= B_r(R, \quad ) \sin , \\
 B_r(R, \quad ) &= B_l(R, \quad ) (\sin )^{-1} = B_l \operatorname{cosec} . \tag{8}
 \end{aligned}$$

**МОДЕЛЬ ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ПОЛЕ — ПОВЕРХНОСТЬ ИСТОЧНИКА**

Как известно, в общем случае магнитное поле в солнечной атмосфере удовлетворяет уравнениям Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\mathbf{E}}{t} - \frac{4}{c} \mathbf{j}. \end{aligned} \quad (9)$$

Первое из этих уравнений свидетельствует о том, что в природе магнитных зарядов не существует, второе — что магнитное поле создается вследствие изменения электрического поля или движения электрических зарядов. Если пренебречь электрическими токами над поверхностью ( $\mathbf{j} = 0$ ) и считать электрическое поле квазистационарным ( $\mathbf{E} / t = 0$ ), решение системы уравнений (9) сводится к решению уравнения Лапласа с заданными граничными условиями

$$\Delta \varphi = 0,$$

где функция  $\varphi$  (скалярный магнитный потенциал) должна удовлетворять граничным условиям на нижней и верхней поверхности. В качестве верхней граничной поверхности служит так называемая поверхность источника солнечного ветра, где магнитное поле становится чисто радиальным, в качестве нижней граничной поверхности — фотосфера с наблюдаемыми на ней магнитными полями. Именно вследствие предположения о потенциальности магнитного поля в области от фотосферы до поверхности источника модель и называется потенциальной (или моделью «потенциальное поле — поверхность источника»). Следует отметить, что потенциальность магнитного поля является некоторым приближением, которое никогда полностью не выполняется вследствие того, что движущаяся плазма и электрические токи в солнечной атмосфере в той или иной мере есть всегда.

Решение уравнения Лапласа в сферических координатах между фотосферой Солнца ( $r = R$ ) и поверхностью источника ( $r = R_s$ ) можно представить в виде разложения в ряд по сферическим функциям:

$$\begin{aligned} \varphi(r, \theta, \varphi) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n f(n, r) Y_n^m(\theta, \varphi) = \\ &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n f(n, r) P_n^m(\cos \theta) (g_n^m \cos m \varphi + h_n^m \sin m \varphi), \end{aligned}$$

где  $f(n, r)$  — функция потенциала,  $g_n^m$  и  $h_n^m$  — гармонические коэффициенты, которые определяют мощность и ориентацию мультиполей,  $P_n^m(\cos \theta)$  — нормированные присоединенные полиномы Лежандра.

Если функция  $\varphi(r, \theta, \varphi)$ , являющаяся потенциалом магнитного поля в сферическом слое между фотосферой и поверхностью источника с радиусом  $R_s$ , известна, то компоненты вектора магнитного поля определяются из условия  $\mathbf{B} = -\operatorname{grad} \varphi$ , то есть из уравнений

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial}{\partial r} f(n, r)) =$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) (g_n^m \cos m \theta - h_n^m \sin m \theta) \frac{d}{dr} f(n, r),$$

$$B_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r^2 \frac{\partial}{\partial \theta} f(n, r)) =$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \frac{f(n, r)}{r} (g_n^m \cos m \theta - h_n^m \sin m \theta) \frac{d}{d\theta} P_n^m(\cos \theta),$$

$$B_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (r^2 \frac{\partial}{\partial \varphi} f(n, r)) =$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \frac{f(n, r)}{r} P_n^m(\cos \theta) m (g_n^m \sin m \theta - h_n^m \cos m \theta).$$

Следует отметить, что поскольку компоненты вектора магнитного поля получаются дифференцированием скалярного потенциала  $(r, \theta, \varphi)$ , то разные потенциалы, различающиеся на некоторую постоянную величину (и разные  $f(n, r)$ ), могут давать одно и то же магнитное поле.

Нами использовано представление функции  $f(n, r)$  в виде

$$f(n, r) = R \frac{R^{n-1}}{r} \frac{R^{n-1}}{R_s} \frac{r^n}{R_s} = R \frac{R^{n-1}}{r} c_n \frac{R_s}{R} \frac{r^n}{R_s} =$$

$$r \frac{R^{n-2}}{r} c_n \frac{r^{n-1}}{R_s} = r \frac{R^{n-2}}{r} \frac{R_s^{2n-1} r^{2n-1}}{R_s^{2n-1}}$$

$$R \frac{R^{n-1}}{r} \frac{R_s^{2n-1} r^{2n-1}}{R_s^{2n-1}},$$

$$c_n = \frac{R^{n-2}}{R_s}.$$

Такое же представление  $f(n, r)$  использовано в работах [9, 14, 15]. При данной функции  $f(n, r)$  компоненты вектора магнитного поля в сферической системе координат в любой точке пространства от фото-сферы до поверхности источника можно рассчитать по формулам

$$B_r = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) (g_n^m \cos m \theta - h_n^m \sin m \theta)$$

$$(n-1) \frac{R^{n-2}}{r} - n \frac{r^{n-1}}{R_s} \frac{R^{n-2}}{R_s},$$



$$B = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m \quad h_n^m \sin m) \frac{d}{d} P_n^m(\cos \theta) \frac{R^{n-2}}{r} \frac{r^{n-1}}{R_s} \frac{R^{n-2}}{R_s},$$

$$B = \frac{1}{\sin \theta} \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) m (g_n^m \sin m \quad h_n^m \cos m) \frac{R^{n-2}}{r} \frac{r^{n-1}}{R_s} \frac{R^{n-2}}{R_s}. \quad (10)$$

### НАХОЖДЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Для нахождения гармонических коэффициентов  $g_n^m$  и  $h_n^m$  необходимо иметь сеть измерений магнитного поля в фотосфере, равномерно покрывающую всю сферу. В настоящее время это возможно только путем сведения магнитографических измерений за разные дни в пределах одного солнечного оборота. Поэтому получаемые результаты имеют в определенной степени усредненный характер, так как не учитывают в полной мере эволюцию со временем магнитного поля в фотосфере на протяжении солнечного оборота и дифференциальное вращение Солнца. Одномоментный (мгновенный) расчет поля в короне будет возможен лишь при одновременной работе не менее трех равномерно удаленных вдоль орбиты Земли одностипных магнитографов с достаточно высокой пространственной разрешающей способностью.

Пусть  $D_{ij} = D(\theta_i, \theta_j)$  — наблюдаемые значения продольной составляющей магнитного поля в точке фотосферы с координатами  $(\theta_i, \theta_j)$ . Модельные значения составной вектора магнитного поля вдоль луча зрения  $B_l(\theta_i, \theta_j)$  описываются выражениями (4)—(8). Из условия равенства значений  $D(\theta_i, \theta_j)$  и  $B_l(\theta_i, \theta_j)$  можно найти значения  $g_n^m$  и  $h_n^m$ . Если при этом использованы выражения (5) или (6), говорят о классическом потенциальном приближении, если выражения (7) или (8) — о радиальном потенциальном приближении. Случай, когда при нахождении гармонических коэффициентов используются соотношение (4) и наблюдения в различных точках видимого диска, можно назвать потенциальным  $B_d$ -приближением или потенциальным классическим приближением полного диска.

Кратко суть метода наименьших квадратов, использованного в данной работе для нахождения гармонических коэффициентов, состоит в следующем. Подставив выражения (10) в уравнение (5) и проведя несложные математические преобразования, получим выражение для

модельного значения составляющей вектора магнитного поля вдоль луча зрения в виде:

$$B_l(i, j) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n [g_n^m(i, j) h_n^m(i, j)],$$

где

$$g_n^m(i, j) = \cos(m \theta_j) (n-1)!! c_n \frac{R}{R_s}^{n-1}$$

$$P_n^m(\cos \theta_i) (\cos B_0 \sin \theta_i - \sin B_0 \cos \theta_i) \cos(m \theta_j) 1 c_n \frac{R}{R_s}^{n-1}$$

$$\frac{dP_n^m(\cos \theta_i)}{d} (\cos B_0 \cos \theta_i - \sin B_0 \sin \theta_i),$$

$$h_n^m(i, j) = \sin(m \theta_j) (n-1)!! c_n \frac{R}{R_s}^{n-1}$$

$$P_n^m(\cos \theta_i) (\cos B_0 \sin \theta_i - \sin B_0 \cos \theta_i)$$

$$\sin(m \theta_j) 1 c_n \frac{R}{R_s}^{n-1} \frac{dP_n^m(\cos \theta_i)}{d} (\cos B_0 \cos \theta_i - \sin B_0 \sin \theta_i).$$

Гармонические коэффициенты  $g_n^m$  и  $h_n^m$  находятся численно как коэффициенты, минимизирующие сумму квадратов разностей наблюдаемых и модельных магнитных полей

$$D_{ij} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n [g_n^m(i, j) h_n^m(i, j)]^2.$$

Методика такого расчета подробно описана в работах [9, 11].

## ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Если гармонические коэффициенты  $g_n^m$  и  $h_n^m$  известны, то по формулам (10) можно рассчитать значение компонентов магнитного поля в сферической системе координат в любой точке пространства от фотосферы до поверхности источника. Для наглядности и сравнения с фотосферными данными или снимками Солнца можно, задав необходимую сетку по  $(r, \theta, \phi)$ , построить карты коронального поля (полного вектора или отдельных его компонентов), соответствующие определенным поверхностям в пространстве, или же «нарисовать» совокупность силовых линий магнитного поля в проекции на заданную картинную (или иную) плоскость.

По определению силовая линия магнитного поля или силовая магнитная линия — это линия, касательная к которой в каждой точке сов-

падает с направлением вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$ . В сферической системе координат уравнение магнитной силовой линии можно записать в виде

$$\frac{dr}{B_r} = \frac{rd}{B} = \frac{r \sin \theta d\theta}{B}.$$

Отсюда, в зависимости от того, приращение по какой из координат ( $r$ , или  $\theta$ ) считается независимым, получаем соответственно систему двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$d \left( \frac{1}{r} \frac{B}{B_r} \right) dr, \quad d \left( \frac{1}{r \sin \theta} \frac{B}{B_r} \right) dr, \quad (11)$$

$$dr = r \frac{B_r}{B} d\theta, \quad d \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{B}{B_r} \right) d\theta, \quad (12)$$

$$dr = r \sin \theta \frac{B_r}{B} d\theta, \quad d \left( \sin \theta \frac{B}{B_r} \right) d\theta. \quad (13)$$

Таким образом, построение силовой линии сводится к решению системы двух дифференциальных уравнений первого порядка при заданных начальных условиях (задача Коши), для чего можно воспользоваться численными методами, например методом Рунге — Кутты. В качестве начальной точки можно выбрать некоторую точку на поверхности источника (тогда часто можно ограничиться системой уравнений (11)) или же на фотосфере (тогда в каждой точке силовой линии нужно выбирать текущее независимое приращение, исходя, например, из соотношения величин компонентов поля  $B_r, B_\theta, B_\phi$ , или, как это рекомендуется в работе [2], величин  $B_r, B_\theta/r, B_\phi/(r \sin \theta)$ ). Поскольку силовую линию можно провести через любую точку пространства, выбор начальной точки является произвольным. Для корректности расчета желательно избегать точек вблизи нулевых амплитуд магнитного поля и точек вблизи полюсов, где  $\sin \theta = 0$  или  $|B_r|=0$ .

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В данной работе для расчета гармонических коэффициентов  $g_n^m$  и  $h_n^m$  нами были использованы наблюдательные магнитографические данные WSO для оборотов 2072 и 2073. Был составлен один файл данных, приблизительно центрированный на момент затмения (от 205 для оборота 2072 до 205 для оборота 2073). Расчет гармонических коэффициентов был произведен методом наименьших квадратов по схеме, детально описанной в работах [9, 11]. Для быстрого нахождения полиномов Лежандра и их производных были использованы рекуррентные формулы согласно уравнениям (27)—(32) из работы [10]. Расхождение плоскостей солнечного экватора и эклиптики (угол  $B_0$ ) учитыва-

лось во всех случаях. Мы ограничились расчетами в потенциальном классическом и радиальном приближениях, а также в классическом приближении с учетом поправки полярного поля  $640 \cos^8$  мкТл [14, 15, 24]. Поправка за насыщение сигнала магнитографа не вводилась. Результаты, описанные ниже, были получены с использованием разложения в ряд до гармоники с  $N = 9$ . Пробные расчеты были произведены и для других значений  $N$ . Анализ показал, что при  $7 \leq N \leq 14$  результирующая картина коронального магнитного поля на поверхности источника практически не изменяется. Отметим, что из-за необходимости обращения довольно больших матриц размерности  $(N + 1)^2 \times (N + 1)^2$  при использовании метода наименьших квадратов для нахождения гармонических коэффициентов нужны довольно мощные компьютеры.

На рис. 2 и 3 показаны карты наблюдаемого фотосферного и модельного коронального магнитного поля на поверхности источника солнечного ветра. Изолинии полей положительной и отрицательной полярности показаны соответственно сплошными и пунктирными линиями, магнитная нейтральная линия — линией удвоенной толщины. Магнитное поле на поверхности источника характеризуется двухсекторной структурой, указывая на преобладание в крупномасштабном магнитном поле дипольной составляющей. Максимальная рассчитанная в классическом приближении гелиоширота магнитной нейтральной линии в короне достигает почти  $\pm 50^\circ$ . При расчете в радиальном приближении или с поправкой полярного поля  $640 \cos^8$  мкТл она не превышает  $\pm 20^\circ$ . Магнитная нейтральная линия на поверхности источника разделяет области открытой конфигурации магнитного поля с противоположной магнитной полярностью и совпадает с внутренним краем (основанием) гелиосферного токового слоя. Максимальная гелиоширота магнитной нейтральной линии в южном полушарии достигается примерно на  $15^\circ$  западнее E-лимба, в северном полушарии — почти на  $90^\circ$  западнее W-лимба.

Рассчитанная в потенциальном классическом и радиальном приближениях конфигурация силовых линий магнитного поля в солнечной короне 1 августа 2008 г. в проекции на картинную плоскость показана на рис. 4. Сплошными линиями изображены магнитные силовые линии, «начинающиеся» в картинной плоскости и перед ней, штриховыми — за картинной плоскостью. Слева и справа показаны конфигурации силовых линий поля при расчете координат каждой линии соответственно снизу вверх (начальная точка берется на фотосфере) и сверху вниз (начальная точка на поверхности источника). Верхняя панель соответствует классическому приближению без поправки полярного поля, средняя панель — классическому приближению с поправкой полярного поля  $640 \cos^8$  мкТл, нижняя панель — радиальному приближению без поправки поля. При нахождении координат силовой линии использовался стандартный метод Рунге — Кутты четвертого порядка, первое приращение всегда бралось по

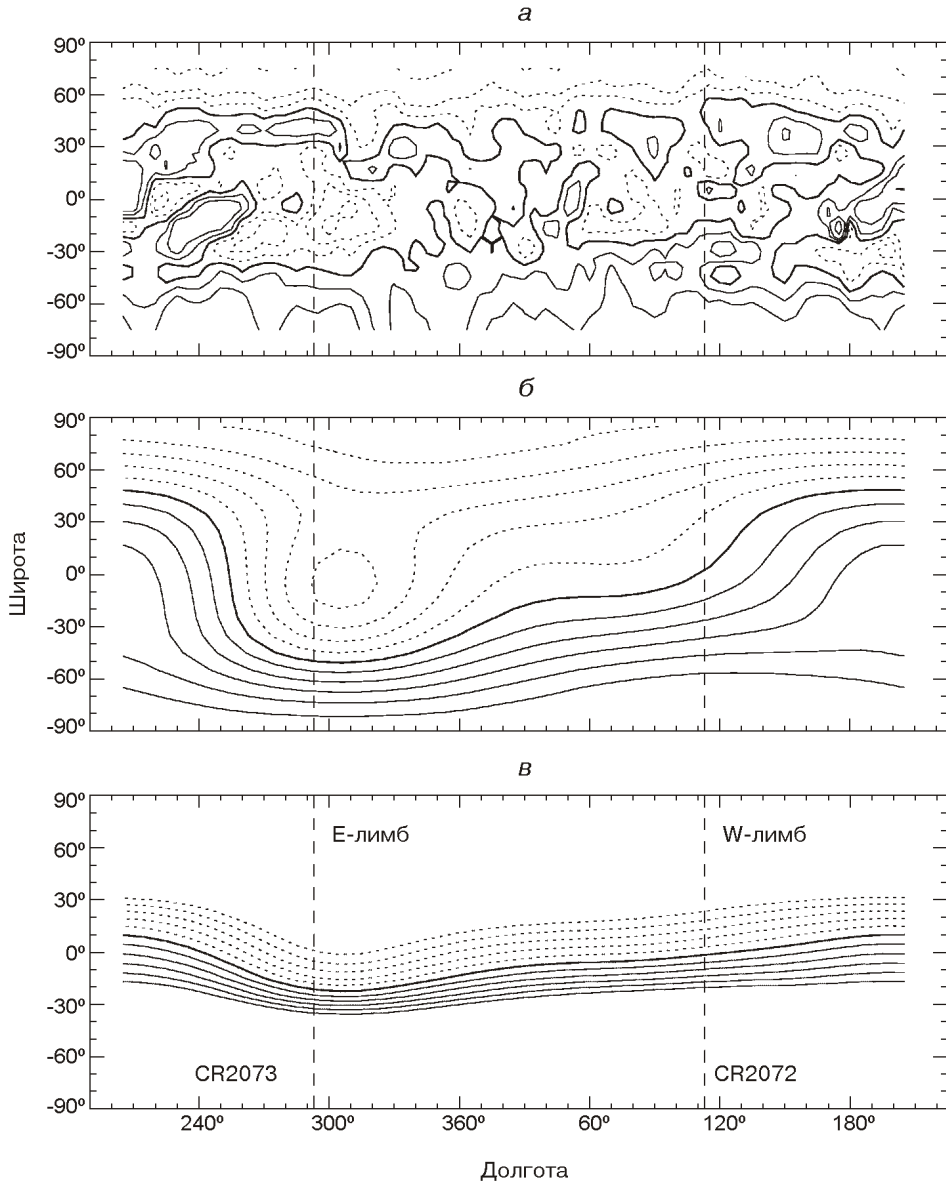


Рис. 2. Карты изолиний магнитного поля: *a* — наблюдаемого на фотосферном уровне ( $1R_{\odot}$ , изолинии соответствуют амплитудам 0, 25, 50, 100, 150 мкТл), *б* — рассчитанного на поверхности источника ( $2.5R_{\odot}$ ) в классическом приближении без поправки полярного поля, *в* — на поверхности источника ( $2.5R_{\odot}$ ), рассчитанного в радиальном приближении без поправки полярного поля. Изолинии на поверхности источника соответствуют амплитуде магнитного поля — 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 мкТл

$r$ -координате, далее — в зависимости от амплитуды составной поля и знака приращения по каждой из координат. Рассчитанные сферические координаты силовой линии с использованием формул (1)—(3) наносились на картинную плоскость.

Сравнение с наблюдаемой структурой короны во время затмения (рис. 1) показывает, что рассчитанная конфигурация магнитных сило-

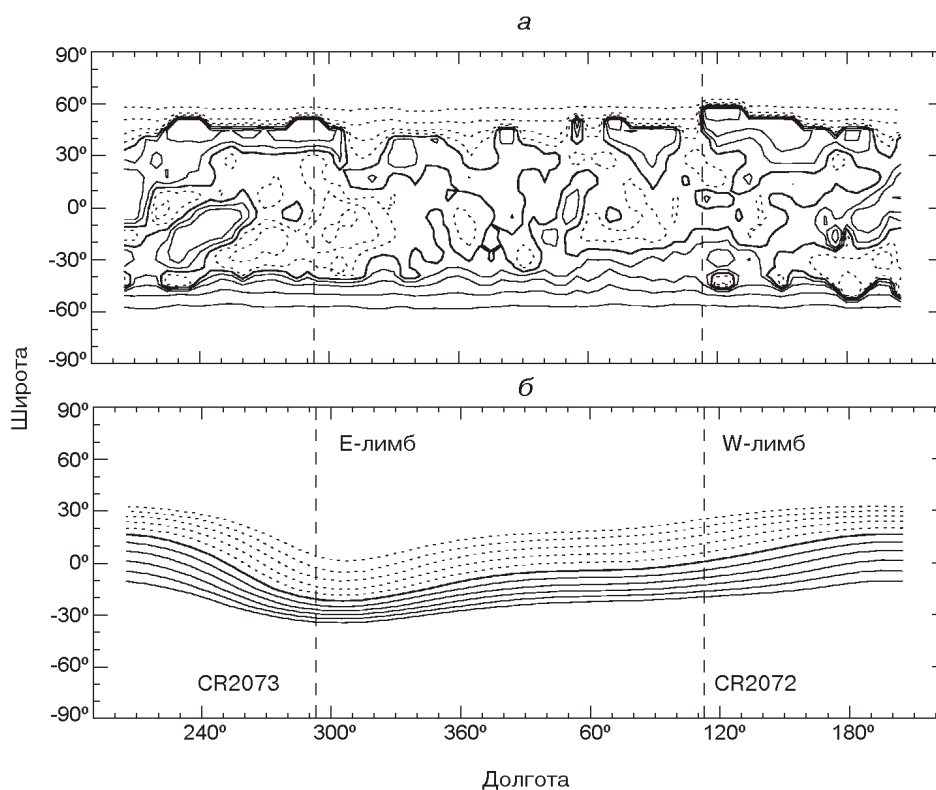


Рис. 3. Карты изолиний магнитного поля: *а* — наблюдаемого на фотосферном уровне с поправкой полярного поля  $640 \cos^8$  мкТл (изолинии соответствуют амплитудам 0, 25, 50, 100, 150 мкТл), *б* — рассчитанного на поверхности источника в классическом приближении с учетом этой поправки (изолинии соответствуют амплитуде 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 мкТл)

вых линий в общих чертах хорошо согласуется с наблюдаемой структурой короны. И наблюдаемая, и «теоретическая» корона являются коронами околominiмального типа с протяженными системами полярных лучей (плюмов). Открытые магнитные силовые линии исходят в основном из областей полярных корональных дыр. Совокупности закрытых магнитных линий соответствуют ярким корональным образованиям. Магнитная нейтральная линия на поверхности источника на Е-лимбе, рассчитанная в классическом приближении с поправкой полярного поля  $640 \cos^8$  мкТл и в радиальном приближении, почти совпадает с корональным стримером в EW-квадранте. На W-лимбе такое соответствие хуже, вероятно, вследствие того, что W-лимб попадает на участок быстрого изменения гелиошироты магнитной нейтральной линии на поверхности источника (см. рис. 2). Конфигурация магнитных силовых линий, рассчитанная в классическом приближении без учета поправки полярного поля, несколько лучше отображает количество и расположение лучей, наблюдаемых в короне 1 августа 2008 г. на средних широтах в северном полушарии; в то же время отклонение наблюдаемого в EW-квадранте стримера *С* от

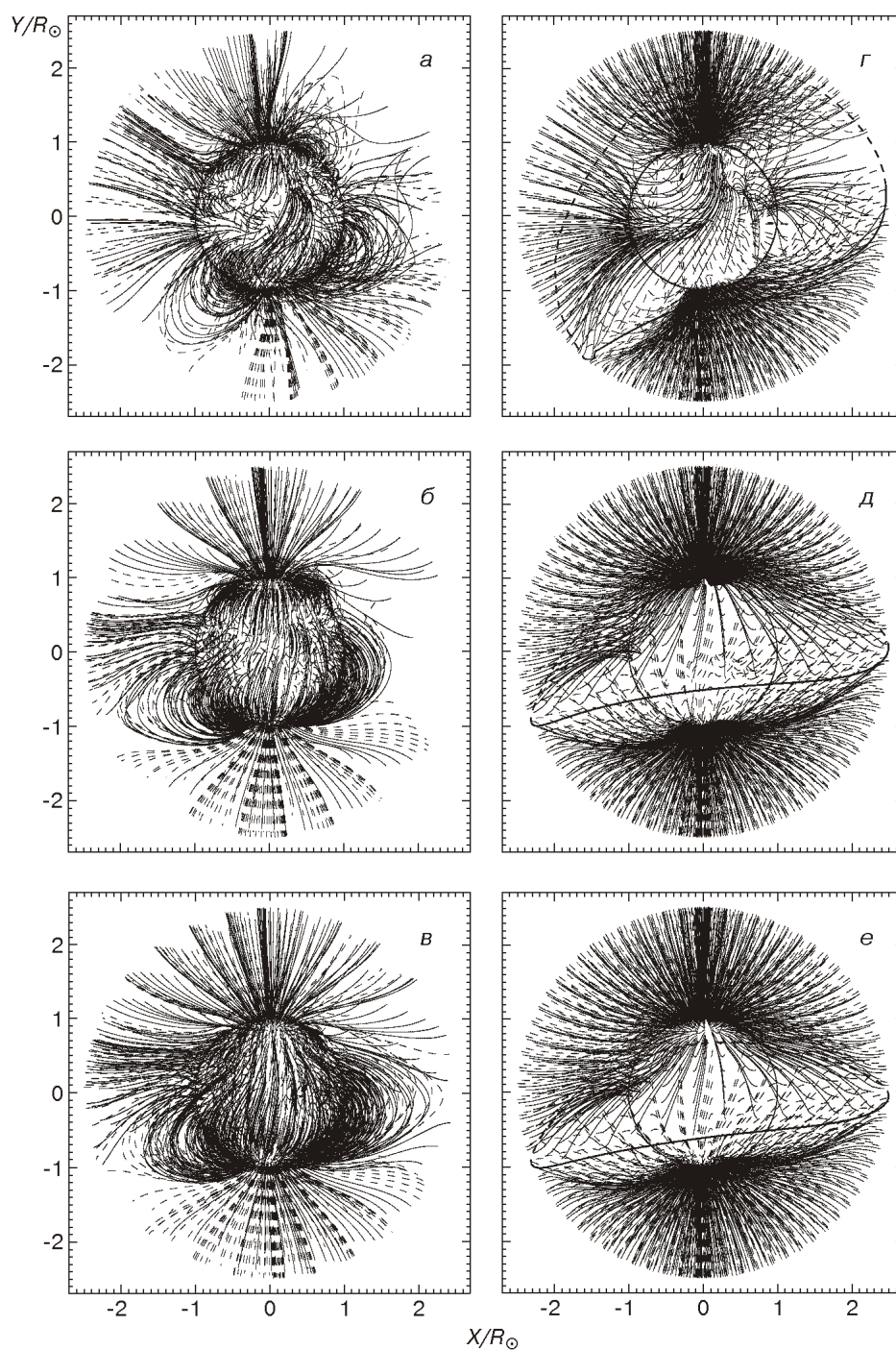


Рис. 4. Картина видимых с Земли рассчитанных магнитных силовых линий в солнечной короне 1 августа 2008 г.: *a, б, в* — интегрирование производилось от фотосферы до поверхности источника, *г, д, е* — от поверхности источника до фотосферы (линией удвоенной толщины нанесена магнитная нейтральная линия на поверхности источника); *a, г* — классическое приближение без поправки полярного поля, *б, д* — классическое приближение с поправкой полярного поля  $640 \cos^8 \mu\text{Тл}$ , *в, е* — радиальное приближение. По осям указан масштаб в солнечных радиусах

модельного достигает  $20^\circ$ . Отметим также, что конфигурации «снизу вверх» и «сверху вниз» вблизи магнитной нейтральной линии на поверхности источника напоминают позитивное и негативное изображения на фотографиях.

Как известно, шлемовидные корональные лучи (стримеры) образуют замкнутый пояс вокруг Солнца, (т. н. пояс корональных стримеров), совпадающий с магнитной нейтральной линией на поверхности источника и основанием гелиосферного токового слоя [3, 23, 28]. Наклон гелиосферного токового слоя относительно солнечного экватора изменяется от минимальных значений в минимуме солнечной активности примерно до  $70^\circ$  вблизи максимума активности. Переполюсовка глобального магнитного поля Солнца происходит в максимуме активности, причем время переполюсовок в северном и южном полушариях часто не совпадают [14, 15, 25] (см. также <http://wso.stanford.edu>). Расчеты магнитного поля в солнечной короне 1 августа 2008 г. соответствуют данной несколько идеализированной схеме изменения глобального магнитного поля Солнца и структуры короны с циклом солнечной активности.

По известным гармоническим коэффициентам можно оценить мощность и амплитуду каждой гармоники или мультиполя (терма). Так, мощность каждой  $(n, m)$ -гармоники можно найти из соотношения (без учета фазы)

$$S_n^m = (g_n^m)^2 + (h_n^m)^2.$$

Мощность каждого  $2^n$ -мультипольного терма определяется выражением

$$S_n = \sum_{k=1}^m [(g_n^k)^2 + (h_n^k)^2] = \\ = (g_n^1)^2 + (h_n^1)^2 + (g_n^2)^2 + (h_n^2)^2 + \dots + (g_n^m)^2 + (h_n^m)^2.$$

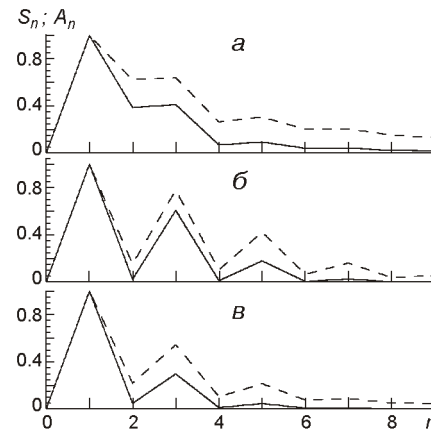
Амплитуда находится как корень квадратный из мощности гармоники или мультиполя:

$$A_n^m = \sqrt{S_n^m}, \quad A_n = \sqrt{S_n}.$$

На рис. 5 показаны мощности и амплитуды мультипольных термов магнитного поля в солнечной короне во время полного солнечного затмения 1 августа 2008 г. Мощность нанесена сплошной линией, амплитуда — пунктирной. Вверху показаны результаты расчетов в классическом приближении без учета поправки полярного поля, посредине — с учетом поправки полярного поля  $640 \cos^8$  мкТл, внизу — в радиальном приближении. Видим, что доминирующей является дипольная составляющая магнитного поля, вклад октупольной составляющей тоже довольно весомый, особенно после учета поправки полярного поля. Квадрупольная составляющая только немного уступает октупольной при расчете в классическом приближении без учета поправки полярного поля и практически стремится к нулю



Рис. 5. Мощность  $S_n$  (сплошная линия) и амплитуда  $A_n$  (штриховая) мультиполей в солнечной короне 1 августа 2008 г.: *a* — при расчете гармонических коэффициентов в классическом приближении без учета поправки полярного поля, *б* — с учетом поправки  $640 \cos^8$  мкТл, *в* — в радиальном приближении



при учете поправки  $640 \cos^8$  мкТл или при расчете в радиальном приближении.

Среди дипольных гармоник при расчете в классическом приближении без учета поправки полярного поля преобладающей по мощности является секториальная гармоника ( $n = 1, m = 1$ ), в двух других случаях — зональная гармоника ( $n = 1, m = 0$ ). Среди квадрупольных гармоник в классическом приближении наибольшую мощность имеет секториальная гармоника ( $n = 2, m = 2$ ), в радиальном — зональная ( $n = 2, m = 0$ ). Среди октупольных во всех случаях преобладает зональная гармоника ( $n = 3, m = 0$ ).

## ВЫВОДЫ

Модель потенциальное поле — поверхность источника позволяет рассчитать магнитные поля в солнечной короне во время полного солнечного затмения 1 августа 2008 г., исходя из значений магнитных полей на уровне фотосферы, полученных в Солнечной обсерватории имени Джона Вилкокса. Рассчитанная картина магнитных силовых линий в общих чертах хорошо согласуется с наблюдаемой структурой короны во время затмения. Магнитное поле на поверхности источника характеризуется двухсекторной структурой. Максимальная рассчитанная в классическом приближении без поправки полярного поля гелиоширота магнитной нейтральной линии в короне достигает почти  $\pm 50^\circ$ , при расчете в классическом приближении с поправкой полярного поля  $640 \cos^8$  мкТл или в радиальном приближении она не превышает  $\pm 20^\circ$ . Дипольная составляющая доминирует по мощности и амплитуде в структуре магнитного поля короны 1 августа 2008 г.

Автор благодарит коллектив Солнечной обсерватории имени Джона Вилкокса и лично Тодда Хоексему за возможность использования фотосферных магнитографических данных через интернет.

1. Боровик В. Н., Медарь В. Г., Коржавин А. Н. Первые измерения магнитного поля в корональной дыре на основе радиоастрономических наблюдений на РАТАН-600 // Письма в Астрон. журн.—1999.—**25**, № 4.—С. 250—257.
2. Веселовский И. С., Иванов А. В. Визуализация магнитного поля Солнца по известным гармоническим коэффициентам разложения в потенциальном приближении // Астрон. вестн.—2006.—**40**, № 5.—С. 470—475.
3. Гуляев Р. А., Филиппов Б. П. Структура солнечной короны и гелиосферный токовый слой // Докл. АН СССР. Сер. А.—1992.—**322**, № 2.—С. 268—271.
4. Обридко В. Н., Шельтинг Б. Д., Харшиладзе А. Ф. Многопараметрические расчеты характеристик солнечного ветра в околоземном пространстве по данным о солнечном магнитном поле // Астрон. вестн.—2004.—**38**, № 3.—С. 261—272.
5. Обридко В. Н., Шельтинг Б. Д., Харшиладзе А. Ф. Расчеты магнитного поля в околоземном пространстве по данным о солнечном магнитном поле // Геомагнетизм и аэрономия.—2006.—**46**, № 3.—С. 310—319.
6. Пишкало Н. И. Предварительный прогноз 24-го и 25-го циклов солнечной активности на основании корреляции между характеристиками циклов // Кинематика и физика небес. тел.—2008.—**24**, № 5.—С. 370—378.
7. Пишкало Н. И., Баранский А. Р. Солнечная корона во время полного солнечного затмения 1 августа 2008 г. // Кинематика и физика небес. тел.—2009.—**25**, № 6.—С. 474—481.
8. Руденко Г. В. Метод рекуррентного интегрирования в сферическом гармоническом анализе солнечных магнитных данных // Исслед. по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца.—1998.—Вып. 108.—С. 123—134.
9. Харшиладзе А. Ф., Иванов Г. К. Сферический гармонический анализ магнитного поля Солнца // Геомагнетизм и аэрономия.—1994.—**34**, № 4.—С. 22—28.
10. Altschuler M. D., Levine R. H., Stix M., Harvey J. High resolution mapping of the magnetic field of the solar corona // Solar Phys.—1977.—**51**, N 2.—P. 345—375.
11. Altschuler M. D., Newkirk G. Magnetic fields and the structure of the solar corona // Solar Phys.—1969.—**9**, N 1.—P. 131—149.
12. Cho K.-S., Lee J., Gary D. E., et al. Magnetic field strength in the solar corona from type II band splitting // Astrophys. J.—2007.—**665**, N 1.—P. 799—804.—DOI: 10.1086/519160
13. Gelfreikh G. B., Pilyeva N. A., Ryabov B. I. On the gradient of coronal magnetic fields from radio observations // Solar Phys.—1997.—**170**, N 2.—P. 253—264.
14. Hoeksema J. T. The solar magnetic field 1985 through 1990 // Report CSSA-ASTRO 91-01.—1991.—205 p.
15. Hoeksema J. T., Scherrer P. H. The solar magnetic field 1976 through 1985 // Report UAG-94 / World data center A for solar-terrestrial physics. — Boulder, Co., 1986.—352 p.
16. Hu Y. Q., Feng X. S., Wu S. T., Song W. B. Three-dimensional MHD modeling of the global corona throughout solar cycle 23 // J. Geophys. Res.—2008.—**113A**, N 3.—DOI: 10.1029/2007JA012750.
17. Lionello R., Linker J. A., Mikić Z. Multispectral emission of the Sun during the First Whole Sun Month: magnetohydrodynamic simulations // Astrophys. J.—2009.—**690**, N 1.—P. 902—912.—DOI: 10.1088/0004-637X/690/1/902.
18. Riley P., Linker J. A., Mikić Z. An empirically-driven global MHD model of the solar corona and inner heliosphere // J. Geophys. Res.—2001.—**106A**, N 8.—P. 15889—15902.
19. Riley P., Linker J. A., Mikić Z., et al. A comparison between global solar magnetohydrodynamic and potential field source surface model results // Astrophys. J.—2006.—**653**, N 2.—P. 1510—1516.—DOI: 10.1086/508565.

20. *Rudenko G. V.* Extrapolation of the solar magnetic field within the potential-field approximation from full-disk magnetograms // *Solar Phys.*—2001.—**198**, N 1.—P. 5—30.
21. *Rudenko G. V.* On the validity of application of the radial approximation for the photospheric field // *Solar Phys.*—2004.—**220**, N 1.—P. 1—20.
22. *Schatten K. H., Wilcox J. M., Ness N. F.* A model of interplanetary and coronal magnetic fields // *Solar Phys.*—1969.—**6**, N 2.—P. 442—455.
23. *Smith E. J.* The heliospheric current sheet // *J. Geophys. Res.*—2001.—**106A**, N 8.—P. 15819—15832.
24. *Svalgaard L., Duvall T. L., Scherrer P. M.* The strength of the Sun's polar field // *Solar Phys.*—1978.—**58**, N 2.—P. 225—240.
25. *Sýkora J., Badalyan O. G., Obridko V. N.* Connections between the white-light eclipse corona and magnetic fields over the solar cycle // *Solar Phys.*—2003.—**212**, N 2.—P. 301—318.
26. *Wang Y.-M., Biersteker J. B., Sheeley N. R., et al.* The solar eclipse of 2006 and the origin of raylike features in the white-light corona // *Astrophys. J.*—2007.—**660**, N 1.—P. 882—892.
27. *Wang Y.-M., Sheeley N. R.* On potential field models of the solar corona // *Astrophys. J.*—1992.—**392**, N 1.—P. 310—319.
28. *Wilcox J. M., Hundhausen A. J.* Comparison of heliospheric current sheet structure obtained from potential magnetic field computations and from observed polarization coronal brightness // *J. Geophys. Res.*—1983.—**88**.—P. 8095—8096.
29. *Yoshimura H.* Solar-cycle evolution of the coronal general magnetic field of 1959—1974 and the synchronous variation of high-speed solar wind streams and galactic cosmic rays // *Solar Phys.*—1977.—**54**, N 2.—P. 229—258.

Поступила в редакцию 02.04.09