© 2010 ІМФ (Інститут металофізики ім. Г. В. Курдюмова НАН України) Надруковано в Україні. Фотокопіювання дозволено тільки відповідно до ліцензії

PACS numbers: 63.22.Gh, 71.15.Ap, 71.20.Tx, 71.27.+a, 71.28.+d, 72.10.-d, 72.80.Rj

### Оптична провідність вуглецевих нанорурок з домішкою азоту

С. П. Репецький, І. Г. Вишивана, В. В. Шастун, Д. К. Чешківський

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, фізичний факультет, просп. Акад. Глушкова, 4, 03022 Київ, Україна

Розвинено методу розрахунку оптичної провідности низьковимірних невпорядкованих систем. Досліджено вплив домішки азоту на розщеплення енергетичних зон електронів і фононів, що зумовлене нееквівалентними положеннями атомів вуглецю в примітивній комірці вуглецевої нанорурки. Досліджено природу концентраційної залежности оптичної провідности вуглецевих нанорурок з домішкою азоту.

Optical-conductivity calculation method is developed for low-dimensional disordered systems. The influence of nitrogen impurities on splitting of energy bands of electrons and phonons caused by non-equivalent carbon-atom positions in a primitive cell of carbon nanotube is investigated. The carbon-nanotubes conductivity dependence on nitrogen-impurity concentration is studied.

Развит метод расчета оптической проводимости низкоразмерных неупорядоченных систем. Исследовано влияние примеси азота на расщепление энергетических зон электронов и фононов, которое обусловлено неэквивалентными положениями атомов углерода в примитивной ячейке углеродной нанотрубки. Исследована природа концентрационной зависимости электропроводности углеродных нанотрубок с примесью азота.

Ключові слова: вуглецеві нанорурки з домішкою азоту, енергетичний спектер електронів і фононів, оптична провідність.

(Отримано 7 липня 2010 р.)

# 1. ВСТУП

В системах з сильними електронними кореляціями у зовнішніх електричному та магнетному полях існує крім давно відомого явища

603

переносу заряду порівняно недавно відкрите явище переносу спінів електронів [1–5]. У кріслоподібних вуглецевих нанорурках, що доповані перехідними металами Cr або V, останнім часом виявлено майже 100% спінову поляризацію [6]. Одним із шляхів цілеспрямованої зміни властивостей вуглецевих нанорурок з метою застосування їх у наноелектроніці та спіновій електроніці є внесення домішок інших елементів. Нееквівалентне розташування атомів вуглецю в примітивній комірці може спричиняти розщеплення енергетичних зон. Впорядковане розташування домішок може призводити до пониження симетрії кристалічної ґратниці та зняття виродження в енергетичному спектрі електронів і появи додаткових енергетичних щілин, ширина яких залежить від типу домішок та їх концентрації. Однак вплив домішок на електронну структуру та пов'язані з нею властивості вуглецевих нанорурок досліджено недостатньо.

З вищезгаданого випливає, що виконані в даній роботі дослідження впливу домішок на енергетичний спектер та оптичну провідність вуглецевих нанорурок є актуальними.

### 2. ГАМІЛЬТОНІЯН СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОНІВ І ФОНОНІВ НЕВПОРЯДКОВАНОГО КРИСТАЛУ

Гамільтоніян системи електронів і фононів невпорядкованого кристалу (стопу, невпорядкованого напівпровідника) в представленні Ванньє має вигляд [7]:

$$H = H_0 + H_{\rm int}, \tag{1}$$

де Гамільтоніян нульового наближення

$$H_0 = \Phi_0 + H_{f0} + H_{e0} \tag{2}$$

складається з Гамільтоніяна підсистеми невзаємодійних електронів чистого кристалу

$$H_{e0} = \sum_{\substack{n_1 i_1 \gamma_1 \\ n_2 i_2 \gamma_2}} h_{n_1 i_1 \gamma_1, n_2 i_2 \gamma_2}^{(0)} a_{n_1 i_1 \gamma_1}^+ a_{n_2 i_2 \gamma_2}, \qquad (3)$$

Гамільтоніяна підсистеми невзаємодійних фононів чистого кристалу

$$H_{f0} = \sum_{ni\alpha} \frac{P_{\alpha}^{2} \binom{n}{i}}{2M_{A}} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{n_{1}i,\alpha_{1} \\ n_{2}i_{2}\alpha_{2}}} \Phi_{\alpha_{1}\alpha_{2}}^{(0)} \binom{n_{1}}{i_{1}} \frac{n_{2}}{i_{2}} u_{\alpha_{1}} \binom{n_{1}}{i_{1}} u_{\alpha_{2}} \binom{n_{2}}{i_{2}}$$
(4)

і енергії електростатичної взаємодії йонів у положенні рівноваги

чистого кристалу  $\Phi_0$ .

Гамільтоніян збурення у формулі (1)

$$H_{\rm int} = H_{ei} + H_{ef} + H_{ee} + H_{fi}, \qquad (5)$$

складається з Гамільтоніяна електрон-йонної (електрон-домішкової) взаємодії

$$H_{ei} = \sum_{\substack{n_1 i_1 \gamma_1 \\ n_2 i_2 \gamma_2}} w_{n_1 i_1 \gamma_1, n_2 i_2 \gamma_2} a^+_{n_1 i_1 \gamma_1} a_{n_2 i_2 \gamma_2} , \qquad (6)$$

Гамільтоніяна електрон-фононної взаємодії

$$H_{ef} = \sum_{\substack{n_1 i_1 \gamma_1 \\ n_2 i_2 \gamma_2}} v'_{n_1 i_1 \gamma_1, n_2 i_2 \gamma_2} a^+_{n_1 i_1 \gamma_1} a_{n_2 i_2 \gamma_2} , \qquad (7)$$

Гамільтоніяна парної електрон-електронної взаємодії

$$H_{ee} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{n_{1}i_{1}\gamma_{1} \\ n_{2}i_{2}\gamma_{2} \\ n_{3}i_{3}\gamma_{3}, n_{4}i_{4}\gamma_{4}}} v_{n_{3}i_{3}\gamma_{3}, n_{4}i_{4}\gamma_{4}} a_{n_{1}i_{1}\gamma_{1}}^{+} a_{n_{2}i_{2}\gamma_{2}}^{+} a_{n_{3}i_{3}\gamma_{3}} a_{n_{4}i_{4}\gamma_{4}}, \qquad (8)$$

Гамільтоніяна фонон-йонної (фонон-домішкової) взаємодії

$$H_{fi} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{n_1 i_1 \alpha_1 \\ n_2 i_2 \alpha_2}} \Delta M_{\alpha_1 \alpha_2}^{-1} \begin{pmatrix} n_1 & n_2 \\ i_1 & i_2 \end{pmatrix} P_{\alpha_1} \begin{pmatrix} n_1 \\ i_1 \end{pmatrix} P_{\alpha_2} \begin{pmatrix} n_2 \\ i_2 \end{pmatrix},$$
(9)

де

$$\Delta M_{\alpha_{1}\alpha_{2}}^{-1} \begin{pmatrix} n_{1} & n_{2} \\ i_{1} & i_{2} \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{M_{n_{1}i_{1}}} - \frac{1}{M_{A}}\right) \delta_{n_{1}n_{2}} \delta_{i_{1}i_{2}} \delta_{\lambda_{1}\lambda_{2}}$$

 $a_{ni\gamma}^{+}$ ,  $a_{ni\gamma}$  — оператори народження і знищення електрона в стані, що описується функцією Ванньє  $\phi_{ni\gamma}(\xi) = \langle \xi | ni\gamma \rangle$ ,  $\xi = (\mathbf{r}, s)$ ; індекс стану  $\gamma$  визначається номером енергетичної зони і проєкцією спіну *s* на вісь *z*, *n* — номер примітивної комірки кристалу; *i* — номер вузла підґратниці в примітивній комірці;  $h_{n_1i_1\gamma_1, n_2i_2\gamma_2}^{(0)}$  — матричні елементи одноелектронного Гамільтоніяна чистого кристалу, що складається з атомів сорту *A*;  $\mathbf{u} \begin{pmatrix} n \\ i \end{pmatrix}$  — оператор зміщення атома у вузлі (*ni*);  $P_{\alpha} \begin{pmatrix} n \\ i \end{pmatrix}$  оператор  $\alpha$ -проєкції імпульсу атома на Декартові вісі координат;  $\Phi^{(0)}_{_{lpha_1lpha_2}}inom{n_1}{i_1} ~n_2 \ -$  силові постійні, що пов'язані з потенціяльною ене-

ргією електростатичної взаємодії відштовхування йонів чистого кристалу.

Оператор потенціяльної енергії електрона в полі йонних остовів кристалу  $V(\mathbf{r})$  можна представити у вигляді:

$$V\left(\mathbf{r}
ight)=\sum_{ni}arepsilon^{ni}\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{ni}^{\prime}
ight)$$
,  $\mathbf{r}_{ni}^{\prime}=\mathbf{r}_{ni}+\mathbf{u}inom{n}{i}$ ,

де **r** — радіюс-вектор електрона,  $\mathbf{r}_{ni} = \mathbf{r}_n + \rho_i$  — радіюс-вектор рівно-важного положення атома у вузлі (*ni*) кристалічної ґратниці. Випадкова добавка до матричного елемента одноелектронного Гамільтоніяна чистого кристалу, пов'язана з наявністю домішки, є

$$w_{n_1i_1\gamma_1, n_2i_2\gamma_2} = \sum_{ni} w_{n_1i_1\gamma_1, n_2i_2\gamma_2}^{ni} , \qquad (10)$$

дe

$$w_{n_{1}i_{1}\gamma_{1},n_{2}i_{2}\gamma_{2}}^{ni} = \sum_{\lambda} c_{ni}^{\lambda} w_{n_{1}i_{1}\gamma_{1},n_{2}i_{2}\gamma_{2}}^{\lambda ni}, w_{n_{1}i_{1}\gamma_{1},n_{2}i_{2}\gamma_{2}}^{\lambda ni} = v_{n_{1}i_{1}\gamma_{1},n_{2}i_{2}\gamma_{2}}^{\lambda ni} - v_{n_{1}i_{1}\gamma_{1},n_{2}i_{2}\gamma_{2}}^{Ani},$$
$$v_{n_{1}i_{1}\gamma_{1},n_{2}i_{2}\gamma_{2}}^{\lambda ni} = \int \phi_{n_{1}i_{1}\gamma_{1}}^{*}(\xi) v^{\lambda}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ni}) \phi_{n_{2}i_{2}\gamma_{2}}(\xi) d\xi.$$

Тут  $c_{ni}^{\lambda}$  — випадкові числа, що приймають значення 1 або 0 залежно від того, знаходиться атом сорту λ у вузлі (*ni*) чи ні. У формулі (7) величини  $v'_{n_i l_i \gamma_1, n_2 l_2 \gamma_2}$  виражаються через оператори координат кристалічної ґратниці таким чином:

$$\upsilon_{n_1i_1\gamma_1,n_2i_2\gamma_2}' = \sum_{ni\alpha} \upsilon_{n_1i_1\gamma_1,n_2i_2\gamma_2}' u_{\alpha}\binom{n}{i},$$

де

$$v_{n_1i_1\gamma_1,n_2i_2\gamma_2}^{\prime nilpha} = \sum_{\lambda} c_{ni}^{\lambda} v_{n_1i_1\gamma_1,n_2i_2\gamma_2}^{\prime \lambda nilpha}$$
 ,

а  $v_{n_{1}i_{1}\gamma_{1},n_{2}i_{2}\gamma_{2}}^{\prime\lambda ni\alpha}$  визначається формулою (10), в якій замість  $v^{\lambda}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{ni})$  стоїть

$$-e_{_{nilpha}}rac{d}{d\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{_{ni}}
ight|}v^{\lambda}\left(\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{_{ni}}
ight|
ight)$$
 ,

де

$$\mathbf{e}_{ni} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ni}}{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ni}\right|} \,.$$

#### 3. ҐРІНОВІ ФУНКЦІЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОНІВ І ФОНОНІВ

Для розрахунку енергетичного спектру електронів і фононів, вільної енергії та електропровідности невпорядкованого кристалу введемо двочасові Ґрінові функції.

Означимо двочасові загаяну  $G_r^{AB}(t,t')$  і випередну  $G_a^{AB}(t,t')$  Ґрінові функції системи [7]:

$$G_{r}^{AB}(t,t') \equiv <<\tilde{A}(t) \mid \tilde{B}(t') >>_{r} = -\frac{i}{\hbar} \theta(t-t') < [\tilde{A}(t), \tilde{B}(t')] >,$$

$$G_{a}^{AB}(t,t') \equiv <<\tilde{A}(t) \mid \tilde{B}(t') >>_{a} = \frac{i}{\hbar} \theta(t'-t) < [\tilde{A}(t), \tilde{B}(t')] >.$$
(11)

Оператор у Гайзенберґовому представленні

$$ilde{A}(t) = e^{i \mathbf{H} t/\hbar} A e^{-i \mathbf{H} t/\hbar}$$
,

де  $\mathbf{H} = H - \mu_e N_e$ , а  $\mu_e$ ,  $N_e$  — хемічний потенціял і оператор числа електронів відповідно. У виразі (11)

$$[A,B] = AB - \eta BA$$

де  $\eta = 1$  для Бозе-операторів *A*, *B* і  $\eta = -1$  для Фермі-операторів, а  $\theta(t)$  — Хевісайдова функція:

$$\theta(t) = \begin{cases} 1, t > 0, \\ 0, t < 0. \end{cases}$$

Хевісайдова функція  $\theta(t)$  пов'язана з Діраковою функцією  $\delta(t)$  виразом

$$\theta(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(t') dt'.$$

Дужки  $\langle ... \rangle$  в (11) позначають операцію усереднення  $\langle A \rangle = \operatorname{Sp}(\rho A)$ ,  $\rho = e^{(\Omega - H)/\Theta}$ , де  $\Omega$  — термодинамічний потенціял системи,  $\Theta = k_B T$ , T — температура.

Розрахунок двочасових загаяних і випередних Ґрінових функцій (11) базується на розрахунку температурних Ґрінових функцій [7]. При цьому використовується відоме співвідношення між спектральними представленнями для загаяної, випередної та температурної Ґрінових функцій.

Для розрахунку температурних Ґрінових функцій невпорядкованого кристалу в роботі [7] побудовано діяграмну техніку, що є аналогічною діяграмній техніці для однорідної системи [8]. Одержано наступну систему зв'язаних рівнань для загаяних Ґрінових функцій (індекс r тут і надалі опускатимемо) [7,9]:

$$G^{aa^{+}}(\varepsilon) = \left[ \left[ G_{0}^{aa^{+}}(\varepsilon) \right]^{-1} - \left( w + \Sigma_{ef}(\varepsilon) + \Sigma_{ee}(\varepsilon) \right) \right]^{-1}, \qquad (12)$$
$$G^{uu}(\varepsilon) = \left[ \left[ G_{0}^{uu}(\varepsilon) \right]^{-1} - \left( \frac{\varepsilon^{2}}{\hbar^{2}} \Delta M + \Sigma_{fe}(\varepsilon) \right) \right]^{-1},$$

дe

$$\Delta M = \| (M_A - M_{ni}) \delta_{nn'} \delta_{ii'} \delta_{\alpha\alpha'} \|, \quad \varepsilon = \hbar \omega.$$

Тут  $G^{aa^+}(\varepsilon)$ ,  $G^{uu}(\varepsilon)$  — спектральні представлення одночастинкової Ґрінової функції підсистеми електронів та Ґрінової функції «зміщення–зміщення» підсистеми фононів;  $\Sigma_{ef}(\varepsilon)$ ,  $\Sigma_{fe}(\varepsilon)$ ,  $\Sigma_{ee}(\varepsilon)$  — масові оператори, що описують відповідно електрон-фононну, фононелектронну та електрон-електронну взаємодії.

Із рівнань руху для Ґрінових функцій нульового наближення  $G_0^{aa^+}(\varepsilon)$ ,  $G_0^{uu}(\varepsilon)$  можна одержати:

$$G_0^{aa^*}(\varepsilon) = [\varepsilon - H_0^{(1)}]^{-1}, \ H_0^{(1)} = \left\| h_{ni\gamma,n'i'\gamma'}^{(0)} \right\|,$$
  

$$G_0^{uu}(\varepsilon) = \left[ \omega^2 M_A - \Phi^{(0)} \right]^{-1}, \ \Phi^{(0)} = \left\| \Phi_{ni\alpha,n'i'\alpha'}^{(0)} \right\|.$$
(13)

При одержанні системи рівнань (12) нехтувалося членами, що пропорційні другому і більш високому степеням малого параметра:

$$\left(\frac{\varepsilon^2}{\hbar^2}\Delta M + \Sigma_{fe}(\varepsilon)\right)_{ni\alpha,n'i'\alpha'} / \Phi^{(0)}_{\alpha\alpha'} \begin{pmatrix} n \ n' \\ i \ i' \end{pmatrix} << 1.$$

Використовуючи діяграмну техніку, яка є узагальненням діяграмної техніки для ідеального кристалу [8], в роботі [7, 9] знайдено явні вирази для масових операторів Ґрінових функцій, що описують багаточастинкові взаємодії в системі.

Для масового оператора, що описує електрон-фононну взаємодію:

$$\Sigma_{efni\gamma,n'i'\gamma'}(\varepsilon) = \sum_{\substack{\lambda_1 n_i l_1 \\ \lambda_2 n_2 l_2}} c_{n_1 i_1}^{\lambda_1} c_{n_2 i_2}^{\lambda_2} \Sigma_{ef ni\gamma,n'i'\gamma'}^{\lambda_1 n_1 i_1,\lambda_2 n_2 i_2}(\varepsilon) ,$$

$$\Sigma_{ef ni\gamma,n'i'\gamma'}^{\lambda_1 n_1 i_1,\lambda_2 n_2 i_2}(\varepsilon) = -\frac{1}{4\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon' \coth\left(\frac{\varepsilon'}{2\Theta}\right) v_{ni\gamma,n_3 i_3 \gamma_3}^{\prime\lambda_1 n_1 i_1 \alpha_1} \times$$

$$\times \left[ G_{n_1 i_1 \alpha_1, n_2 i_2 \alpha_2}^{uu}(\varepsilon') - G_{n_2 i_2 \alpha_2, n_1 i_1 \alpha_1}^{uu*}(\varepsilon') \right] G_{n_3 i_3 \gamma_3, n_4 i_4 \gamma_4}^{aa^+}(\varepsilon - \varepsilon') \Gamma_{n_4 i_4 \gamma_4, n'i'\gamma'}^{\lambda_2 n_2 i_2 \alpha_2}(\varepsilon - \varepsilon', \varepsilon; \varepsilon').$$
(14)

По індексах, що повторюються, виконується підсумовування. Масовий оператор, що описує фонон-електронну взаємодію має вигляд:

$$\begin{split} \Sigma_{fe\ ni\alpha,n'i'\alpha'}(\varepsilon) &= \sum_{\lambda\lambda'} c_{ni}^{\lambda} c_{n'i'}^{\lambda'} \Sigma_{feni\alpha,n'i'\alpha'}^{\lambda\lambda'}(\varepsilon) ,\\ \Sigma_{fe\ ni\alpha,n'i'\alpha'}^{\lambda\lambda'}(\varepsilon) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon' f(\varepsilon') v'_{n_{2}i_{2}\gamma_{2},n_{1}i_{1}\gamma_{1}}^{\lambda ni\alpha} \times \\ &\times \left\{ \left[ G_{n_{1}i_{1}\gamma_{1},n_{3}i_{3}\gamma_{3}}^{aa^{+}}(\varepsilon+\varepsilon') - G_{n_{3}i_{3}\gamma_{3},n_{1}i_{1}\gamma_{1}}^{aa^{+}}(\varepsilon+\varepsilon') \right] G_{n_{2}i_{2}\gamma_{2},n_{4}i_{4}\gamma_{4}}^{aa^{+}}(\varepsilon') + \right. \\ &\left. + G_{n_{1}i_{1}\gamma_{1},n_{3}i_{3}\gamma_{3}}^{aa^{+}}(\varepsilon+\varepsilon') \left[ G_{n_{4}i_{4}\gamma_{4},n_{2}i_{2}\gamma_{2}}^{aa^{+}}(\varepsilon') - G_{n_{2}i_{2}\gamma_{2},n_{4}i_{4}\gamma_{4}}^{aa^{+}}(\varepsilon') \right] \right\} \Gamma_{n_{3}i_{3}\gamma_{3},n_{4}i_{4}\gamma_{4}}^{\lambda'n'i'\alpha'}(\varepsilon+\varepsilon',\varepsilon;-\varepsilon') . \end{split}$$

Масовий оператор для електрон-електронної взаємодії — такий:

$$\begin{split} \Sigma_{ee\ ni\gamma,n'i'\gamma'}(\varepsilon) &= \Sigma_{ee\ ni\gamma,n'i'\gamma'}^{(1)} + \Sigma_{ee\ ni\gamma,n'i'\gamma'}^{(2)}(\varepsilon), \\ \Sigma_{ee\ n,n'}^{(1)} &= -\frac{1}{4\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon' f(\varepsilon') \tilde{v}_{n_{1},n'}^{(2)\ n,n_{2}} \left[ G_{n_{1},n_{2}}^{aa^{+}}(\varepsilon') - G_{n_{2},n_{1}}^{aa^{+}}(\varepsilon') \right], \\ \Sigma_{ee\ n,n'}^{(2)}(\varepsilon) &= -\left(\frac{1}{2\pi i}\right)^{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon_{1} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon_{2} \tilde{v}_{n_{2},n_{1}}^{(2)\ n,n_{3}} \left\{ f(\varepsilon_{1}) f(\varepsilon_{2}) \times \right. \\ &\times \left[ G_{n_{5},n_{2}}^{aa^{+}}(\varepsilon - \varepsilon_{1} + \varepsilon_{2}) G_{n_{1},n_{4}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) - G_{n_{2},n_{5}}^{aa^{+}}(\varepsilon - \varepsilon_{1} + \varepsilon_{2}) G_{n_{4},n_{1}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) \right] \times \\ &\times \left[ G_{n_{6},n_{3}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{2}) - G_{n_{3},n_{6}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{2}) \right] + f(\varepsilon_{1}) f(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) \left[ G_{n_{2},n_{5}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{2}) - G_{n_{5},n_{2}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{2}) \right] \times \\ &\times \left[ G_{n_{1},n_{4}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) G_{n_{6},n_{3}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) - G_{n_{4},n_{1}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) G_{n_{3},n_{6}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) \right] \right] \times \\ &\times \left[ \tilde{v}_{n_{1},n_{4}}^{n_{2}}(\varepsilon_{1}) - \tilde{v}_{n_{3},n_{6}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) - \tilde{v}_{n_{4},n_{1}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) G_{n_{3},n_{6}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) \right] \right] \times \\ &\times \left[ G_{n_{1},n_{4}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) G_{n_{6},n_{3}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) - G_{n_{4},n_{1}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) G_{n_{3},n_{6}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) \right] \right] \times \\ &\times \left[ \tilde{v}_{n_{1},n_{4}}^{n_{5},n_{6}}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) - G_{n_{4},n_{1}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) G_{n_{3},n_{6}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) \right] \right] \times \\ &\times \left[ \tilde{v}_{n_{1},n_{4}}^{n_{5},n_{6}}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) - G_{n_{4},n_{1}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1}) G_{n_{3},n_{6}}^{aa^{+}}(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2} - \varepsilon) \right] \right] \times$$

У випадку, коли нехтують перенормуванням вершинних частин діяграм для масових операторів, у виразах (14)–(16) необхідно покласти:

$$\Gamma_{\substack{n_4i_4\gamma_4,n_1i'\gamma'}}^{\lambda_2n_2i_2\alpha_2}\left(\varepsilon-\varepsilon',\varepsilon;\varepsilon'\right) = \upsilon_{\substack{n_4i_4\gamma_4,n_1i'\gamma'}}^{\lambda_2n_2i_2\alpha_2}, \quad \Gamma_{n_4,n_1}^{n_5,n_6}\left(\varepsilon_1,\varepsilon-\varepsilon_1+\varepsilon_2;\varepsilon_2,\varepsilon\right) = \tilde{\upsilon}_{\substack{n_6,n'}}^{(2)n_4,n_5}$$

У виразах (15)–(16)  $f(\varepsilon)$  — функція Фермі, а Ферміїв рівень  $\varepsilon_F$  системи визначається рівнанням:

$$\langle Z \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon, \varepsilon_F) g_e(\varepsilon) d\varepsilon$$
, (17)

де  $g_e(\varepsilon)$  задається формулою:

$$g_{e}(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi \nu N} \operatorname{Im} \operatorname{Sp} \left\langle G^{aa^{+}}(\varepsilon) \right\rangle_{c}.$$
 (18)

У виразах (18) дужки  $\langle ... \rangle_c$  позначають усереднення по різних розташуваннях атомів (конфіґураційне усереднення); N — число примітивних комірок; v — число атомів у примітивній комірці. Для скорочення запису надалі індекс c біля дужки  $\langle ... \rangle_c$  опускатимемо.

чення запису надалі індекс c біля дужки  $\langle ... \rangle$  опускатимемо. У формулі (17)  $\langle Z \rangle = \langle N_e \rangle / vN = xZ^A + yZ^B$  — середнє число електронів на атом;  $Z^A$ ,  $Z^B$  — число валентних електронів атомів сорту  $\lambda = A, B$  двокомпонентної системи.

Вирази (12) відрізняються від відповідних виразів для Ґрінової функції одночастинкових Гамільтоніянів невпорядкованої системи лише виглядом масових операторів. У зв'язку з цим для розрахунку Ґрінової функції (12) скористаємося добре відомими методами теорії невпорядкованих систем [10, 11].

### 4. ГУСТИНА ЕЛЕКТРОННИХ ТА ФОНОННИХ СТАНІВ

Виконаємо кластерне розвинення для Ґрінової функцій  $G^{aa^+}(\varepsilon)$ ,  $G^{uu}(\varepsilon)$  у виразах (12), представивши масові оператори (14), (15) у вигляді суми одновузлових операторів і вибравши як нульове одновузлове наближення Ґрінові функції ефективного середовища [7, 9].

Використовуючи запропоновану в роботах [7, 9] методу кластерного розкладу для Ґрінових функцій  $G(\varepsilon)$  (12) та нехтуючи внесками процесів розсіяння електронів на кластерах з трьох і більше атомів, які є малими за деяким малим параметром [7, 11], для густини електронних станів одержимо:

$$g_{e}(\varepsilon) = \frac{1}{\upsilon} \sum_{i,\gamma,s,\lambda} P_{i0}^{\lambda} g_{i0\gamma s}^{\lambda}(\varepsilon) ,$$

$$g_{i0\gamma s}^{\lambda}(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \left\{ \tilde{G}_{i0,i0} + \tilde{G}_{i0,i0} t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{i0,i0} + \sum_{(jl)\neq(i0)} P^{\lambda'/\lambda}_{jli0} \times \left[ \tilde{G}_{i0,i0} [I - t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{i0,jl} t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0}]^{-1} t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{i0,jl} t_{jl}^{\lambda'} (\tilde{G}_{jl,i0} + \tilde{G}_{jl,i0} t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{i0,jl}) + \tilde{G}_{i0,jl} [I - t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0} t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{i0,jl}]^{-1} t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0} t_{i0}^{\lambda} (\tilde{G}_{i0,i0} + \tilde{G}_{i0,jl} t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0}) + \tilde{G}_{i0,jl} [I - t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0} t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{i0,jl}]^{-1} t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0} t_{i0}^{\lambda} (\tilde{G}_{i0,i0} + \tilde{G}_{i0,jl} t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0}) \right] \right\}^{\gamma s, \gamma s}.$$
(19)

Густина фононних станів дається виразом (19), в якому індекс енергетичної зони ( $\gamma$ , s) замінено на індекс проєкції вектора зміщення атома на Декартову вісь координат  $\alpha$  [7]:

$$egin{aligned} egin{aligned} egin{aligne} egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} egin$$

$$+\sum_{\substack{(jl)\neq(i0)\\\lambda'}} P_{jli0}^{\lambda'/\lambda} \left[ \tilde{G}_{i0,i0} \left[ I - t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{i0,jl} t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0} \right]^{-1} t_{i0} \tilde{G}_{i0,jl} t_{jl} \left( \tilde{G}_{jl,i0} + \tilde{G}_{jl,i0} t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{i0,j0} \right) + \tilde{G}_{i0,jl} \left[ I - t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0} t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{i0,jl} \right]^{-1} t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0} t_{i0}^{\lambda} \left( \tilde{G}_{i0,i0} + \tilde{G}_{i0,jl} t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{jl,i0} \right) \right] \right]^{\alpha,\alpha}.$$
 (20)

Ґрінова функція ефективного середовища для підсистеми електронів у формулі (19) дається виразом:

$$\tilde{G}^{aa^{+}}\left(\varepsilon\right) = \left[\left[G_{0}^{aa^{+}}\left(\varepsilon\right)\right]^{-1} - \left(\Sigma_{ef}^{A}\left(\varepsilon\right) + \tilde{\Sigma}_{ee}\left(\varepsilon\right) + \sigma_{e}\left(\varepsilon\right)\right)\right]^{-1}, \quad (21)$$

де масовий оператор електрон-фононної взаємодії чистого кристалу

$$\Sigma_{ef}^{A}\left(\epsilon\right) = \sum_{\substack{n_{1}i_{1}\\n_{2}i_{2}}} \Sigma_{ef}^{An_{1}i_{1},An_{2}i_{2}}\left(\epsilon\right).$$

Величини  $\Sigma_{ef}^{An_i i_1, An_2 i_2}(\varepsilon)$  визначаються виразом (14), в якому Ґрінові функції невпорядкованого кристалу замінені Ґріновими функціями ефективного середовища.

Ґрінова функція ефективного середовища для підсистеми фононів у формулі (20) дається виразом:

$$\tilde{G}^{uu}\left(\varepsilon\right) = \left[\left[G_{0}^{uu}\left(\varepsilon\right)\right]^{-1} - \left(\Sigma_{fe}^{A}\left(\varepsilon\right) + \sigma_{f}\left(\varepsilon\right)\right)\right]^{-1}.$$
(22)

Величини  $\tilde{\Sigma}_{_{ee}}(\varepsilon)$ ,  $\Sigma_{_{fe}}^{^{A}}(\varepsilon)$  у виразах (21), (22) означені аналогічно  $\Sigma_{_{ef}}^{^{A}}(\varepsilon)$ .

<sup>ег</sup> У виразах (21), (22)  $\sigma_e(\varepsilon)$ ,  $\sigma_f(\varepsilon)$  — потенціяли підсистем електронів і фононів ефективного середовища (когерентні потенціяли).

У формулі (19)  $t^{n_1 i_1}$  — оператор розсіяння на одному вузлі:

$$t^{n_{1}i_{1}} = \left[I - \left(\Sigma^{n_{1}i_{1}} - \sigma^{n_{1}i_{1}}\right)\tilde{G}\right]^{-1} \left(\Sigma^{n_{1}i_{1}} - \sigma^{n_{1}i_{1}}\right), \qquad (23)$$

де для підсистеми електронів

$$w + \Sigma_{ef}\left(\varepsilon\right) + \Sigma_{ee}\left(\varepsilon\right) - \Sigma_{ef}^{A}\left(\varepsilon\right) - \tilde{\Sigma}_{ee}\left(\varepsilon\right) = \sum_{(n_{i}i_{i})} \Sigma_{e}^{n_{i}i_{i}}\left(\varepsilon\right),$$

а для підсистеми фононів

$$\frac{\varepsilon^2}{\hbar^2} \Delta M + \sum_{fe} (\varepsilon) - \sum_{fe}^{A} (\varepsilon) = \sum_{(n_i i_i)} \sum_{f}^{n_i i_i} (\varepsilon).$$

Когерентний потенціял для підсистеми електронів дається формулою [7]

$$\begin{aligned} \sigma_{e}^{0i_{1}}\left(\varepsilon\right) &= \left\langle \left[1 - \left(\Sigma_{e}^{0i_{1}}\left(\varepsilon\right) - \sigma_{e}^{0i_{1}}\left(\varepsilon\right)\right)\tilde{G}^{aa^{+}}\left(\varepsilon\right)\right]^{-1}\right\rangle^{-1} \times \\ &\times \left\langle \left[1 - \left(\Sigma_{e}^{0i_{1}}\left(\varepsilon\right) - \sigma_{e}^{0i_{1}}\left(\varepsilon\right)\right)\tilde{G}^{aa^{+}}\left(\varepsilon\right)\right]^{-1}\Sigma_{e}^{0i_{1}}\left(\varepsilon\right)\right\rangle, \end{aligned} \tag{24}$$

а для підсистеми фононів — формулою

$$\sigma_{f}^{0i_{1}}(\varepsilon) = \left\langle \left[ 1 - \left( \Sigma_{f}^{0i_{1}}(\varepsilon) - \sigma_{f}^{0i_{1}}(\varepsilon) \right) \tilde{G}^{uu}(\varepsilon) \right]^{-1} \right\rangle^{-1} \times \left\langle \left[ 1 - \left( \Sigma_{f}^{0i_{1}}(\varepsilon) - \sigma_{f}^{0i_{1}}(\varepsilon) \right) \tilde{G}^{uu}(\varepsilon) \right]^{-1} \Sigma_{f}^{0i_{1}}(\varepsilon) \right\rangle.$$

$$(25)$$

Виконуючи Фур'є-перетвір у виразах (21), (22), Ґрінову функцію підсистеми електронів ефективного середовища можна подати у вигляді

$$\tilde{G}_{ni\gamma,n'i\gamma'}^{aa^{+}}(\varepsilon) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \left[\varepsilon - H^{(1)}(\mathbf{k})\right]_{i\gamma,i\gamma'}^{-1} e^{i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}_{n}+\mathbf{\rho}_{i}-\mathbf{r}_{n'}-\mathbf{\rho}_{\gamma'})},$$
(26)

дe

$$H^{(1)}\left(\mathbf{k}\right) = H^{(1)}_{0}\left(\mathbf{k}\right) + \Sigma^{A}_{ef}\left(\mathbf{k},\varepsilon\right) + \tilde{\Sigma}_{ee}\left(\mathbf{k},\varepsilon\right) + \sigma_{e}\left(\mathbf{k},\varepsilon\right),$$

а Ґрінову функцію підсистеми фононів — у вигляді

$$\tilde{G}_{ni\alpha,n'i'\alpha'}^{uu}(\varepsilon) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \left[ \omega^2 M_A - \Phi(\mathbf{k}) \right]_{i\alpha,i'\alpha'}^{-1} e^{i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}_n + \mathbf{\rho}_i - \mathbf{r}_{n'} - \mathbf{\rho}_i')}, \qquad (27)$$

де

$$\Phi(\mathbf{k}) = \Phi^{(0)}(\mathbf{k}) + \Sigma_{fe}^{A}(\mathbf{k},\varepsilon) + \sigma_{f}(\mathbf{k},\varepsilon).$$

У формулах (26), (27) *N* — число примітивних комірок кристалу; вектор **k** змінюється в межах першої Бріллюенової зони.

Складова матриці силових постійних  $\Phi^{(0)}$  чистого кристалу у виразі (27), що зумовлені прямою Кульоновою взаємодією йонів, має вигляд для  $(ni) \neq (n'i')$ :

$$\Phi_{\alpha\alpha'}^{(0)} \begin{pmatrix} n & n' \\ i & i' \end{pmatrix} = -\frac{Z^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 \left|\mathbf{r}_n + \mathbf{\rho}_i - \mathbf{r}_{n'} - \mathbf{\rho}_{i'}\right|^5} \times$$

$$\times \left[ 3\left(r_{n\alpha} + \rho_{i\alpha} - r_{n'\alpha} - \rho_{i'\alpha}\right) \left(r_{n\alpha'} + \rho_{i\alpha'} - r_{n'\alpha'} - \rho_{i'\alpha'}\right) - \left|\mathbf{r}_n + \mathbf{\rho}_i - \mathbf{r}_{n'} - \mathbf{\rho}_{i'}\right|^2 \delta_{\alpha\alpha'} \right].$$
(28)

Тут Z — валентність йонів.

Масовий оператор  $\Sigma_{fe}^{A}(\mathbf{k},\varepsilon)$  описує опосередковану міжатомову взаємодію притягання через валентні електрони.

Величина  $\tilde{\Sigma}_{eei\gamma,i'\gamma'}(\mathbf{k},\varepsilon)$  у виразі (26) дає поправку до енергії електрона в ефективному середовищі  $h^{(0)}_{i\gamma,i'\gamma'}(\mathbf{k}) + \Sigma^{A}_{efi\gamma,i'\gamma'}(\mathbf{k},\varepsilon) + \sigma_{ei\gamma,i'\gamma'}(\mathbf{k},\varepsilon)$ , що зумовлена розсіянням електронів на динамічних флюктуаціях електронної густини (плазмонах).

У виразі (19)  $P_{i0}^{\lambda} = \langle c_{i0}^{\lambda} \rangle$  — ймовірність заповнення вузла (*i*0) атомом сорту  $\lambda$ ,  $P_{jli0}^{\lambda'/\lambda}$  — умовна ймовірність знайти у вузлі (*jl*) атом сорту  $\lambda'$  за умови, що у вузлі (*i*0) знаходиться атом сорту  $\lambda$ , а  $t_{in}^{\lambda}$  — значення матричних елементів одноцентрових операторів розсіяння для випадку, коли у вузлі (*in*) знаходиться атом сорту  $\lambda$ . Умовні ймовірності  $P_{jli0}^{\lambda'/\lambda}$  у формулі визначаються виразами  $P_{jli0}^{\lambda'/\lambda} = P_{i0}^{\lambda} P_{jli0}^{\lambda'/\lambda} = \langle c_{jl}^{\lambda'} c_{i0}^{\lambda} \rangle$ .

## 5. ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ СИСТЕМИ

Із використанням формули Кубо в роботах [9, 12] одержано вираз для електропровідности системи електронів і фононів невпорядкованого кристалу. З нехтуванням внесками процесів розсіяння на кластерах з трьох і більше вузлів для оптичної електропровідности одержано вираз [9, 12]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\,\sigma_{\alpha\beta}\left(\varepsilon\right) = \\ = \frac{e^{2}\hbar}{4\pi\Omega_{0}\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon_{1} \left[ f\left(\varepsilon_{1}+\varepsilon\right) - f\left(\varepsilon_{1}\right) \right]_{s,s'=+,-} \left( 2\delta_{ss'} - 1 \right) \sum_{\sigma\gamma,i} \left\{ \left[ \upsilon_{\beta}\tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0i0} + \\ + \sum_{\lambda} P_{i0}^{\lambda} \sum_{jl\neq i0} P_{jl}^{\lambda'/\lambda_{i}} \left[ \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s'},\upsilon_{\beta},\varepsilon_{1}^{s}\right)\upsilon_{\alpha}\tilde{G}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0i0} T_{(io,jl)}^{(2d)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\upsilon_{\beta},\varepsilon_{1}^{s}\right)\upsilon_{\alpha}\tilde{G}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0jl} T_{(jl,i0)}^{(2n)\lambda'\lambda}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right)\upsilon_{\beta}\tilde{G}\left(\varepsilon_{1}^{s}\right) \right]_{i0i0} T_{(io,jl)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right)\upsilon_{\beta}\tilde{G}\left(\varepsilon_{1}^{s}\right) \right]_{i0jl} T_{(jl,i0)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right)\upsilon_{\beta}\tilde{G}\left(\varepsilon_{1}^{s}\right) \right]_{i0jl} T_{(jl,i0)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right)\upsilon_{\beta}\tilde{G}\left(\varepsilon_{1}^{s}\right) \right]_{i0jl} T_{(jl,i0)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right)\upsilon_{\beta}\tilde{G}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0jl} T_{(jl,i0)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right) \nabla_{\beta}\tilde{G}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0jl} T_{(jl,i0)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right) \nabla_{\beta}\tilde{G}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0jl} T_{(jl,i0)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right) T_{(i0,jl)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0jl} T_{i0}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right) T_{(i0,jl)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0jl} T_{i0}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) + \\ + \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s},\upsilon_{\alpha},\varepsilon_{1}^{s'}\right) T_{(i0,jl)}^{(2n)\lambda\lambda'}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0} \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{1}^{s'}\right) \right]_{i0} \left[ \tilde{K}\left(\varepsilon_{$$

$$T_{(i0,jl)}^{(2n)\lambda\lambda'} = \left[I - t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{(i0,jl)} t_{jl}^{\lambda'} \tilde{G}_{(jl,i0)} 
ight]^{-1} t_{i0}^{\lambda} \tilde{G}_{(i0,jl)} t_{jl}^{\lambda'}, 
onumber \ T_{(i0,jl)}^{(2d)\lambda\lambda'} = T_{(i0,jl)}^{(2n)\lambda\lambda'} \tilde{G} t_{i0}^{\lambda}.$$

У виразі (29)  $\tilde{K}(\varepsilon_1^s, \upsilon_{\alpha}, \varepsilon_1^{s'}) = \tilde{G}(\varepsilon_1^s)\upsilon_{\alpha}\tilde{G}(\varepsilon_1^{s'}), \quad \tilde{G}(\varepsilon_1^+) = \tilde{G}(\varepsilon_1 + i\delta),$  $\tilde{G}(\varepsilon_1^-) = \tilde{G}(\varepsilon_1 - i\delta), \quad \delta \to +0$  — загаяна та випередна Ґрінові функції відповідно;  $\Omega_0$  — об'єм примітивної комірки, e — заряд електрона;  $\hbar$ 

— Плянкова стала,  $\varepsilon = \hbar \omega$ .

Оператор  $\alpha$ -проєкції швидкости електрона  $v_{\alpha}$  у (29) дорівнює

$$\boldsymbol{v}_{\alpha i,i'}\left(\mathbf{k}\right) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial h_{i,i'}\left(\mathbf{k}\right)}{\partial k_{\alpha}}.$$

#### 6. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ВИСНОВКИ

Проілюструємо застосування розвиненої в роботі методи розрахунку енергетичного спектру електронів і фононів та оптичної провідности вуглецевих нанорурок з домішками. Для прикладу оберемо домішки азоту.

На рисунку 1 зображено густину електронних станів вуглецевої нанорурки хіральности (3,0) з домішкою азоту, що розрахована за формулою (19). Матричні елементи Гамільтоніяна (1) в s-p-моделю сильного зв'язку розраховувались з використанням хвильових фу-



Рис. 1. Густини електронних станів вуглецевої нанорурки з домішкою N для температури T = 300 К. Суцільна крива — 5 ат. % N, штрихова — 20 ат. % N.

нкцій і потенціялів ізольованих атомів за методою Слетера-Костера [14]. Ортогоналізація базису виконана за методою Льовдіна [15]. Оскільки в якості базису вибрані хвильові функції нейтральних ізольованих атомів, то валентності йонів у формулі (28) слід покласти рівними Z = 1. Розрахунки виконано для температури T = 300 К. В розрахунках вважалось, що атоми азоту повністю розупорядковано заміщують атоми вуглецю на вузлах ґратниці. В цьому випадку  $P_{i0}^{\lambda} = P_{jl\ i0}^{\lambda'/\lambda} = c$ , c — концентрація атомів азоту.

Для порівняння на рис. 2 зображено залежність енергії електрона від хвильового вектора для чистої вуглецевої нанорурки хіральности (3,0), що розрахована з умови для полюсів Ґрінової функції електронної підсистеми(26):

$$\det \left[ \varepsilon - H^{(1)} \left( \mathbf{k} \right) \right] = \mathbf{0}$$
 ,

де  $\sigma_e(\mathbf{k},\varepsilon)$  покладено рівним  $\sigma_e(\mathbf{k},\varepsilon) = -i\delta$ ,  $\delta \to +0$ . Примітивна комірка містить 12 атомів вуглецю. Стала кристалічної ґратниці дорівнює *a*.

На рисунку 2 видно перекриття та розщеплення енергетичних зон, що зумовлені нееквівалентним положенням атомів вуглецю в примітивній комірці вуглецевої нанорурки.

З рисунків 1, 2 видно, що піки кривої енергетичної залежности густини станів зумовлені перекриттям енергетичних зон.



**Рис. 2.** Залежність енергії електрона від хвильового вектора для чистої вуглецевої нанорурки хіральности (3,0).

Як видно з рис. 1, зі збільшенням концентрації азоту збільшується густина електронних станів в області домішкової зони та розширюються піки кривої енергетичної залежности густини станів, що зумовлені перекриттям енергетичних зон.

На рисунку 3 зображено густину фононних станів вуглецевих на-



Рис. 3. Густини фононних станів вуглецевої нанорурки з домішкою N для температури T = 300 К. Суцільна крива — 5 ат. % N, штрихова — 20 ат. % N.



**Рис. 4.** Залежність квадрата частоти коливань кристалічної ґратниці від хвильового вектора для чистої вуглецевої нанорурки хіральности (3,0).

норурок з домішкою азоту, що розрахована за формулою (20).

Для порівняння на рис. 4 зображено залежність квадрата частоти коливань кристалічної ґратниці від хвильового вектора для чистої нанорурки, що одержана з умови для полюсів Ґрінової функції фононної підсистеми (27):

$$\det \left| \omega^2 M_A - \Phi \left( \mathbf{k} \right) \right| = \mathbf{0},$$

де  $\sigma_f(\mathbf{k},\varepsilon)$  покладено рівним  $\sigma_f(\mathbf{k},\varepsilon) = -i\delta$  при  $\omega > 0$  і  $\sigma_f(\mathbf{k},\varepsilon) = +i\delta$  при  $\omega < 0$ ,  $\delta \to +0$ . Частоти коливань кристалічної ґратниці відповідають додатнім розв'язкам.

На рисунку 4 видно перекриття та розщеплення енергетичних зон фононів, що, аналогічно електронному спектру, зумовлені нееквівалентним положенням атомів вуглецю в примітивній комірці вуглецевої нанорурки.

З рисунків 3, 4 видно, що піки кривої енергетичної залежности густини станів зумовлені перекриттям енергетичних зон.

Як видно з рис. 3, зі збільшенням концентрації домішки азоту біля дна енергетичної зони з'являється домішкова зона та розширюються піки кривої енергетичної залежности густини станів, що зумовлені перекриттям енергетичних зон. Положення піків на кривій густини фононних станів добре узгоджується з експериментальними даними по комбінаційному розсіянню світла [16].

На рисунку 5 показано енергетичну залежність оптичної провід-



Рис. 5. Енергетична залежність оптичної провідности вуглецевої нанорурки хіральности (3,0) з домішкою азоту для температури T = 300 К. Суцільна крива — 5 ат.% N, штрихова — 20 ат.% N.

ности вуглецевої нанорурки хіральности (3,0) для різних концентрацій домішки азоту, що розрахована за формулою (29) для температури 300 К.

З рисунку 5 видно, що піки на кривій енергетичної залежности оптичної провідності відповідають пікам на кривій енергетичної залежності густини електронних станів і пов'язані з перекриттям енергетичних зон, що зумовлено нееквівалентним положенням атомів вуглецю в примітивній комірці вугецевої нанорурки. Збільшення концентрації домішки азоту призводить розширення піків оптичної провідности.

З наведених вище результатів випливає, що енергетичний спектер та оптична електропровідність вуглецевої нанорурки суттєво залежать від концентрації домішок. Слід чекати, що така концентраційна залежність може стати ще більш суттєвою при зміні характеру домішки та її розподілу на вузлах кристалічної ґратниці (впорядкуванні), коли змінюється симетрія кристалу.

## ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

- 1. E. Durgun and S. Ciraci, *Phys. Rev. B*, 74: 125404 (2006).
- 2. S. B. Fagan, R. Mota, A. J. R. da Silva, and A. Fazzio, *Phys. Rev. B*, **67**: 205414 (2003).
- 3. C. K. Yang, J. Zhao, and J. P. Lu, *Phys. Rev. Lett.*, 90: 257203 (2003).
- 4. E. Durgun, S. Dag, V. M. K. Bagci, O. Gülseren, T. Yildirim, and S. Ciraci, *Phys. Rev. B*, **67**: 201401(R) (2003).
- 5. E. Durgun, S. Dag, S. Ciraci, and O. Gülseren, *J. Phys. Chem. B*, **108**: 575 (2004).
- 6. C. Yang, J. Zhao, and J. P. Lu, Nano Lett., 4: 561 (2004).
- 7. С. П. Репецкий, Т. Д. Шатний, *ТМФ*, **131**, № 3: 456 (2002).
- 8. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике (Москва: Физматгиз: 1962).
- С. П. Репецкий, И. Г. Вышиваная, Металлофиз. новейшие технол., 29, № 5: 587 (2007).
- В. Ф. Лось, С. П. Репецкий, Методы теории неупорядоченных систем. Электронные свойства сплавов (Киев: Наукова думка: 1995).
- 11. V. F. Los' and S. P. Repetsky, J. Phys.: Condens. Matter, 6: 1707 (1994).
- С. П. Репецкий, И. Г. Вышиваная, Металлофиз. новейшие технол., 26, № 7: 887 (2004).
- 13. С. П. Репецкий, Т. Д. Шатний, *ФММ*, **96**, № 1: 18 (2003).
- 14. J. C. Slater and G. F. Koster, Phys. Rev., 94, No. 6: 1498 (1954).
- 15. P. O. Löwdin, J. Chem. Phys., 18, No. 3: 365 (1950).
- U. Ritter, P. Scharff, C. Siegmund, O. P. Dmytrenko, N. P. Kulish, Yu. I. Prylutskyy, N. M. Biliy, V. A. Gubanov, L. O. Komarova, S. V. Lizunova, V. G. Poroshin, V. V. Shlapatskaya, and H. Bernas, *Carbon*, 44: 2694 (2006).
- А. Р. Уббелоде, Ф. А. Льюис, Графит и его кристаллические соединения (Москва: Мир: 1965).