

УДК 531.55

©2012. Д.Д. Лещенко, А.Л. Рачинская, Ю.С. Щетинина

ЭВОЛЮЦИЯ ВРАЩЕНИЙ СИММЕТРИЧНОГО ГИРОСТАТА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ И СОПРОТИВЛЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Исследуется быстрое вращательное движение относительно центра масс динамически симметричного спутника со сферической полостью, заполненной жидкостью большой вязкости, под действием моментов сил гравитации и сопротивления среды. Орбитальные движения с произвольным эксцентриситетом считаются заданными. Анализируется система, полученная после усреднения по движению Эйлера–Пуансо и применения модифицированного метода усреднения. Проведено аналитическое исследование и численный анализ. Установлен эффект убывания модуля кинетического момента спутника. Определена ориентация вектора кинетического момента в орбитальной системе координат.

Ключевые слова: спутник, вращение, метод усреднения.

Введение. Вращательные движения рассматриваются в рамках модели квазитвердого тела, центр масс которого движется по заданной фиксированной орбите вокруг Земли. Задачи динамики, обобщенные и осложненные учетом различных возмущений, и в настоящее время остаются достаточно актуальными. Исследованию вращательных движений тел относительно центра масс под действием возмущающих моментов сил различной физической природы (гравитационных, аэродинамических, сопротивления, влияния полости, заполненной вязкой жидкостью и др.), близкому к приведенному ниже, посвящены работы [1–16].

1. Постановка задачи. Рассматривается движение динамически симметричного спутника относительно центра масс с учетом моментов сил гравитационного притяжения и сопротивления. Тело содержит полость, целиком заполненную жидкостью большой вязкости.

Для решения задачи введем три декартовы системы координат, начало которых совместим с центром инерции спутника [1]. Система координат Ox_i ($i = 1, 2, 3$) движется поступательно вместе с центром инерции: ось Ox_1 параллельна радиус-вектору перигея орбиты, ось Ox_2 параллельна вектору скорости центра масс спутника в перигее, ось Ox_3 параллельна нормали к плоскости орбиты. Положение вектора кинетического момента \mathbf{G} относительно центра масс спутника в системе координат Ox_i определяется углами λ и δ [2]. Система координат Oy_i ($i = 1, 2, 3$) связана с вектором кинетического момента \mathbf{G} : ось Oy_1 лежит в плоскости Ox_3y_3 и направлена так, что векторы $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3$ образуют правую тройку [1], ось Oy_2 лежит в плоскости орбиты (т.е. в плоскости Ox_1x_2). Ось Oy_3 направлена по вектору кинетического момента \mathbf{G} .

Оси системы координат Oz_i ($i = 1, 2, 3$) связаны с главными центральными осями инерции твердого тела. Взаимное положение главных централь-

ных осей инерции и осей Oy_i определим углами Эйлера. При этом направляющие косинусы α_{ij} осей Oz_i относительно системы Oy_i выражаются через углы Эйлера φ, ψ, θ по известным формулам [1].

Рассматривается динамически симметричный спутник ($A_1 = A_2$). Предполагается [2], что угловая скорость ω движения спутника относительно центра масс существенно больше угловой скорости орбитального движения ω_0 , т.е. $\varepsilon = \omega_0/\omega \sim A_1\omega_0/G \ll 1$. Сопротивление среды предполагаем слабым порядка малости ε^2 : $\|I\|/G_0 \sim \varepsilon^2 \ll 1$ [7], где $\|I\|$ – норма матрицы коэффициентов сопротивления, G_0 – кинетический момент спутника в начальный момент времени. Также учитывается, что полость заполнена жидкостью большой вязкости [4], т.е. $\vartheta \gg 1$ ($\vartheta^{-1} \sim \varepsilon^2$),

$$\tilde{P} = P \text{diag}(1, 1, 1), \quad P = \frac{8\pi\rho a^7}{525\vartheta}, \quad (1)$$

где \tilde{P} – тензор, зависящий только от формы полости; ρ, ϑ – плотность и кинематический коэффициент вязкости жидкости в полости соответственно, a – радиус полости.

Центр масс спутника движется по кеплеровскому эллипсу с эксцентриситетом e . Зависимость истинной аномалии ν от времени t дается соотношением

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{\omega_0(1 + e \cos \nu)^2}{(1 - e^2)^{3/2}}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{Q} = \sqrt{\frac{\mu(1 - e^2)^3}{l_0^3}}, \quad (2)$$

где ω_0 – угловая скорость орбитального движения, Q – период обращения, e – эксцентриситет орбиты, μ – гравитационная постоянная, l_0 – фокальный параметр орбиты.

Уравнения движения тела относительно центра масс запишем в форме [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{dG}{dt} &= L_3, \quad \frac{d\delta}{dt} = \frac{L_1}{G}, \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{L_2}{G \sin \delta}, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{L_2 \cos \psi - L_1 \sin \psi}{G}, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= G \cos \theta \left(\frac{1}{A_3} - \frac{1}{A_1} \right) + \frac{L_1 \cos \psi + L_2 \sin \psi}{G \sin \theta}, \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{G}{A_1} - \frac{L_1 \cos \psi + L_2 \sin \psi}{G} \text{ctg} \theta - \frac{L_2}{G} \text{ctg} \delta. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь L_i – моменты приложенных сил относительно осей Oy_i , A_i ($i = 1, 2, 3$) – главные центральные моменты инерции относительно осей Oz_i . Проекция L_i складывается из проекций гравитационного момента L_i^g , момента сил внешнего сопротивления L_i^r и момента сил вязкой жидкости в полости тела L_i^p .

Проекции гравитационного момента L_i^g и момента сил внешнего сопротивления L_i^r на ось Oy_1 имеют вид [2, 7]:

$$L_1^g = \frac{3\omega_0^2 (1 + e \cos \nu)^3}{(1 - e^2)^3} \sum_{j=1}^3 (\beta_2 \beta_j S_{3j} - \beta_3 \beta_j S_{2j}),$$

$$L_1^r = -G \left(\frac{I_{i1} \alpha_{1i} \alpha_{31}}{A_1} + \frac{I_{i2} \alpha_{1i} \alpha_{32}}{A_2} + \frac{I_{i3} \alpha_{1i} \alpha_{33}}{A_3} \right),$$

$$S_{mj} = \sum_{p=1}^3 A_p \alpha_{jp} \alpha_{mp},$$

$$\beta_1 = \cos(\nu - \lambda) \cos \delta, \quad \beta_2 = \sin(\nu - \lambda), \quad \beta_3 = \cos(\nu - \lambda) \sin \delta.$$

Проекции моментов указанных сил на остальные оси записываются аналогично.

С учетом внешних силовых факторов проекции момента сил вязкой жидкости в полости тела на оси Oy_i ($i = 1, 2, 3$), согласно [4], определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} L_i^p = & \frac{P(A_1 - A_3)}{A_1^2} \{ r^2 A_3 (p \alpha_{i1} + q \alpha_{i2}) - A_1 r (p^2 + q^2) \alpha_{i3} \} - \\ & - \frac{P}{A_1 A_3} \left\{ \left(q A_1 J_3 + A_3 \left[-q J_3 + k_1 + l_1 - \frac{A_3 r}{A_1} (J_2 + m') + \frac{A_1 q}{A_3} J_3 \right] \right) \alpha_{i1} - \right. \\ & - \left(p A_1 J_3 - A_3 \left[p J_3 + k_2 + l_2 + \frac{A_3 r}{A_1} (J_1 - m') - \frac{A_1 p}{A_3} J_3 \right] \right) \alpha_{i2} - \\ & \left. - \left(A_3 (q (J_1 - m') - p (J_2 - m')) - A_1 (k_3 + l_3) \right) \alpha_{i3} \right\}, \end{aligned}$$

$$\text{где } k_i = (I_{i1} q - I_{i2} p) \left[r - \frac{\alpha_{33} (\alpha_{31} p + \alpha_{32} q)}{\sin^2 \theta} \right], \quad m' = 3 (A_3 - A_1) \frac{\gamma_{31} \gamma_{33} \mu}{R^3},$$

$$l_i = \frac{G (\alpha_{32} p - \alpha_{31} q)}{\sin \theta} \left(\frac{I_{i2} \cos \varphi \cos \theta}{A_1} - \frac{I_{i3} \sin \theta}{A_3} + \frac{I_{i1} \cos \theta \sin \varphi}{A_1} \right),$$

$$J_i = I_{i1} p + I_{i2} q + I_{i3} r, \quad \gamma_{3i} = \alpha_{1i} \beta_1 + \alpha_{2i} \beta_2 + \alpha_{3i} \beta_3, \quad i = 1, 2, 3,$$

R – расстояние от центра масс спутника до центра притяжения.

Гравитационная постоянная пропорциональна квадрату угловой скорости орбитального движения ω_0 , т.е. $\mu \sim \varepsilon^2$. С учетом рассмотренных ранее

предположений о малости сопротивления среды и о том, что полость заполнена жидкостью большой вязкости, с точностью до величин второго порядка малости проекции момента сил вязкой жидкости в полости тела на оси Oy_i ($i = 1, 2, 3$) имеют вид

$$L_i^p = \frac{P(A_1 - A_3)}{A_1^2} \{ r^2 A_3 (p\alpha_{i1} + q\alpha_{i2}) - A_1 r (p^2 + q^2) \alpha_{i3} \}.$$

Ставится задача исследования эволюции вращений спутника на асимптотически большом интервале времени $t \sim \varepsilon^{-2}$, на котором происходит существенное изменение параметров движения. Для решения задачи будем применять метод усреднения [17].

2. Процедура усреднения. В случае невозмущенного движения Эйлера–Пуансо (при $\varepsilon = 0$), когда эллипсоид инерции является эллипсоидом вращения, углы φ , ψ являются линейными функциями времени, а угол θ – величина постоянная [18]. Величины G , δ , λ , ν в невозмущенном движении являются постоянными.

Для возмущенного движения углы φ , ψ являются быстрыми переменными, а переменные G , δ , λ , ν , θ – медленными. Проводим усреднение системы (3) уравнений для медленных переменных G , δ , λ , θ по быстрым переменным: сначала по ψ , а затем по φ . После усреднения по ψ и φ получим

$$\begin{aligned} \frac{dG}{dt} &= -G \left[\frac{\sin^2 \theta}{2A_1} (I_{11} + I_{22}) + \frac{I_{33}}{A_3} \cos^2 \theta \right], \\ \frac{d\theta}{dt} &= \left[-\frac{I_{11} + I_{22}}{2A_1} + \frac{I_{33}}{A_3} + \frac{PG^2}{A_1^3 A_3} (A_1 - A_3) \right] \cos \theta \sin \theta, \\ \frac{d\delta}{dt} &= -\frac{3\omega_0^2 (1 + e \cos \nu)^3}{G(1 - e^2)^3} (A_1 - A_3) \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right) \times \\ &\quad \times \sin(\nu - \lambda) \cos(\nu - \lambda) \sin \delta, \\ \frac{d\lambda}{dt} &= \frac{3\omega_0^2 (1 + e \cos \nu)^3}{G(1 - e^2)^3} (A_1 - A_3) \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right) \cos^2(\nu - \lambda) \cos \delta. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим два последних уравнения системы (4) и уравнение для истинной аномалии (2). Их можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega_0^2 \Delta(\nu, \delta, \lambda), \quad \dot{\lambda} = \omega_0^2 \Lambda(\nu, \delta, \lambda), \\ \dot{\nu} &= \frac{\omega_0}{h(e)} (1 + e \cos \nu)^2, \quad h(e) = (1 - e^2)^{3/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь Δ , Λ – коэффициенты в правых частях последних двух уравнений (4), δ , λ – медленные переменные, а ν – полумедленная. Применяя модифицированный метод усреднения [19] к данным уравнениям, получим

$$\frac{d\delta}{dt} = 0, \quad \frac{d\lambda}{dt} = -\frac{3\omega_0^2 \cos \delta}{2G(1 - e^2)^{3/2}} (A_1 - A_3) \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right). \quad (6)$$

Видно, что угол отклонения δ вектора кинетического момента \mathbf{G} от вертикали остается постоянным в указанном приближении.

Рассмотрим первые два уравнения системы (4). Их можно представить в следующем виде

$$\frac{dG^2}{dt} = [-a + b \cos 2\theta]G^2, \quad \frac{d\theta}{dt} = [hG^2 - b] \sin 2\theta, \quad (7)$$

$$a = \frac{I_{11} + I_{22}}{2A_1} + \frac{I_{33}}{A_3}, \quad b = \frac{I_{11} + I_{22}}{2A_1} - \frac{I_{33}}{A_3}, \quad h = \frac{P(A_1 - A_3)}{A_1^3 A_3}.$$

Система уравнений (7) имеет первый интеграл

$$hG^2 - b \ln G^2 = b \ln |\sin 2\theta| - a \ln |\operatorname{tg} \theta| + C, \quad C = \text{const}. \quad (8)$$

Согласно (8) было построено семейство кривых, при различных значениях C : $C_1 = 0.5$, $C_2 = 1.5$, $C_3 = 3$ (кривые 1, 2, 3 соответственно) для начальных параметров: $G(0) = 1$, $\theta(0) \in (0; \pi/2)$. Исследован характер поведения функции кинетического момента при изменении величины угла нутации от 0 до π . Из рис. 1 следует, что функция $G(\theta)$ имеет вертикальную асимптоту, которая соответствует углу $\theta = \pi/2$. Численный анализ проводился для коэффициентов первого интеграла: $a > b > 0, h > 0$. Видно, что для углов нутации, соответствующих значениям первой четверти координатной плоскости, функция $G(\theta)$ является монотонно возрастающей, а для второй – убывающей. Функция имеет участки выпуклости и вогнутости, что объясняется влиянием слагаемого, содержащего $\operatorname{tg} \theta$, в (8). Если сопротивление среды вдоль оси A_3 мало, коэффициенты a, b близки по значению в (7), тогда график функции $G(\theta)$ принимает вид, представленный на рис. 2.

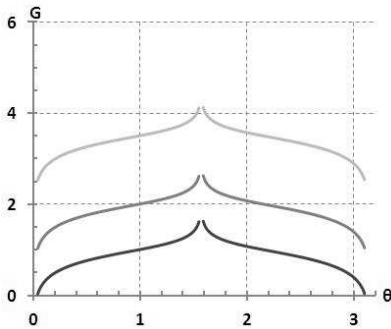


Рис. 1

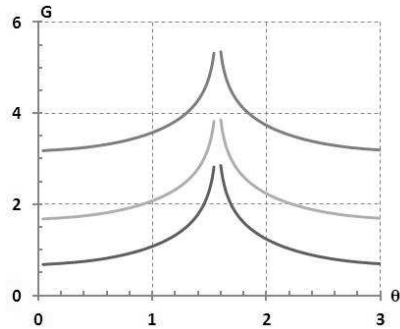


Рис. 2

Исследуем поведение сферического угла θ в малой окрестности стационарных точек $\theta^0 = 0$ и $\theta^0 = \frac{\pi}{2}$ второго уравнения системы (4) при разных значениях центральных моментов инерции: $A_1 > A_3, A_1 < A_3$.

В первом случае $\theta = \delta\theta > 0$ имеем:

$$\delta\theta = \delta\theta_0 \exp 2 \left(-bt + h \int_0^t G^2 dt \right). \quad (9)$$

Из (9) следует, что при $A_1 > A_3$ (сплюснутое тело) вариация $\delta\theta$ монотонно возрастает при $b < 0, h > 0$, а при $b > 0, h > 0$ – монотонно убывает. При $A_1 < A_3$ (вытянутое тело) вариация $\delta\theta$ убывает при $b > 0, h < 0$.

Рассмотрим второй случай: $\theta = \frac{\pi}{2} + \delta\theta, \delta\theta < 0$. Имеем

$$\delta\theta = \delta\theta_0 \exp 2 \left(bt - h \int_0^t G^2 dt \right). \quad (10)$$

Из (10) следует, что при $A_1 > A_3$ вариация $\delta\theta$ монотонно возрастает, так как $b > 0, h > 0$, а при $b < 0, h > 0$ – монотонно убывает. При $A_1 < A_3$ (вытянутое тело) вариация $\delta\theta$ монотонно убывает ($b > 0, h < 0$).

3. Численный расчет. Систему (4) можно численно проинтегрировать. Характерными параметрами задачи будут G_0 – кинетический момент спутника при $t = 0$, Ω_0 – величина угловой скорости ω движения спутника относительно центра масс в начальный момент времени.

Безразмерные величины определяются равенствами

$$\tilde{t} = \Omega_0 t, \quad \tilde{G} = \frac{G}{G_0}, \quad \tilde{A}_i = \frac{A_i \Omega_0}{G_0}, \quad \tilde{L}_i = \frac{L_i}{G_0 \Omega_0}, \quad \varepsilon^2 \tilde{P} = \frac{P \Omega_0^2}{G_0}, \quad \varepsilon^2 \tilde{I}_{ii} = \frac{I_{ii}}{G_0}.$$

Получаем для безразмерных переменных систему

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{G}}{d\tilde{t}} &= -\varepsilon^2 \tilde{G} \left[\frac{\sin^2 \theta}{2\tilde{A}_1} (\tilde{I}_{11} + \tilde{I}_{22}) + \frac{\tilde{I}_{33}}{\tilde{A}_3} \cos^2 \theta \right], \\ \frac{d\theta}{d\tilde{t}} &= \varepsilon^2 \left[-\frac{\tilde{I}_{11} + \tilde{I}_{22}}{2\tilde{A}_1} + \frac{\tilde{I}_{33}}{\tilde{A}_3} + \frac{\tilde{P}\tilde{G}^2}{\tilde{A}_1^3 \tilde{A}_3} (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_3) \right] \sin \theta \cos \theta, \\ \frac{d\delta}{d\tilde{t}} &= 0, \quad \frac{d\lambda}{d\tilde{t}} = \frac{3\varepsilon^2 \tilde{N} \cos \delta}{2\tilde{G}h(e)}, \quad \tilde{N} = (\tilde{A}_1 - \tilde{A}_3) \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta\right), \quad h(e) = (1 - e^2)^{3/2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Интегрирование системы (11) проводится для медленного времени $\tau = \varepsilon^2 \tilde{t}$ при начальных условиях: $G(0) = 1, \delta(0) = \pi/4, \lambda(0) = \pi/4, \theta(0) = \pi/6$ и значениях главных центральных моментов инерции тела $\tilde{A}_1 > \tilde{A}_3, \tilde{A}_1 = 4.175, \tilde{A}_3 = 1.67$.

Было рассмотрено два расчетных случая для различных значений коэффициентов сопротивления: 1) $\tilde{I}_{11} = 2.322, \tilde{I}_{22} = 1.31, \tilde{I}_{33} = 1.425$ и 2) $\tilde{I}_{11} = 2.6, \tilde{I}_{22} = 3.0, \tilde{I}_{33} = 0.5$. Исследуется круговая орбита с эксцентриситетом $e = 0$.

4. Анализ полученных результатов. Результаты численного интегрирования в расчетном случае 1) представлены на рис. 3–6. В этом случае величина в квадратных скобках второго уравнения системы (11) будет положительной. Графики построены для трех разных значений безразмерного коэффициента момента сил вязкой жидкости в полости тела: $\tilde{P} = 0.5$, $\tilde{P} = 20$, $\tilde{P} = 100$, которые на рисунках отмечены цифрами 1, 2 и 3 соответственно.

Изменение величины вектора кинетического момента представлено на рис. 3. Численный анализ показывает, что увеличение влияния момента сил вязкой жидкости в полости тела приводит к торможению тела с меньшим градиентом.

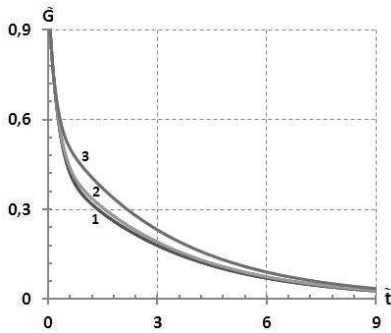


Рис. 3

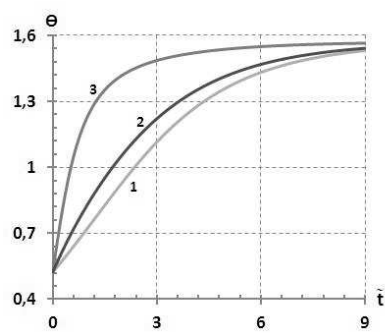


Рис. 4

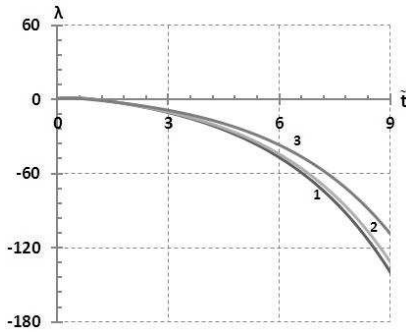


Рис. 5

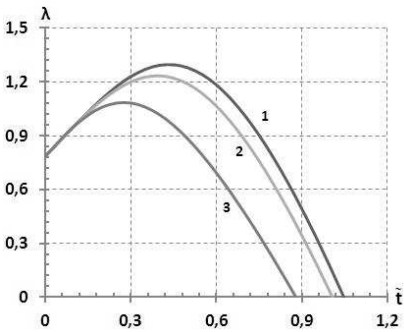


Рис. 6

Функция $\theta = \theta(t)$ (рис. 4) монотонно возрастает и угол θ стремится к предельному значению $\pi/2$. Стоит отметить, что при существенном влиянии момента сил вязкой жидкости в полости тела (рис. 4, кривая 3), процесс возрастания угла нутации происходит быстрее. Следовательно, это позволяет утверждать, что наличие в теле полости с вязкой жидкостью ускоряет нутацию спутника. При этом поворот вектора кинетического момента вокруг оси

вертикали к плоскости орбиты замедляется (рис. 5, кривая 3).

На рис. 7–9 представлено изменение параметров в расчетном случае 2). При этом величина в квадратных скобках второго уравнения системы (12) будет отрицательной. Поэтому, на некотором начальном участке, соответствующем достаточно большим значениям \tilde{G} (рис. 7) при значительном влиянии момента сил вязкой жидкости в полости, угол θ стремится к $\frac{\pi}{3}$ (рис. 8, кривая 3). Однако с течением времени, когда \tilde{G} становится достаточно малым, твердое тело стремится к вращению вокруг оси A_1 .

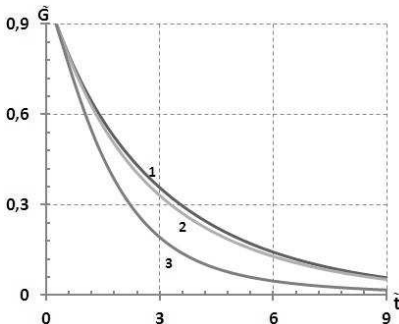


Рис. 7

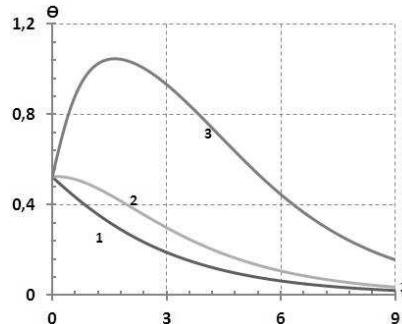


Рис. 8

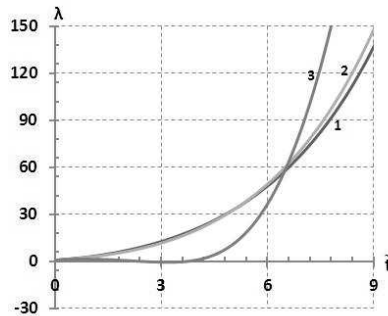


Рис. 9

При слабом влиянии момента сил вязкой жидкости функция $\theta = \theta(t)$ начинает монотонно убывать (рис. 8, кривая 1), тогда как функция λ монотонно возрастает (рис. 9, кривая 1). Это происходит из-за того, что в расчетном случае 2) выражение $\left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta\right)$ для функции λ остается положительным на всем интервале времени. В расчетном случае 1) угол θ увеличивается и проходит критическое значение $\theta^* \approx 0.96$, поэтому знак выражения \tilde{N} в (11) меняется, а следовательно, и функция λ монотонно убывает (рис. 6).

Если в системе (11) положить $\tilde{P} = 0$ (полость с жидкостью отсутствует), то результат численного расчета полностью совпадает с [10]. В случае отсутствия влияния сопротивления были получены результаты, соответствующие исследованиям в [11].

Заключение. Таким образом, исследовано движение динамически симметричного спутника относительно центра масс под действием совместного влияния гравитационного притяжения, линейного сопротивления и момента сил вязкой жидкости в полости тела. Аналитически и численно установлены основные свойства вращений.

1. *Белецкий В.В.* Движение искусственного спутника относительно центра масс. – М.: Наука, 1965. – 416 с.
2. *Черноусько Ф.Л.* О движении спутника относительно центра масс под действием гравитационных моментов // Прикл. математика и механика. – 1963. – **27**, № 3. – С. 474–483.
3. *Белецкий В.В.* Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. – М.: Изд-во МГУ, 1975. – 308 с.
4. *Черноусько Ф.Л.* Движение твердого тела с полостями, заполненными вязкой жидкостью при малых числах Рейнольдса // Ж. вычисл. математики и мат. физ. – 1965. – **5**, № 6. – С. 1049–1070.
5. *Белецкий В.В.* Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников. – Киев: Наук. думка, 1984. – 188 с.
6. *Кошляков В.Н.* Задачи динамики твердого тела и прикладной теории гироскопов: Аналитические методы. – М.: Наука, 1985. – 288 с.
7. *Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д., Черноусько Ф.Л.* Быстрое движение вокруг неподвижной точки тяжелого твердого тела в сопротивляющейся среде // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1982. – № 3. – С. 5–13.
8. *Кузнецова Е.Ю., Сазанов В.В., Чебуков С.Ю.* Эволюция быстрого вращения спутника под действием гравитационного и аэродинамического моментов // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2000. – № 2. – С. 3–14.
9. *Iñarra M., Lanchares V.* Chaotic pitch motion of an asymmetric non-rigid spacecraft with viscous drag in circular orbit // Intern. J. Non-Linear Mech. – 2006. – **41**. – P. 86–100.
10. *Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д., Рачинская А.Л.* Эволюция быстрого вращения динамически симметричного спутника под действием гравитационного момента в сопротивляющейся среде // Механика твердого тела. – 2006. – Вып. 36. – С. 58–63.
11. *Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д., Рачинская А.Л.* Эволюция вращений спутника с полостью, заполненной вязкой жидкостью // Там же. – 2007. – Вып. 37. – С. 126–139.
12. *Сидоренко В.В.* Эволюция вращательного движения планеты с жидким ядром // Астрон. вестник. – 1993. – **27**, № 2. – С. 119–127.
13. *Вильке В.Г., Шатина А.В.* Эволюция вращения спутника с полостью, заполненной вязкой жидкостью // Космич. исслед. – 1993. – **31**, № 6. – С. 22–30.
14. *Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д.* Быстрое вращение вокруг неподвижной точки тяжелого гиростата в сопротивляющейся среде // Прикл. механика. – 1982. – **18**, № 7. – С. 102–107.
15. *Лещенко Д.Д., Суксова С.Г.* О движении несимметричного гиростата в среде с сопротивлением // Междунар. МФН–АНН ж. Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах. – 2003. – **9**, № 2 (18). – С. 83–89.
16. *Акуленко Л.Д., Зинкевич Я.С., Лещенко Д.Д., Рачинская А.Л.* Быстрые вращения спутника с полостью, заполненной вязкой жидкостью, под действием моментов сил гравитации и светового давления // Космич. исслед. – 2011. – **49**, № 5. – С. 453–463.
17. *Волосов В.М., Моргунов Б.И.* Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. – М.: Изд-во МГУ, 1971. – 507 с.
18. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 1. Механика. – М.: Наука, 1973. – 208 с.

19. Акуленко Л.Д. Схемы усреднения высших степеней в системах с быстрой и медленной фазами // Прикл. математика и механика. – 2002. – 66, № 2. – С. 165–176.

D.D. Leshchenko, A.L. Rachinskaya, Yu.S. Shchetinina

Evolution of rotations of symmetric gyrostat in gravitational field and resistive medium

Rapid rotational motion of a dynamically symmetric satellite about a center of mass under the action of gravitational torque and the external resistance torque is studied. The satellite has a cavity filled with high-viscosity fluid. Orbital motions with an arbitrary eccentricity are supposed to be specified. The system, obtained after averaging over the Euler–Poinot motion and applying the modified averaging method, is analyzed. The analytical study and numerical analysis are performed. It is discovered that the modulus of the angular momentum decreases. The orientation of the angular momentum vector in the orbital frame of reference is determined.

Keywords: *satellite, rotation, averaging method.*

Д.Д. Лещенко, А.Л. Рачинська, Ю.С. Щетиніна

Еволюція обертань симетричного гіростата в гравітаційному полі та опорному середовищі

Досліджується швидкий обертальний рух відносно центра мас динамічно симетричного супутника зі сферичною порожниною, заповненою рідиною великої в'язкості, під дією моментів сил гравітації та опору середовища. Орбітальні рухи з довільним ексцентриситетом вважаються заданими. Аналізується система, що отримана після усереднення за рухом Ейлера–Пуансо та застосування модифікованого методу усереднення. Проведено аналітичне дослідження і чисельний аналіз. Встановлено ефект спадання модуля кінетичного моменту супутника. Визначено орієнтацію вектора кінетичного моменту в орбітальній системі координат.

Ключові слова: *супутник, обертання, метод усереднення.*

*Гос. академия строительства и архитектуры, Одесса, Украина
Одесский национальный ун-т им. И.И.Мечникова, Украина*

Получено 20.06.12

`leshchenko_d@ukr.net, rachinskaya@onu.edu.ua, powtampik@gmail.com`