

ДЕЯКІ СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИХ МЕТОДІВ

1. Вступ

Аналітичним методам властивий цілий ряд переваг у математичному моделюванні наукових та прикладних задач, але їх застосування вимагає значних трудових витрат, широких знань, розвинутого інтелекту для аналізу формульних виразів, вибору шляхів та здійснення розв'язування.

Джерело переваг та недоліків єдине – мова формульних виразів незрівнянно багатша та складніша за мову чисел. Якщо процес розв'язування задачі можна описати у термінах стандартних типів даних вхідної мови системи комп'ютерної алгебри (СКА), то вона розв'язується автоматично. У протилежному випадку автоматичний процес вимушено зупиняється і необхідне втручання людини. Для характеристики такої ситуації при використанні чисельно-аналітичних методів (ЧАМ), на наш погляд, доцільно ввести термін «відносна алгоритмічна проблема». Згідно з уточненням поняття алгоритму, сформульованому академіком В.М. Глушковим [1], алгоритмічна проблема містить два нюанси: існування алгоритму для розв'язування задачі *чітко окресленими засобами* (курсив наш). Останнє й визначає адекватність введеного терміну ситуації.

Тому важливим аспектом автоматизації ЧАМ завжди було і є питання про достатню повноту властивостей вхідної мови та про способи представлення задачі і процесу її розв'язування у вигляді даних для СКА.

Пов'язана з цим діяльність суб'єкта – людини або комп'ютера підпадає під значення терміну “інтелект” у тому прагматичному розумінні, яке надавалося йому з самого початку у словосполученнях “artificial intelligence” та “amplifier intelligence” [2]. Розроблення необхідних засобів та автоматизацію такої діяльності у чисельно-аналітичному розв'язуванні природно назвати *інтелектуалізацією*, а функції, що виконуються на всіх етапах розв'язування задачі і пов'язані із представленням даних та процесу розв'язування, – інтелектуальними.

Отже, тут інтелектуалізація розглядається як складова загальної проблеми автоматизації чисельно-аналітичного розв'язування складних для людини задач мовами СКА з метою підвищення продуктивності інженерних та науково-дослідних робіт.

2. Основні етапи розвитку СКА як засобів автоматизації ЧАМ

Історія виникнення й розвитку спроможностей СКА докладно висвітлена у працях [4 –10]. У даній роботі увага сконцентрована на основних етапах якісної зміни властивостей СКА для підвищення продуктивності чисельно-аналітичного розв'язування при зростанні складності задач внаслідок природного розвитку науки та інженерії.

З появою обчислювальної техніки суб'єкти розв'язування задач утворюють систему “людина + комп'ютер” [11]. Аналіз СКА, проведений з таких позицій, показав, що на кожному з цих етапів продуктивному розв'язуванню задач відповідає певний розподіл функцій між компонентами системи “людина-комп'ютер”, зумовлений рівнем розвитку спроможностей обчислювальної техніки, властивостями вхідних мов й вартістю праці. Критерії оцінки продуктивного застосування ЧАМ є відображенням такого розподілу.

2.1. Принципова можливість створення технічних засобів для виконання подібної інтелектуальної роботи цікавила математиків ще до появи електронної обчислювальної техніки. Спроби конструктивного доведення існування розв'язку таких проблем пов'язані з ім'ям Андре Марі Ампера, Ади Лавлейс, Алана Тьюрінга та інших

[12], але помітних результатів у той період отримано не було. До появи електронно-обчислювальної техніки аналітичне розв'язування задач здійснювалося людиною "вручну".

2.2. 3 появою комп'ютерів у п'ятидесяті роки спочатку розроблялися програми для розв'язування окремих стандартних задач [13-16]. Представлення даних здійснювалося машинною мовою і розроблялося для кожної задачі окремо. Поява алгоритмічних мов високого рівня дала змогу перейти до створення більш загальних алгоритмів та програм, а потім і систем програмування.

Висока відносна вартість праці та невеликі можливості ЕОМ того періоду, які були розташовані у наукових центрах із цілком окресленою тематикою досліджень, сприяли появі спеціалізованих СКА для автоматизації роботи з окремими класами виразів (поліноми, елементарні функції, функціональні ряди тощо). На цьому етапі розвитку СКА функції, пов'язані з інтелектуальною діяльністю: на формування математичної моделі, розроблення представлення даних, програмування, введення початкових даних тощо виконувалися людиною. Це вимагало значних трудових витрат фахівців високої кваліфікації, але у наслідок однорідності тематики час, що витрачався, був невеликим відносно загального часу експлуатації програм. Тому підготовчий етап не складав суттєвої частини загального процесу розв'язування, і продуктивність застосування ЧАМ характеризувалася відношенням [4]

$$\eta = \frac{T_{КОМ}^{Обч}}{T_{люд}^{Обч}} \ll 1, \quad (1)$$

де $T_{КОМ}^{Обч}$ і $T_{люд}^{Обч}$ – час, витрачений відповідно при виконанні скомпільованої програми та людиною безпосередньо на символічні й числові обчислення при розв'язуванні задачі одного класу.

2.3. Подальший рівень розвитку обчислювальної техніки, поширення області запровадження та спектру ЧАМ привели до створення універсальних СКА. Як наслідок напрацьованого досвіду і логіки розвитку на попередньому етапі розроблення вхідних мов здійснювалося на основі парадигми "стандартний тип". Розв'язування задач за допомогою більшості з них полягало у поданні даних та алгоритмів у термінах типових структур і функцій вхідної мови, компіляції й автоматичного виконання програми. Це забезпечувало швидкість обчислень, але робило програму недосяжною для користувача під час виконання. З ускладненням задач процес розв'язування вимушено ставав частково-автоматичним – при збільшенні обсягу та складності даних їх аналіз та вибір подальших шляхів перетворень передавався людині. З цього приводу ще у 70-ті роки було зауважено [17], що пересічними користувачами при практичному використанні значно більш продуктивною визнається відносно невелика решта СКА, загальною властивістю вхідних мов яких була спроможність до інтерактивного режиму виконання програми, не дивлячись на суттєві втрати часу при обчисленнях за рахунок інтерпретації програми. Найпершими серед подібних СКА були обчислювальні комплекси та системи з вхідними мовами сім'ї АНАЛІТИК, робота над якими розпочата у середині 60-х років під керівництвом академіка В.М.Глушкова і ведеться донині [18].

2.4. На основі дослідження й аналізу результатів розроблення і запровадження подібних вітчизняних й закордонних систем та мов, а також досвіду їх застосування [9], було встановлено, що в умовах збільшення складності задач і методів однією з основних причин високої продуктивності систем з означеною властивістю є автоматизоване виконання у діалозі людиною інтелектуальних функцій на всіх етапах розв'язування. Із зростанням складності об'єктів, з одного боку, й швидкодії ЕОМ, з іншого, $T_{КОМ}^{Обч}$ стає відносно невеликою складовою часу, який фактично витрачається, і критерій (1) не давав правильного уявлення про продуктивність. Цей висновок був логічним узагальненням результатів аналізу проблем, пов'язаних із налагодженням програм, що

реалізують ЧАМ. Ці проблеми, на наш погляд, були першим чутливим проявом вищезгаданої відносної алгоритмічної проблеми, оскільки об'єкти, що створювалися не налагодженими програмами, звичайно, не були типовими для СКА. Коефіцієнт, що характеризує продуктивність автоматизованих систем відносно автоматичних, при розв'язуванні таких задач визначається вже іншим, ніж (1), співвідношенням:

$$\eta = \frac{T_{\text{діал}}^{\text{Обч}}}{T_{\text{Обч}}^{\text{Обч}}} = \frac{T_{\text{діал}}^{\text{інт}} + T_{\text{авт}}^{\text{Обч}}}{T_{\text{люд}}^{\text{інт}} + T_{\text{ком}}^{\text{Обч}}} \ll 1, \quad (2)$$

де $T_{\text{авт}}^{\text{Обч}}$ – час, витрачений на обчислення при інтерпретації програми; $T_{\text{діал}}^{\text{інт}}$ і $T_{\text{люд}}^{\text{інт}}$ – час, витрачений на діалогове оброблення даних та виконання відповідного етапу людиною “вручну”. З удосконаленням інтерфейсу діалоговий режим виявлявся продуктивнішим, бо звільняв людину від рутинної праці та підсилював її інтелектуальні якості ($T_{\text{діал}}^{\text{інт}} \ll T_{\text{люд}}^{\text{інт}}$). Він дозволив створити численні автоматизовані системи, ефективні у самих різноманітних галузях науки та техніки.

Отже, на цьому етапі продуктивність праці була збільшена шляхом перерозподілу інтелектуальних функцій між компонентами системи “людина-комп'ютер”. Досконалі інтерактивні системи підсилили інтелектуальні якості людини, зокрема, при налагодженні програм, що дало змогу продуктивно (2) розв'язати задачі більшої складності. У діалозі успішно розв'язується широке коло задач. Це робить діалоговий режим на даний час одним із основних способів математичного моделювання у науковій та інженерній практиці.

Аналіз стану розвитку провідних СКА у 1980-2002 роки [4-6, 19] свідчить, що цей напрям зараз є загальним. Сучасний рівень розвитку універсальних СКА визначають системи MATHEMATICA, MAPLE V, AXIOM і вітчизняні АНАЛІТИК-93 та АНАЛІТИК-2000. З їх появою почалося систематичне застосування обчислювальної техніки для чисельно-аналітичного розв'язування задач за такою поширеною схемою:

1. Універсальність СКА забезпечується різноманітністю типів даних (числа, вектори, матриці, таблиці, строки, масиви, списки, поліноми, функції, групи, диференціальні рівняння тощо), визначених на рівні реалізації, та потужністю бібліотек математичних і графічних функцій, визначених на цих типах.

2. Автоматичний режим. Людина на підготовчому етапі представляє задачу та процес розв'язування у термінах стандартних типів даних та процедур математичних бібліотек. При цьому основними є функціональний та процедурний стилі програмування. Оцінкою продуктивності такого використання СКА є співвідношення (1). Якщо представлення всього процесу розв'язування викликає труднощі, розв'язування переводиться у інтерактивний режим.

3. Інтерактивний режим. У цьому режимі людина та комп'ютер утворюють єдину систему, в якій обчислювальні функції виконує комп'ютер, а функції, пов'язані із представленням даних – людина. Оцінкою продуктивності такого використання СКА є співвідношення (2).

2.5. На сучасному етапі стрімкий розвиток можливостей та поширення комп'ютерної техніки, ріст комп'ютерної грамотності і математичної підготовки користувачів є стимулом для переходу до розв'язування задач з новим рівнем складності. Як показують дослідження та досвід, такий перехід пов'язаний з багатьма труднощами. Вирішення цих питань неможливе без усвідомлення вмісту поняття “складна задача” комп'ютерної алгебри.

3. Складні задачі комп'ютерної алгебри

Поняття складності є феноменологічним та відносним і звичайно пов'язується із загальними фізичними та інтелектуальними витратами на розв'язування [11, 20–24].

Нове для комп'ютерної алгебри поняття «складної задачі» можна ввести як характеристику сучасного фактора, що знижує продуктивність застосування комп'ютерної алгебри у науково-дослідницьких та інженерних

роботах і зумовлює актуальність теми цих досліджень.

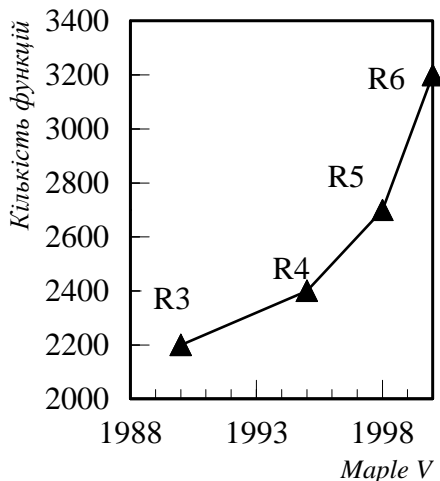


Рис. 1. Темпи зростання кількості стандартних функцій

3.1. Дослідження показали [4, 19], що прагнення підтримати повсюдне використання і розширення області застосування автоматичних методів комп'ютерної алгебри переважно вирішується на основі парадигми "стандартний тип" шляхом безупинної розробки все нових і нових проблемно орієнтованих стандартних типів даних та процедур. Це веде до швидкого (фактично експоненціального!) зростання обсягу функціонального наповнення СКА (рис. 1) і тільки частково вирішує відносну алгоритмічну проблему. Внаслідок природного розвитку науки та інженерії кількість стандартних типів та процедур СКА мусить безперервно зростати і далі, хоча потужність бібліотек вже набуває критичних розмірів (рис. 1). Відчуття такої проблеми, у вигляді ствердження про неадекватність вхідних мов СКА мові математики, що використовується при прикладному моделюванні, міститься у працях провідних фахівців з комп'ютерної алгебри [4], починаючи із 90-х років.

Отже, характерною особливістю сучасного застосування ЧАМ є швидке зростання представницьких класів задач, що містять "відносну алгоритмічну проблему". При цьому проблематичним є не існування алгоритму, а можливість продуктивного представлення розв'язування задачі чітко окресленими засобами, тобто вхідною мовою даної СКА. Ця проблема є наслідком неповноти бібліотек стандартних засобів, не дивлячись на їх величезні обсяги (рис.1) і причиною вимушеного переведення чисельно-аналітичного розв'язування у діалоговий режим.

3.2. Найрізноманітнішим за своєю тематикою галузям фундаментальної та прикладної науки [19, 25 –28] притаманне майже експоненціальне зростання аналога функції ємнісної (довжина виразу) складності даних (початкових, проміжних та кінцевих) при лінійній зміні параметра m , що характеризує ускладнення математичної моделі задачі (кількість членів ряду, кількість підстановок, кількість ітерацій ЧАМ тощо). Сучасні потужні комп'ютери дають змогу обробляти величезні інформаційні об'єкти. Але при наявності відносної алгоритмічної

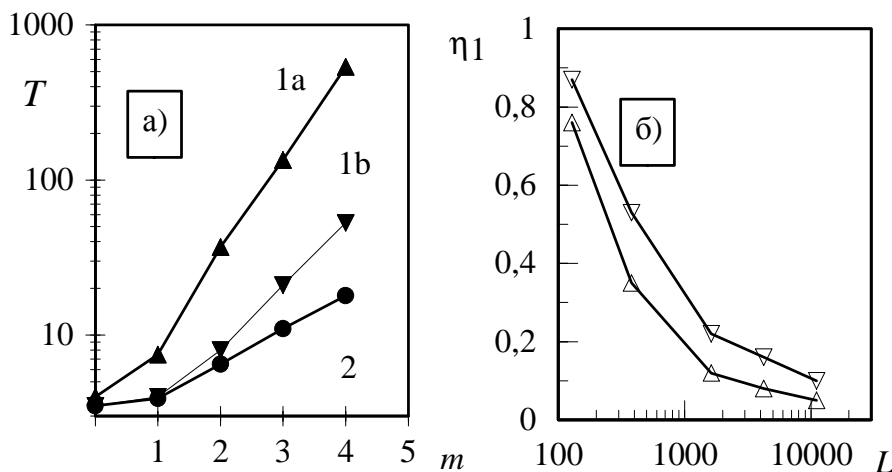


Рис. 2. Спадання продуктивності діалогового розв'язування задачі при розрахунках НДС згину композитного бруса: а) сигнальна часу; б) відносна продуктивність діалогового й автоматичного режимів

проблеми оброблення таких об'єктів перекладається на людину.

Інженерними психологами показано [29, 30], що швидкість оброблення інформації людиною є сталою тільки при невеликій довжині коду:

$$V_{\text{люд}} \sim \text{const} \quad (3)$$

Якщо взяти цей результат (3) за верхню межу зміни швидкості виконання інтелектуальних функцій при ускладненні задачі (спа-

дання швидкості оброблення із складністю задачі буде тільки покращувати якість отриманих тут та далі результатів), то час оброблення пропорційний довжині формульного виразу і зростає відповідно. Експерименти з задачами підтверджують характер цієї залежності. На рис. 2а у логарифмічному масштабі показаний аналог сигнальної часової складності $T^{Об}$ для однієї і тієї ж задачі теорії опору композитних матеріалів [26, 27], що була розв'язана автоматичною програмою та у діалозі. На рис. 2 криві 1а та 1б – загальний час розв'язування: а – в режимі діалогу; б – автоматичною програмою. Крива 2 – “чистий” час процесора”, витрачений на виконання автоматичних перетворень. Криві на рис. 2а ілюструють ще одну особливість застосування ЧАМ: час розв'язування зростає в більшому ступені за рахунок витрат на виконання інтелектуальних функцій. Для найскладнішого варіанту задачі, приміром, «чистий час» перетворень (крива 2) складає ~ 33% і 3.4% від загального часу розв'язування, відповідно, в інтерактивному (крива 1а) й автоматичному (крива 1б) режимах. Порівняння часової продуктивності за критерієм (2) представлені на рис. 2б. Результати свідчать, що продуктивність (часова - ∇ та вартісна - Δ) інтерактивного режиму відносно автоматичного падає при ускладненні задачі. Таким чином, з одного боку, наведені фактори свідчать про підвищення у даний час ролі автоматичного режиму. З іншого боку, внаслідок існування “відносної алгоритмічної проблеми”, розв'язування задач часто треба переводити у діалоговий режим для виконання інтелектуальних функцій людиною.

Наявність описаних факторів не є ознакою, що властива окремим областям науки. Загальною тенденцією сучасної науки та інженерії є математизація й ускладнення математичних моделей проблем, що досліджуються. Ці фактори є причиною додаткових фізичних, матеріальних та інтелектуальних витрат при розв'язуванні, і це дає змогу характеризувати їх відповідно до загального поняття складності (див. вище) як фактори складності.

Чисельно-аналітичне розв'язування задач з подібним феноменологічним проявом складності близьке за своїми якісними та числовими характеристиками до алгоритмів розв'язування класу задач дискретної математики, котрі, звичайно, називають складними (або важкими). Таким чином, правомірність введеної назви “складна задача комп'ютерної алгебри” ґрунтується й на спільності ознак – існування певної алгоритмічної проблеми та схожість сигнальних характеристик (рис. 2, та [19]). Сама назва характеризує класи задач, підвищення продуктивності розв'язування яких потребує інтелектуалізації.

Отже, підвищення продуктивності на сучасному етапі розвитку СКА вимагає нового перерозподілу функцій, при якому частина інтелектуальних функцій виконується СКА автоматично, а частина, звичайно пов'язана із програмуванням та налагодженням програм, інтерактивно. Такий розподіл функцій вимагає інших, ніж (1)-(2), критеріїв, котрі урахують існуюче співвідношення між характеристиками системи “людина-комп'ютер” та розподіл функцій при оцінці відносної продуктивності інтерактивного та автоматичних режимів праці.

4. Дослідження можливості підвищення шляхом інтелектуалізації продуктивності чисельно-аналітичного розв'язування

Структура процесу розв'язування складна, і його продуктивність зумовлена багатьма факторами [9, 11, 24]. Можливість підвищення продуктивності процесу розв'язування складних задач повинна, на наш погляд, витікати із сучасних спроможностей суб'єктів розв'язування забезпечити більшу продуктивність автоматичних програм, ніж діалогових.

4.1. Критерій продуктивності. На рис. 2 показано, що за критерієм (2) більш продуктивною, ніж діалогова, є автоматична програма. Але цей критерій ураховує час, витрачений на виконання інтелектуальних функцій тільки безпосередньо у сеансі із СКА при одному прогоні програми. Практика показує, що на розробку автоматичних програм, як правило, потрібно істотно більше часу, ніж на діалогові. Діалогові програми простіші, однак

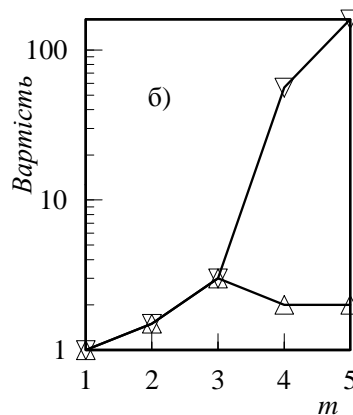
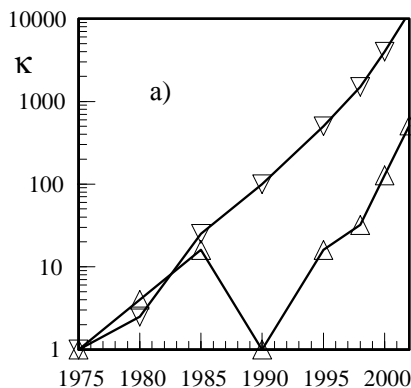
розв'язування в діалозі передбачає візуальну обробку проміжних даних, інтерактивне введення команд, що потребує додаткового часу. Істотним для оцінки продуктивності роботи є і те, що збільшення складності задач і методів вимагає особистої участі в сеансі з діалоговою системою фахівців високої кваліфікації, як правило, авторів задач. Це також веде до додаткових витрат їх праці.

На продуктивність роботи впливають і інші фактори. Це труднощі, пов'язані з природними обмеженнями швидкості обробки інформації людиною, в той час, коли прогрес обчислювальної техніки, за рахунок зростання тактової частоти та пам'яті ОЗУ, зумовлює неперервне збільшення цієї швидкості в другого суб'єкта – комп'ютера. З іншого боку, швидкість обробки інформації програмою залежить від якості алгоритмів, їх реалізації та складності задачі.

При порівняльних оцінках продуктивності пропонується урахувувати загальні часові витрати на всіх етапах розв'язування задачі [9, 24] з урахуванням питомої вартості одиниці праці кожного суб'єкта. Це відповідає і об'єктивній, і суб'єктивній природі складності, а також є доцільним з огляду на різноманітність природи суб'єктів розв'язування задачі, людини і комп'ютера. За критерій продуктивності Π береться величина, обернена до загальної вартості P розв'язуванням масової задачі:

$$\Pi \sim \frac{1}{P} . \quad (4)$$

Параметрами цієї вартості є швидкість обробки інформації V , питома вартість праці p суб'єкта, кількість N прогонів програми за її "життя" та часові витрати T . Відносну швидкість розв'язування задачі людиною та комп'ютером характеризуємо величиною



$$\beta \sim \frac{V_{людина}}{V_{програма}} . \quad (5)$$

Вважаємо, що у (5) має місце (3), а при збільшенні складності задачі швидкість її розв'язування програмою зменшується. Тоді зростанню складності задачі відповідає зростання параметра β у (5).

На рис. 3а показано практично експоненціальне зростання в останні десятиріччя основних параметрів комп'ютерів [31-33], що зумовлюють

Рис. 3. Темпи розвитку основних параметрів системи "людина-комп'ютер":

а) швидкодія та розміри ОЗУ;

б) співвідношення вартості години праці

швидкодію при розв'язуванні задач. Рис. 3б – зростання тактової частоти ∇ та об'єму оперативної пам'яті Δ за останні двадцять сім років. Значення параметрів віднесені (безрозмірна величина κ) до відповідних значень у 1975 році. Залежності показані у логарифмічному масштабі. Таким чином, не беручи до уваги на цьому кроці аналізу якість реалізації алгоритмів оброблення інформації, можна стверджувати, що сьогоденною тенденцією зміни відносної швидкості оброблення інформації людини та програми є спадання параметра (5) при фіксованій складності задачі. Але його значення, що забезпечує виконання умови необхідності інтелектуалізації, потребує дослідження.

На рис. 3б, де $m = 1$ (оператор), 2 (м.н.с), 3 (с.н.с), 4-5 (комп'ютер) у логарифмічному масштабі показана відносна вартість години праці людини та комп'ютера на попередньому етапі розвитку СКА (крива ∇ , 80-ті роки) та на сучасному (крива Δ , 2000-ні роки). На даний час питома вартість праці комп'ютера вже суттєво менша вартості висококваліфікованої праці. Далі приймаємо, що

$$0 < \alpha = p_{ком} / p_{люд} < 1. \quad (6)$$

Параметр α не залежить від складності задачі.

Для діалогової програми загальну вартість оцінимо співвідношенням

$$P_{\text{діал}} = P_{\text{люд}}^{\text{інт}} + P_{\text{авт}}^{\text{Обч}} = N[(P_{\text{люд}} + P_{\text{ком}})T_{\text{діал}}^{\text{інт}} + P_{\text{ком}}T_{\text{ком}}^{\text{Обч}}], \quad (7)$$

де пояснення потребують тільки скорочення: *діал* – діалог, *інт* – інтелектуальні функції, *ком* – програма, *люд* – людина, *авт* – автоматичний режим, *Обч* – автоматичні перетворення.

За умови інтелектуалізації вартість автоматичної програми оцінимо співвідношенням

$$P_{\text{авт}} = P_{\text{люд}}^{\text{інт}} + P_{\text{авт}}^{\text{інт}} + P_{\text{авт}}^{\text{Обч}} = (P_{\text{люд}} + P_{\text{ком}})T^{\text{прог}} + P_{\text{ком}}N(T_{\text{авт}}^{\text{інт}} + T_{\text{ком}}^{\text{Обч}}). \quad (8)$$

У (7) – (8) та далі *прог* – витрати праці людини на програмування. Для діалогової програми цим параметром нехтуємо. При цьому відносна продуктивність інтерактивного режиму збільшується, що тільки підсилює адекватність отриманих далі результатів.

Продуктивність автоматичної програми відносно діалогової описується співвідношенням:

$$\frac{P_{\text{діал}}}{P_{\text{авт}}} \sim \eta = \frac{P_{\text{авт}}}{P_{\text{діал}}} = \eta_0 + \eta_1, \quad (9)$$

де $\eta_0 = \frac{\varepsilon}{N} \frac{(1+\alpha)\gamma}{\gamma+\alpha+\alpha\gamma}$ та $\eta_1 = \alpha \frac{1+\beta\gamma}{\gamma+\alpha+\gamma\alpha}$ – характеризують, відповідно, додаткові витрати на програмування

автоматичної програми й витрати на виконання програми; $0 < \gamma = T_{\text{діал}}^{\text{інт}} / T_{\text{ком}}^{\text{Обч}} < \infty$ – характеристика складності задачі; $\varepsilon = T^{\text{прог}} / T_{\text{діал}}^{\text{інт}}$ – відносна продуктивність програмування. Оскільки задачі складні, то $T_{\text{діал}}^{\text{інт}} \neq 0$.

Виходячи із об'єктивної природи задачі параметр γ вважаємо, як і α , незалежним у (9). Має місце

$$\varepsilon = \varepsilon(\gamma) \text{ та } \beta = \beta(\gamma), \quad (10)$$

де ε характеризує спроможність мови до представлення даних, β – якість реалізації цієї мови метамовою, власності носія СКА, комп'ютера та складність задачі. Має місце

Твердження: Для підвищення продуктивності розв'язування шляхом інтелектуалізації необхідно і достатньо, щоб

$$\frac{T^{\text{прог}}}{\mu N} \leq T_{\text{діал}}^{\text{інт}}, \quad (11)$$

де $\mu = 1 - \frac{\alpha\beta}{1+\alpha}$.

Доведення:

Необхідність. Нехай, завдяки інтелектуалізації, автоматичний режим продуктивніший, тобто має місце

$$\frac{P_{\text{діал}}}{P_{\text{авт}}} \sim \eta = \frac{P_{\text{авт}}}{P_{\text{діал}}} = \eta_0 + \eta_1 \leq 1. \quad (9')$$

Тоді, з урахуванням (9), отримуємо

$$\frac{\varepsilon}{N} \frac{(1+\alpha)\gamma}{\gamma+\alpha+\alpha\gamma} + \alpha \frac{1+\beta\gamma}{\gamma+\alpha+\gamma\alpha} \leq 1$$

або

$$\varepsilon \leq \left(1 - \frac{\alpha}{1+\alpha}\beta\right)N. \quad (11')$$

Враховуючи (9), приходимо до необхідної умови у вигляді (11).

Достатність. Для (9) маємо

$$\eta = \frac{\varepsilon}{N} \frac{(1+\alpha)\gamma}{\gamma+\alpha+\alpha\gamma} + \alpha \frac{1+\beta\gamma}{\gamma+\alpha+\gamma\alpha}.$$

Нехай інтелектуалізація забезпечує виконання критерію (10) або, що те ж саме, (10'). Тоді маємо

$$\eta < \frac{\left(1 - \frac{\alpha}{1+\alpha}\beta\right)N}{N} \frac{(1+\alpha)\gamma}{\gamma+\alpha+\alpha\gamma} + \alpha \frac{1+\beta\gamma}{\gamma+\alpha+\gamma\alpha}.$$

Після перетворень приходимо до

$$\eta < 1. \quad \blacksquare$$

4.2. Дослідження критерію (11)

1. Інтерфейс користувача СКА, що підсилює інтелектуальні якості людини у режимі діалогу, досяг високого рівня і у даний час якісно не змінюється [19]. Тоді, згідно з (5), $V_{люд}$ у (11) можна вважати сталою і параметр μ буде залежати тільки від $\alpha, V_{ком}$, а $T_{діал}^{інт}$ буде неявною мірою складності задачі.

2. Легко бачити, чим менша ліва частина нерівності (11), тим продуктивніший автоматичний режим, чого можна досягти збільшенням N та μ , а також зменшенням $T^{прог}$.

3. Продуктивність автоматичного режиму буде більша при розробленні і використанні стандартних програм для розв'язування масових задач ($N \gg 1$).

4. Збільшення μ досягається зменшенням значень параметрів α та β (11'). Сучасна тенденція полягає у зменшенні α (рис. 3б) і має місце (6).

5. Зменшення β досягається збільшенням швидкості $V_{ком}$ оброблення інформації за рахунок подальшого розвитку комп'ютерної техніки (рис. 3а), а також за рахунок якості реалізації процедур, що виконують інтелектуальні функції. З (11) можна отримати граничну оцінку значення, за межами якої умова (11) не буде виконуватися.

Нехай $\alpha = \text{const}$. Тоді із (11') та (5) отримуємо

$$1 - \frac{\alpha}{1+\alpha}\beta > 0$$

або

$$\frac{V_{люд}}{V_{ком}} < 1 + \frac{1}{\alpha}. \quad (12)$$

Співвідношення (12) може бути використане при розробленні вхідних мов СКА для оцінки ефективності їх реалізації, яка повинна забезпечувати успіх інтелектуалізації. Наприклад, на сьогоднішній день (рис. 3) маємо, що $\alpha \sim 1$, і з (12) отримуємо

$$\frac{V_{люд}}{V_{ком}} < 2. \quad (12')$$

Легко перевірити, що при невиконанні (12) автоматичний режим буде продуктивнішим (умова (9')) тільки при нульовій складності ($\gamma = 0$) задачі.

6. При фіксованому рівні розвинення інтерфейсу користувача зменшення часу програмування $T^{прог}$ може бути досягнуто шляхом розвинення вхідної мови до рівня, достатнього для здійснення інтелектуалізації.

Нехай складність задачі зростає. Тоді приросту параметра γ відповідає співвідношення, що легко отримується із (11):

$$\frac{1}{\mu} \Delta T^{prog} - \frac{T^{prog}}{\mu^2} \Delta \mu \sim \Delta T_{dial}^{int}$$

або

$$\frac{1}{\mu} \Delta T^{prog} + \frac{T^{prog}}{\mu^2} \frac{\alpha}{1 + \alpha} \frac{V_{люд}}{V_{ком}^2} |\Delta V_{ком}| \sim \Delta T_{dial}^{int}. \quad (13)$$

7. З (13) видно, що ліва частина є сумою двох додатних доданків. Таким чином, якщо реалізація вхідної мови та якість програми на певному проміжку складності забезпечують більшу продуктивність автоматичного режиму, ніж діалогового (умова (9')), то при її збільшенні на цьому проміжку зростання часу на програмування менше, ніж збільшення часу на виконання інтелектуальних функцій у діалозі. Застосування автоматичних програм за умови інтелектуалізації веде до менших відносних витрат висококваліфікованої праці.

8. Другий доданок у (13) пропорційний T^{prog} . Із зростанням складності продуктивність автоматичного режиму буде зростати, оскільки витрати висококваліфікованої праці T^{prog} на створення автоматичних програм будуть зростати повільніше, ніж витрати такої ж праці у діалозі.

Отже, за умови, що властивості вхідних мов мають достатній рівень штучного інтелекту для програмування автоматичного розв'язування складних задач, сучасні тенденції розвинення комп'ютерної техніки зумовлюють більшу продуктивність автоматичного режиму, ніж інтерактивного. Тобто, цей аспект достатності проблеми подальшого якісного підвищення продуктивності чисельно-аналітичного розв'язування наукових та прикладних задач шляхом інтелектуалізації на новому рівні складності задач виконується: сучасні тенденції розвитку комп'ютерної техніки сприяють (рис. 4) зменшенню значення α у (6) та β у (5) і, таким чином, виконанню співвідношення (11) як достатньої умови підвищення продуктивності розв'язування складних задач шляхом автоматизації.

Разом з цим значення β залежать від якості вхідної мови СКА, і цей аспект достатності потребує окремого дослідження [19].

4. Висновки

На основі проведених досліджень можна зробити наступні висновки.

Загальною тенденцією сучасної науки і техніки є математизація й ускладнення математичних моделей задач, що досліджуються. Рівень розвитку комп'ютерної техніки і підготовленості користувачів дає змогу переходити до розв'язування задач недосяжної раніше складності. Потреба в оперуванні величезними аналітичними виразами при розв'язуванні задач, які містять відносну алгоритмічну проблему, перетворюється у фактор, що суттєво знижує продуктивність праці наукових та інженерних працівників при використанні діалогового режиму СКА.

У роботі встановлено, що на сучасному рівні розвитку комп'ютерної техніки подальше якісне підвищення продуктивності застосування ЧАМ може бути досягнуте новим рівнем автоматизації – інтелектуалізацією. За умови, що інтелектуалізація здійснена, автоматичні програми продуктивніші за діалогові при розв'язуванні складних задач. Більш того, їх продуктивність зростатиме разом із зростанням складності задач. У праці [19] показано, що на даний час цьому напрямку комп'ютерної алгебри характерні стихійність розвитку та відсутність єдиних уявлень про способи загального вирішення.

Отже, є актуальним виділення із загальної проблеми автоматизації проблеми інтелектуалізації, тобто розроблення теоретичних і прикладних основ представлення складних задач і процесу їх розв'язування як даних СКА. На наш погляд, є природним вивести підходи до вирішення цієї проблеми із природи задач як феноме-

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Глушков В.М. Теория алгоритмов. – К.: КВИРТУ, 1961. – 168 с.
2. Базы знаний интеллектуальных систем / Т.А. Гаврилова, В.Ф. Хорошевский. – С-Пб: Питер, 2001. – 384 с.
3. Ван-Хьюльзен Я., Калме Ж. Системы компьютерной алгебры // Компьютерная алгебра. Символьные и алгебраические вычисления. – М.: Мир, 1986. – С. 277 – 307.
4. Абрамов С.А., Зима Е.В., Ростовцев В.А. Компьютерная алгебра // Программирование. – 1992. – № 5. – С. 4 – 25.
5. Васильев Н.Н., Еднерал В.Ф. Компьютерная алгебра в физических и математических приложениях // Программирование. – 1994. – № 1. – С. 70 – 82.
6. Васильев Н.Н., Гердт В.П., Еднерал В.Ф., Ширков Д.В. Компьютерная алгебра в научных и инженерных приложениях // Программирование. – 1996. – № 6. – С. 34 – 47.
7. Грошева М.В., Ефимов Г.Б. О системах аналитических вычислений на ЭВМ // Пакеты прикладных программ. Аналитические преобразования. – М.: Наука, 1988. – С. 5 – 30.
8. Грошева М.В., Климов Д.М. Опыт использования аналитических преобразований на ЭВМ в задачах механики: Препр. / Ин-т проблем механики; 296. – М.: 1987. – 40с.
9. Клименко В.П. Основные принципы построения систем интерпретации языков, проблемно-ориентированных на научные и инженерные задачи // Кибернетика. – 1990. – №1. – С.49 – 56.
10. Девенпорт Дж, Сирэ И., Турнье Э. Компьютерная алгебра. – М.: Мир, 1991. – 352 с.
11. Глушков В.М., Брановицкий В.И., Довгялло А.М., Рабинович З.Л., Стогний А.А. Человек и вычислительная техника. – К.: Наукова думка, 1971. – 296 с.
12. Энциклопедия кибернетики. – М., 1974. – Т.1 – 2.
13. Kahrmanian H.D. Analytical differentiation by a Digital Computer. – M.A. Thesys, Philadelphia, Pass.: Temple Univ., 1953. – P. 14 – 15.
14. Nolan J. Analytical differentiation by a Digital Computer. – M.A. Thesys, Combridge: Mass. M.I.T, 1953. – P.15 – 16.
15. Helleman L.A. A computer analytical methods for solving differential equation// Proc. Eastern Joint Comput. Conf. – Boston, Mass. – 1959. – Dec. – P. 238 – 243.
16. Беда Л.М., Королев Л.Н., Сухих Н.В., Фролова Т.С. Программа автоматического дифференцирования для машины БЭСМ: Препр. / ИТМ и ВЦ АН СССР. – М.: 1959. – 20 с.
17. Гердт В.П., Тарасов О.В., Шишков Д.В. Аналитические вычисления на ЭВМ в физике и математике. – Дубна: ОИЯИ, 1978. – 24 с.
18. Аналитик-2000 / А.А. Морозов, В.П. Клименко, Ю.С. Фишман, А.Л. Ляхов, С.В. Кондрашов, Т.Н. Швалюк // Математичні машини і системи. – 2001. – №1, 2. – С. 66 – 99.
19. Основные тенденции развития языков систем компьютерной алгебры / В.П. Клименко, А.Л. Ляхов, Ю.С. Фишман // Математичні машини і системи. – 2002. – №2. – С. 29 – 64.
20. Гоббс Т. Избранные труды: В 2 т. – М.: Мысль, 1964. – Т. 2. – 748 с.
21. Пойа Дж. Математическое открытие. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
22. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. – М.: Наука, 1984. – 192 с.
23. Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Механика и прикладная математика: Логика и особенности приложения математики. – М.: Наука, 1983. – 328 с.
24. Криницкий Н.А., Миронов Г.А., Фролов Г.Д. Программирование и алгоритмические языки / Под ред. А.А. Дородницына. – М.: Наука, 1979. – 512 с.
25. Iterative process for calculations of composite bars and results by computer algebra / V.G.Piskunov, S.G.Buryhin A.V., A.V.Goryk, A.L. Lyakhov // "Composite science and technology", International conference (ICCST/3). – Durban South Africa, 2000. – 11 – 13 January. – P. 235 – 241.
26. Ляхов О.Л. Про розв'язування диференціальних рівнянь методами комп'ютерної алгебри: Зб. наук. праць Полт. дер. техн. університету імені Юрія Кондратюка. – 2000. – Вип. 5. – С. 233 – 244.
27. Клименко В.П., Ляхов А.Л., Швалюк Т.Н. Аналитическое моделирование решения некоторого класса краевых задач // Радиоэлектроника. Информатика. Управління. – 2000. – № 2(4). – С. 82 – 87.
28. Piskunov V.G., Goryk A.V., Lyakhov A.L., Cherednikov V.N. High order model of the stress-strain state of composite bars and its implementation by computer algebra// Composite Structure. – 2000. – N 48. – P. 169 – 176.
29. Зинченко Т.П. Инженерно-психологические требования к построению кодовых алфавитов // Хрестоматия по инженерной психологии / Под ред. проф. Б.А. Душкова. – М.: Высшая школа, 1991. – С. 219 – 230.
30. Линдсей П., Норман Д. Переработка информации у человека. – М.: Мир, 1974. – 539 с.
31. Справочник по ЭВМ / В.И. Грубов, В.С. Кирдан, С.Ф. Козубовский. – К.: Наукова думка, 1989. – 544 с.
32. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие / В.В. Иванов. – К.: Наукова думка, 1986. – 584 с.
33. Архитектура WINDOWS для разработчиков / Microsoft Corporation: Пер. с англ. – М.: Издательский отдел «Русская редакция» ТОО «Channel Trading Ltd.», 1998. – 472 с.