



Н.В. КОШКИНА

УДК 681.511:3

**МЕТОДЫ СИНХРОНИЗАЦИИ ЦИФРОВЫХ
ВОДЯНЫХ ЗНАКОВ**

Ключевые слова: защита интеллектуальной собственности, маркировка изображений, синхронизация, шаблоны, структурные ЦВЗ, опорные точки, RST-вариант.

ВВЕДЕНИЕ

Широкое распространение интернет-коммуникаций, увеличение емкости различных запоминающих устройств для хранения мультимедиа и постоянное усовершенствование программных кодов приводят к острой необходимости защиты интеллектуальной собственности, представляемой в цифровом виде. Один из наиболее эффективных подходов к решению такой задачи состоит в использовании методов компьютерной стеганографии (КС) — науки о сокрытии факта наличия некоторой информации в оцифрованных сигналах с помощью компьютерной техники и программного обеспечения. Выделяют несколько направлений развития КС: скрытая передача данных, внедрение цифровых водяных знаков (ЦВЗ), а также встраивание идентификационных номеров или заголовков [1–3]. Задача защиты авторских прав стеганографическими методами решается путем внедрения в защищаемый объект цифровых водяных знаков, которые представляют собой логотип или координаты владельца, некий идентификационный набор битов и т.д. ЦВЗ внедряются так, чтобы быть стойкими к атакам и естественным искажениям в канале обработки и передачи защищаемого сигнала-контейнера.

Наиболее подходящим объектом защиты с помощью цифровых водяных знаков является изображение. Оно в силу своей психовизуальной избыточности открывает много различных возможностей для внедрения дополнительной информации без нарушения изначальной функциональности. Вместе с тем коммерчески доступное аппаратное и программное обеспечение допускает возможность геометрических преобразований изображения с малой потерей качества. При существующем многообразии методов и алгоритмов построения систем с ЦВЗ открытой и важной проблемой для многих из них является уязвимость водяного знака к геометрическим атакам и искажениям. Такие геометрические преобразования как сдвиг, масштабирование, вращение, обрезка и др. легко выполнимы с помощью стандартного программного обеспечения. Они не приводят к удалению водяного знака, однако являются причиной десинхронизации ЦВЗ относительно сигнала-контейнера и, как следствие, невозможности его детектирования и/или извлечения.

Цель данной статьи — обзор методов решения проблемы десинхронизации и их сравнительный анализ. В настоящее время существуют два основных подхода к проблеме. Первый подход — компенсация геометрических искажений перед извлечением водяного знака. В этом случае система с ЦВЗ может использовать шаблоны [4, 5],

структурные водяные знаки [6, 7], точечные особенности [8, 9], преобразование Радона [10, 11] и т.д. Второй подход — это внедрение ЦВЗ в инвариантную к геометрическим преобразованиям область. Методы выделения таких инвариантов, как правило, строятся на основе свойств преобразования Фурье–Меллина [12–14].

ШАБЛОНЫ

В методах компенсации геометрических искажений на основе шаблона (templates) наряду с основным водяным знаком происходит внедрение опорной информации для синхронизации, представляющей собой некую совокупность пиков, которая может быть вложена в пространственную или частотную область изображения. Для синхронизации можно использовать количество пиков в шаблоне, их расположение относительно изображения и относительно друг друга, высоту пиков, соответствие (или несоответствие) установленному образцу.

Шаблон позволяет произвести оценку глобальных, а в некоторых случаях и локальных геометрических преобразований. На рис. 1 приведены виды шаблонов.

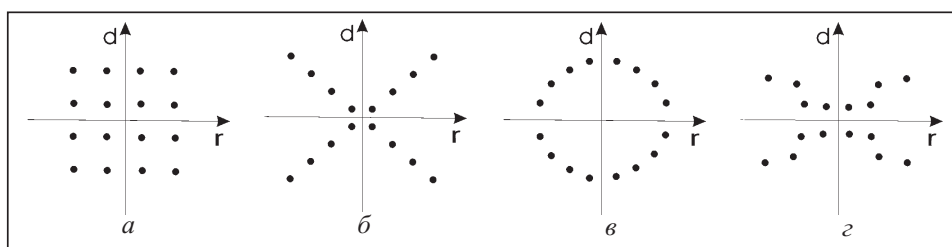


Рис. 1. Схематическое изображение видов шаблонов: распределенный (а); диагональный (б); круговой (в); случайный (зависящий от ключа) (г)

Базовое решение для идентификации глобальных геометрических искажений представляет собой перебор всех возможных преобразований для данного изображения-контейнера с целью найти известный шаблон (или ЦВЗ) в полученных образцах. Задача компенсации RST-преобразований (rotation — вращение, scaling — масштабирование, translation — сдвиг) может решаться с возрастающей, а для некоторых приложений с приемлемой вычислительной сложностью. Например, для композиции из вращения изображения и его масштабирования в диапазоне от 50 до 200 % от исходного вследствие выполнения перебора затраты на обработку возрастут приблизительно в 5.4×10^4 раза.

Однако в целом при любых геометрических преобразованиях исчерпывающий поиск — неоправданно трудоемкий процесс. Поэтому многие методы данного подхода базируются на свойствах области внедрения шаблона. Наиболее часто шаблон предлагается помещать в кольцо средних частот амплитудного спектра Фурье защищаемого изображения методом увеличения значений коэффициентов, выбранных в пределах данного кольца, т.е. создания из них локальных пиков.

Преобразование Фурье раскладывает исходный сигнал на базисные синусоидальные функции, т.е. представляет его в виде совокупности гармоник различной частоты, амплитуды и фазы. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) изображения $f(x, y)$ размера $N \times M$ и соответствующее ему обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ) имеют вид

$$F(r, d) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y) e^{-2\pi i \left(\frac{rx}{N} + \frac{dy}{M} \right)},$$

$$f(x, y) = \frac{1}{NM} \sum_{r=0}^{N-1} \sum_{d=0}^{M-1} F(r, d) e^{2\pi i \left(\frac{rx}{N} + \frac{dy}{M} \right)}.$$

Амплитудный и фазовый спектры Фурье вычисляются как

$$|F(r, d)| = \sqrt{\operatorname{Re}^2(F) + \operatorname{Im}^2(F)}, \quad \arg F(r, d) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(F)}{\operatorname{Re}(F)},$$

где $\operatorname{Re}(F)$ и $\operatorname{Im}(F)$ — действительная и мнимая части $F(r, d)$ соответственно.

Для идентификации пиков синхронизации используют следующие свойства ДПФ.

1. Сдвиг $f(x, y)$ в пространственной области приводит к линейному сдвигу в фазе $F(r, d)$ и не влияет на амплитуды

$$F[f(x+x_0, y+y_0)] = F[f(x, y)] e^{-2\pi i \left(\frac{x_0 r}{N} + \frac{y_0 d}{M} \right)} = F(r, d) e^{-2\pi i \left(\frac{x_0 r}{N} + \frac{y_0 d}{M} \right)}.$$

2. Поворот изображения на угол ω приводит к повороту его спектра на тот же угол:

$$f_1(x, y) = f(x \cos \omega + y \sin \omega, -x \sin \omega + y \cos \omega), \\ F_1(r, d) = F(r \cos \omega + d \sin \omega, -r \sin \omega + d \cos \omega),$$

где $f_1(x, y)$ — изображение, полученное после вращения исходного изображения $f(x, y)$ на угол ω в пространственной области, $F_1(r, d)$ и $F(r, d)$ — преобразование Фурье от изображений $f_1(x, y)$ и $f(x, y)$ соответственно.

3. Коэффициенты ДПФ получаются из спектра Фурье бесконечно периодически повторенного дискретного изображения, которое часто имеет значительные скачки цвета в местах соединения каждого периода. Этот факт проявляется в так называемом артефакте пересечения — выраженных высоких амплитудах в горизонтальном и вертикальном направлениях от значения $F(0,0)$. Поворот изображения всегда соответствует повороту его спектра. Однако следует отметить, что если при вращении не происходит обрезки изображения, то артефакт пересечения вращается вместе с остальными амплитудами спектра; если же изображение при вращении было обрезано, то вращаются все амплитуды спектра, кроме артефакта пересечения [15].

4. Обрезка изображения влияет на все частотные полосы, порождая размывание его спектра [15].

5. Масштабирование в пространственной области приводит к масштабированию в частотной области согласно формуле

$$F[f(x\sigma_x, y\sigma_y)] = \frac{1}{|\sigma_x \sigma_y|} F\left(\frac{r}{\sigma_x}, \frac{d}{\sigma_y}\right),$$

где σ_x, σ_y — коэффициенты масштабирования по оси x и оси y соответственно.

Опираясь на априорно известные свойства дискретного преобразования Фурье, описанные выше, легко предвидеть, какими будут коэффициенты ДПФ после геометрических искажений, и идентифицировать их в маркированном изображении $f_1(x, y)$. Для этого находят местоположения локальных пиков в $f_1(x, y)$ и сравнивают обнаруженные координаты с их исходными значениями (рис. 2).

Методы на базе шаблона, зачастую выигрывая в простоте, могут легко себя дискредитировать [16]. Шаблон может быть обнаружен с помощью фильтрации, что выявляет наличие ЦВЗ в изображении, и может стать отправным пунктом для атаки.

К преимуществам методов на основе шаблона следует отнести стойкость к обобщенным геометрическим преобразованиям, а также стойкость некоторых из них к локальным атакам (при внедрении шаблона в пространственную область изображения). К недостаткам относятся простота выявления и/или уничтожения шаблона, привнесение шаблоном дополнительного шума в изображение.

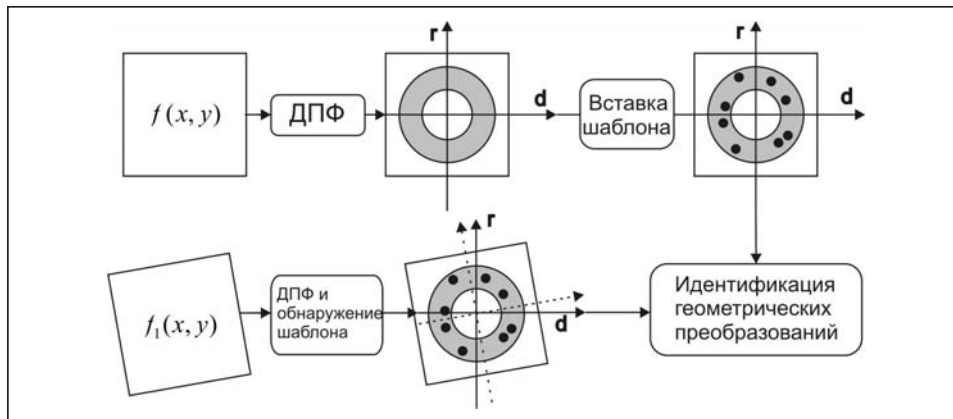


Рис. 2. Пример компенсации геометрических преобразований с помощью шаблона синхронизации

СТРУКТУРНЫЕ (САМООПОРНЫЕ) ЦВЗ

Рассмотрим метод структурных ЦВЗ. При таком подходе цифровой водяной знак, который является модулирующей функцией, внедряется в пространственную область изображения линейно, периодически и с различными смещениями [7]. Иными словами, изображение условно разбивается на строки и столбцы, а процесс внедрения ЦВЗ включает следующие шаги:

- 1) внедрить ЦВЗ в каждую строку и столбец изображения;
- 2) повторить внедрение с некоторым горизонтальным сдвигом;
- 3) повторить внедрение с некоторым вертикальным сдвигом;
- 4) повторить внедрение с горизонтальным и вертикальным сдвигами.

Такое внедрение ЦВЗ отражается на функции автокорреляции маркированного изображения в виде многократных пиков (рис. 3). Геометрические преобразования изменяют периодичность ЦВЗ, а следовательно, они изменяют и местоположение пиков в функции автокорреляции. Обнаружение пиков — это итерационный процесс, опирающийся на вторые производные значений функции автокорреляции. Метод наименьших квадратов позволяет по позициям пиков восстановленного цифрового изображения относительно позиций пиков исходного изображения определить параметры геометрических искажений и выполнить их компенсацию.

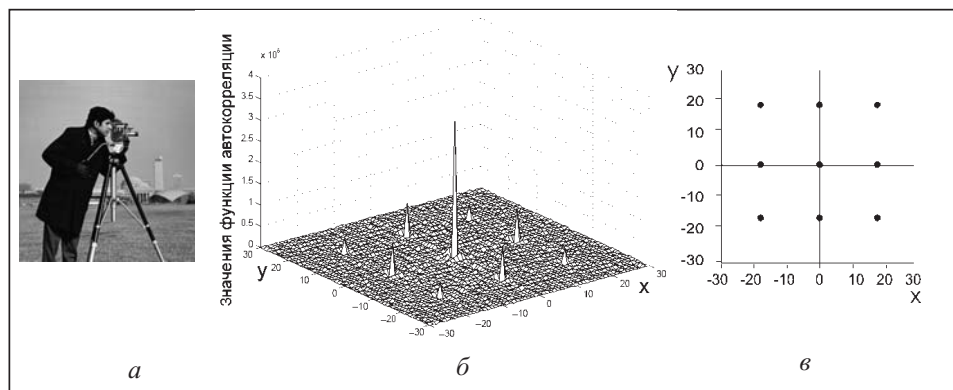


Рис. 3. Маркированное с помощью структурного ЦВЗ изображение (а); график функции автокорреляции данного изображения (б); схематическое представление обнаруженных пиков (в)

К преимуществам структурных ЦВЗ относятся стойкость к обобщенным геометрическим преобразованиям, а также тот факт, что в отличие от шаблонов они не вносят дополнительных шумов в изображение.

Недостатки структурных ЦВЗ: возможность разрушения путем удаления пиков корреляции, ограниченная стойкость к локальным искажениям.

ТОЧЕЧНЫЕ ОСОБЕННОСТИ

Методы решения проблемы синхронизации с помощью точечных особенностей (feature points) называют также методами на основе содержимого или семантическими, так как в отличие от двух описанных выше они используют оригинальные данные самого изображения.

Точечная особенность x' изображения — это точка, окрестность которой отличается от окрестностей близлежащих точек по выбранной мере, т.е.

$$\{\forall x: |x'-x| < r \rightarrow \delta(\Omega_x, \Omega_{x'}) > \varepsilon\},$$

где Ω_x — окрестность точки x , называемая окном поиска, $\delta(\Omega_x, \Omega_{x'})$ — функция близости окрестностей по некоторой мере. Наиболее часто точечные особенности используются при сопоставлении изображений, трехмерной реконструкции, отслеживании движения, распознавании образов, навигации роботов, индексировании и поиске в базах данных. Вместе с тем их можно использовать и для компенсации геометрических искажений (рис. 4).

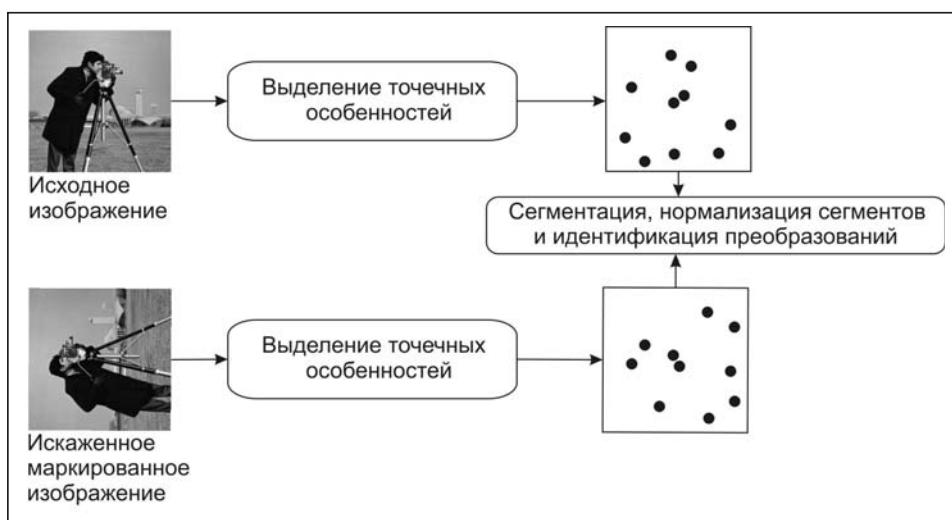


Рис. 4. Общая схема геометрической синхронизации на основе точечных особенностей изображения

Существует ряд функций, которые можно использовать для обнаружения точечных особенностей. Наиболее известный и широко применяемый алгоритм их обнаружения — детектор Харриса [8], который является уголковым детектором (обнаруживает углы) и основан на том, что для выделяемой им точечной особенности (угла) сдвиг окна в любом направлении должен приводить к большим перепадам яркости. Этот детектор классифицирует пиксели изображения, как принадлежащие к одной из трех областей: однородная область — в любом направлении перепадов яркости нет; грань — вдоль грани перепадов нет; угол — существенные перепады при перемещении в любом направлении (рис. 5).

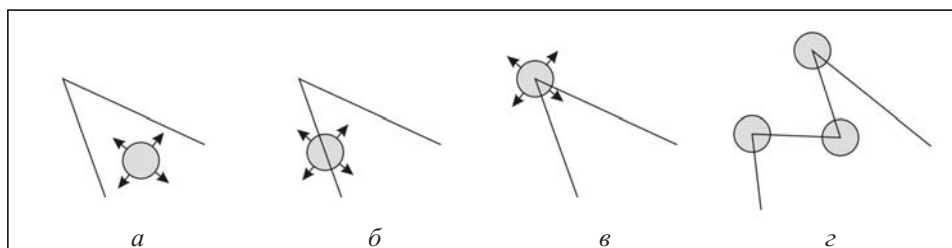


Рис. 5. Пример классификации пикселей изображения: однородная область (а); область-грань (б); область-угол (в); результат работы детектора Харриса на бинарном изображении (г)

В работе [8] для синхронизации предлагается использовать точечные особенности, обнаруженные детектором Харриса с круговым окном постоянного радиуса. С помощью триангуляции Делоне раскладывается изображение в совокупность непересекающихся треугольников, вершины которых являются точечными особенностями, и внедряют ЦВЗ в каждый треугольник. Внедрение происходит по классической аддитивной схеме. Детектирование ЦВЗ выполняется на основе анализа коэффициентов корреляции для каждого треугольного сегмента и суммы всех коэффициентов. Для компенсации геометрических искажений перед обнаружением ЦВЗ ко всем выделенным сегментам применяются аффинные преобразования, приводящие их форму к фиксированному образцу (прямоугольный равнобедренный треугольник с катетами по 64 пикселя).

Такая схема успешно компенсирует умеренное масштабирование, вращение и обрезку, а также является стойкой к JPEG-сжатию изображения и аддитивному шуму. Однако при изменении взаимного расположения пикселей в искаженном изображении точечная особенность может остаться неидентифицированной, что повлияет на все связанные с ней треугольники.

В [9] для выделения точечных особенностей предлагается применять аффинный детектор Харриса, который использует не круговое, а овальное окно поиска, извлекая при этом более четкие и изотопные углы. Вокруг найденных точечных особенностей формируются эллипсы, которые в отличие от треугольников могут накладываться один на другой. Для внедрения ЦВЗ используют только один из пересекающихся эллипсов — наиболее четкий. ЦВЗ внедряется в частотную область. Компенсация изображений происходит путем нормализации эллипсов к кругам. Для идентификации вращения применяется логарифмическо-полярное отображение кругов.

Преимущества методов на основе точечных особенностей: отсутствие дополнительных шумов вследствие применения таких методов, стойкость к обобщенным и локальным геометрическим искажениям, возможность параллельно с синхронизацией идентифицировать области, непригодные для внедрения (гладкие), стойкость к JPEG-сжатию, а также любым попыткам удалить часть информации при сохранении перцепционного качества изображения.

В силу того, что оценка точечных особенностей изображения — малоисследованная область, возникает дополнительная проблема неточной идентификации особенностей при внедрении и извлечении ЦВЗ. К недостаткам методов следует отнести, как правило, высокую вычислительную сложность их реализации.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАДОНА

Преобразование Радона — интегральное преобразование функции многих переменных, родственное преобразованию Фурье. Оно представляет изображение как совокупность проекций по различным направлениям и является обратимым (впервые введено в работе австрийского математика Иоганна Радона [17]).

Пусть $f(x, y)$ — функция двух действительных переменных, определенная на всей плоскости и достаточно быстро убывающая на бесконечности. Тогда преобразование Радона функции $f(x, y)$ имеет вид

$$R(s, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s \cos \alpha - z \sin \alpha, s \sin \alpha + z \cos \alpha) dz,$$

где $\begin{bmatrix} s \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$.

Преобразование Радона имеет простой геометрический смысл — это интеграл от функции вдоль прямой, перпендикулярной вектору $\vec{n} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ и проходящей на расстоянии s (измеренного вдоль вектора \vec{n} с соответствующим знаком) от начала координат. На рис. 6 $R(s, \alpha)$ есть интеграл от $f(x, y)$ вдоль прямой AA' . В большинстве случаев угол α выбирают равным нулю.

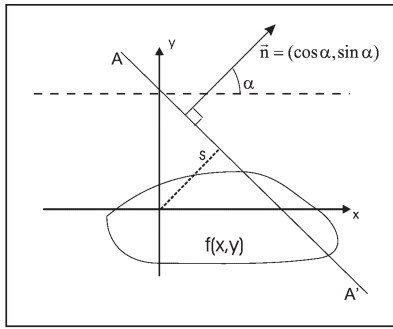


Рис. 6. Схематическое изображение преобразования Радона

Введем два одномерных обобщенных преобразования Радона функции $f(x, y)$: радиальное интегральное преобразование (РИП) и круговое интегральное преобразование (КИП).

РИП функции $f(x, y)$ вычисляется как интеграл от этой функции по прямой линии, которая начинается с точки $f(x_0, y_0)$ и наклонена под углом θ к горизонтальной оси (рис. 7).

Формула для РИП имеет вид

$$R_f(\theta) = \int_0^{+\infty} f(x_0 + u \cos \theta, y_0 + u \sin \theta) du.$$

КИП функции $f(x, y)$ вычисляется как интеграл от этой функции по круговой кривой с центром $f(x_0, y_0)$ и радиусом ρ (рис. 8). Уравнение КИП имеет вид

$$C_f(\rho) = \int_0^{2\pi} f(x_0 + \rho \cos \theta, y_0 + \rho \sin \theta) \rho d\theta.$$

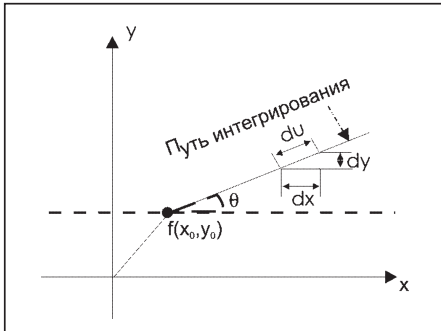


Рис. 7. Радиальное интегральное преобразование Радона

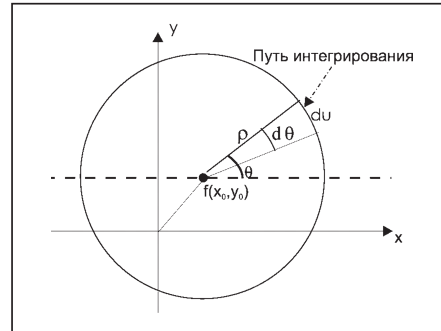


Рис. 8. Круговое интегральное преобразование Радона

Радиальное преобразование Радона инвариантно к масштабированию, а вращение исходного изображения приводит к сдвигу его РИП. Круговое преобразование Радона инвариантно к вращению и КИП масштабируется с таким же коэффициентом, как соответствующее ему изображение. Используя эти свойства, можно оценить и компенсировать вращение и масштабирование, которым, возможно, подвергалось исходное изображение, применяя к изображению оба преобразования и анализируя их изменение.

Для достижения стойкости к сдвигу методы на основе обобщенных преобразований Радона используют в качестве точки $f(x_0, y_0)$ (см. рис. 7, 8) некоторую точечную особенность, стойкость которой к вращению и масштабированию исследуется экспериментально перед внедрением ЦВЗ [10].

Преимущества методов на основе преобразования Радона: стойкость к линейным геометрическим преобразованиям, частичная стойкость к JPEG-сжатию, зашумлению, низкочастотной фильтрации, обобщенным геометрическим преобразованиям и другим атакам.

Недостатки методов: высокая вычислительная сложность алгоритмов внедрения и извлечения ЦВЗ, отсутствие стойкости к обрезке изображения и локальным атакам.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ–МЕЛЛИНА

Преобразование Фурье–Меллина (ПФМ) изображения $f(x, y)$ определяется как

$$M(r, d) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} f(x, y) e^{i(r\xi + d\eta)} d\xi d\eta,$$

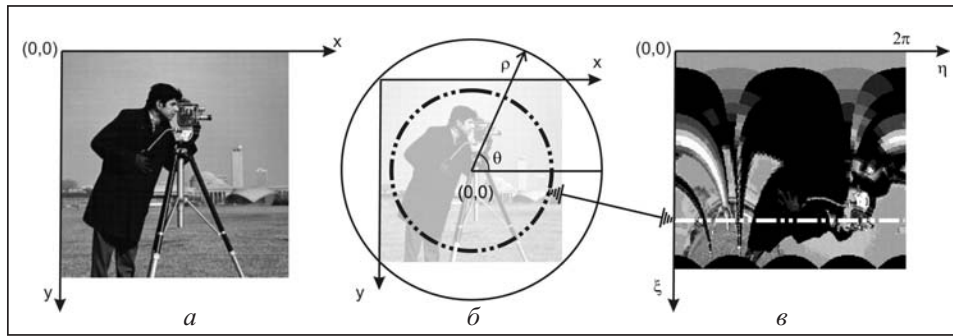


Рис. 9. Изображение «Фотограф»: в декартовой системе координат (а); в полярной системе координат (б); в логарифмическо-полярной системе координат (в)

т.е. является комбинацией логарифмическо-полярного преобразования и преобразования Фурье. Покажем, что ПФМ инвариантно к вращению и пропорциональному масштабированию.

Логарифмическо-полярное преобразование — это конформное отображение точек декартовой плоскости (x, y) на точки логарифмическо-полярной плоскости (ξ, η) , описываемое уравнением $\begin{cases} \xi = \ln \rho, \\ \eta = \theta. \end{cases}$ Здесь ρ и θ — полярные координаты:

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \arctg \frac{y}{x}$, $0 \leq \theta < 2\pi$, $\xi \in [0, \ln \rho_{\max}]$, где ρ_{\max} определяется размером декартовой плоскости (рис. 9).

Обратное преобразование задается формулами $\begin{cases} x' = e^{\xi} \cos \eta, \\ y' = e^{\xi} \sin \eta, \end{cases}$ где x' и y' —

координаты в декартовой системе, полученные в результате интерполяции. Возникновение интерполяции обусловлено тем, что вращение, являясь непрерывным процессом, может перевести целочисленные дискретные позиции пикселей в межпиксельные позиции. При вычислении обратного преобразования, как правило, используется бикубическая интерполяция.

Введенная система координат обладает следующими свойствами:

1) пропорциональное масштабирование изображения сводится к сдвигу по оси ξ :

$$M[f(x\sigma, y\sigma)] = |\sigma|^{-2} M(\xi + \ln \sigma, \eta);$$

2) вращение изображения сводится к сдвигу по оси η :

$$M[f(x\cos(\eta + \omega) + y\sin(\eta + \omega), -x\sin(\eta + \omega) + y\cos(\eta + \omega))] = M(\xi, \eta + \omega).$$

Ранее было показано, что амплитуды преобразования Фурье являются инвариантными к сдвигу, поэтому в целом преобразование Фурье–Меллина обладает инвариантностью к пропорциональному масштабированию и вращению.

Для выделения инварианта к модели RST в работе [12] использовалась схема, представленная на рис. 10. Следует отметить, что результат работы программного обеспечения, реализующего такую схему, характеризуется ухудшением визуального качества изображения-контейнера (вследствие интерполяции при обратном логарифмическо-полярном отображении), в частности затемняются края изображения.

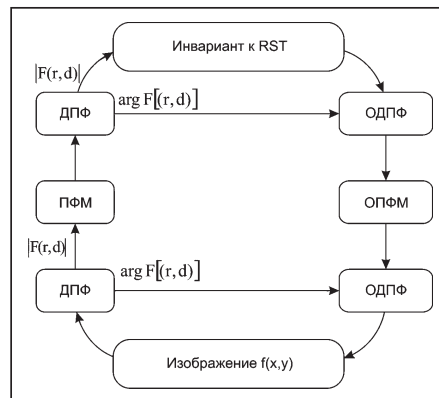


Рис. 10. Схема выделения инварианта к вращению, масштабированию и сдвигу

К преимуществам методов на основе преобразования Фурье–Меллина относятся отсутствие дополнительных искажений, а также сложность выявления наличия и удаления маркировки. Недостатки таких методов: потеря данных при преобразованиях, шум преобразований, ограниченная вместимость контейнера, стойкость только к тем видам геометрических преобразований, под которые они разрабатывались, отсутствие стойкости к локальным атакам, высокая вычислительная сложность алгоритмов внедрения и извлечения ЦВЗ.

В настоящей статье выполнен обзор и приведена частичная классификация методов синхронизации ЦВЗ в контейнере. Существуют и другие методы (метод гистограмм, использование инвариантных моментов, методы на основе фракталов и т.д.), которые планируется рассмотреть в дальнейших публикациях. Отметим, что возможно применение комбинации любого из перечисленных, а также других методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грибунин В.Г., Оков И.Н., Туринцев И.В. Цифровая стеганография. — М.: СОЛОН-Пресс, 2002. — 261 с.
2. Бородавка Н.В., Задирака В.К. Стеганоалгоритмы на базе теоремы о свертке // Кибернетика и системный анализ. — 2004. — № 1. — С. 139 — 144.
3. Кошкина Н.В., Никитина О.Ю. К вопросу о защите интеллектуальной собственности на бумажных носителях // Искусственный интеллект. — 2006. — № 3. — С. 757–763.
4. Pereira S., Pun T. Fast robust template matching for affine resistant image watermarks // Proc. of the Third International Workshop on Information Hiding, Dresden, Germany. — 1999. — Springer Verlag. — P. 199–210.
5. Improving DFT watermarking robustness through optimum detection and synchronisation / A. Piva, M. Barni, F. Bartolini, V. Cappellini, A.D. Rosa, M. Orlandi // Multimedia and Security Workshop at ACM Multimedia'99, Orlando, FL. — 1999. — GMD Report 85. — P. 65–69.
6. Alvarez-Rodriguez M., Perez-Gonzalez F. Analysis of pilot-based synchronization algorithms for watermarking of still images // Signal Processing: Image Communication, Spain. — 2002. — N 17. — P. 611–633.
7. Kutter M. Watermarking resisting to translation, rotation and scaling // Proc. of the SPIE: Multimedia Systems and Appl. — Boston, USA. — 1998. — 3528. — P. 423–431.
8. Bas P., Chassery J.M., Macq B. Geometrically invariant watermarking using feature points // Image Proc., IEEE Transactions. — 2002. — 11, N 9. — P. 1014–1028.
9. Tone M., Hamada N. Affine invariant digital image watermarking using feature points // RISP International Workshop on Nonlinear Circuit and Signal Proc. (NCSP'05). — Hawaii, USA, 2005.
10. Simitopoulos D., Koutsonanos D.E., Strintzis M.G. Robust image watermarking based on generalized radon transformations // CirSysVideo. — 2003. — 13, N 8. — P. 732–745.
11. Yao Z., Rajpoot N. Radon/Ridgelet signature for image authentication // Proc. IEEE ICIP 2004, Singapore. — October 2004.
12. O'Ruanaidh J.J.K., Pun T. Rotation, scale and translation invariant spread spectrum digital image watermarking // Signal Processing. — 1998. — 66, N 3.
13. Lin C.-Y., Chang S.-F. Distortion modeling and invariant extraction for digital image print-and-scan process // Intl. Symp. on Multimedia Information Processing, Taipei, 1999.
14. Zheng D., Zhao J., Saddik A. El. RST-invariant digital image watermarking based on log-polar mapping and phase correlation // CirSysVideo. — 2003. — 13, N 8. — P. 753–765.
15. Кошкина Н.В. Выделение инварианта для процесса печати и сканирования в задачах компьютерной стеганографии // УСИМ. — 2007. — № 1. — С. 30–38.
16. Voloshynovskiy S., Herrigel A., Rytzar Y.B. Watermark template attack // Ping Wah Wong and Edward J. Delp, editors, EI'2001: Security and Watermarking of Multimedia Content III, SPIE Proceedings, San Jose, California USA. — 22–25 Jan., 2001.
17. Radon J. Über die Bestimmung von Funktionen Durch Ihre Integralwerte Längs Gewisser Mannigfaltigkeiten // Berichte Sächsische Akademie der Wissenschaften, B. 29. — Leipzig, 1917. — S. 262–277.

Поступила 26.02.2007