

НЕ ЕМПІРИЧНІ ПОКАЗНИКИ ІСТИНИ У МАТЕМАТИЧНОМУ ПІЗНАННІ

Проблема істини була чи не найголовнішим напрямом дослідження більшості шкіл в історії філософії. Були сформульовані кілька концепцій істини, серед яких варто виділити кореспондентську, когерентну, прагматичну та семантичну. Відповідні філософські висновки знайшли відображення і в математичному пізнанні. Так, кореспондентська концепція істини вимагає перевірки відповідності положень теорії дійсності, а тому її використання є проблематичним для такої абстрактної галузі людських знань, як математика. Когерентна концепція істини зводить питання про істину до проблеми самоузгодженості, несуперечливості знання, вказує на існування внутрішніх критеріїв істинності. Тому вона, на думку багатьох філософів, найкраще підходить для аналізу математичного знання.

Однією з головних проблем методології сучасного наукового пізнання є проблема динаміки наукових теорій з погляду з'ясування істинності нового знання у процесі уточнення старої теорії. Як засвідчила практика ХХ ст., вона не може бути повністю розв'язана можливостями сучасних експериментів, бо їх чутливість виявляється вже на межі внутрішніх “шумів” апаратури. Тут важливо використати погляд методологів науки про математизацію сучасного наукового знання. Звідси виникає потреба у введенні в епістемологію теоретичного показника істини. У сучасному математичному дискурсі під час перевірки наукових положень на істинність чи хибність використовуються методологічні принципи об'єктивності, доказовості, інтерсуб'єктивності, інтерпретації, моделювання, правдоподібності, інваріантності, евристичності, краси та простоти.

Проблема істини не виходила за межі здорового глузду, коли наука оперувала реальністю в її наочно-чуттєвому вигляді, оскільки в той час вона зводилася до питання наочних фактів. Власне, саме розуміння наукового факту редукувалося до тієї інформації, яка робить наші висловлювання істинними чи хибними. Отже, практика перестала бути тим засобом, за допомогою якого можна повністю розв'язати цю проблему. Бо, справді, тоді як для геометрії Евкліда практика, експеримент могли підтвердити істинність або хибність її положень, то сучасна наука, що оперує такими об'єктами, як “нескінченно віддалена точка”, “уявне число”, “кватерніон”, а також багатовимірними просторами тощо, позбавлена такої можливості. Наукове пізнання нині стикається не тільки з гіпотезами чи гадками (які не можна оцінювати в термінах істини), а й із віртуальними проявами, з проблемою ідеалів чи взагалі сферою потенційного.

З кінця ХІХ ст. у математиці відбулися зміни, що були пов'язані з кризою бази очевидності, втрати універсального критерію істинності всередині математики. У статті ставиться завдання проаналізувати критерії істинності в сучасному математичному дискурсі.

Цієї проблеми так чи інакше торкалися як зарубіжні, так і вітчизняні дослідники. Значний внесок зробили М.Клайн [2], А.Пуанкаре, Е.Вігнер, В.Гейзенберг, С.Кримський, О.Кравченко, В.Ратников, В.Пермінов, Г.Рузавін, В.Кузнецов та інші. Зокрема, В.Пермінов дотримувався ідеї про апріорність математики. Він стверджував, що “математика містить у собі принципи, які є абсолютно надійними і мають позачасове значення, для яких загальна релятивістська теза не має сили” [6, 3]. Він приділяв значну увагу дослідженню понять очевидності, доказовості, несуперечливості, інтерсуб'єктивності тощо. В.Пермінов дотримувався праксеологічної теорії пізнання, яка дає нову інтерпретацію апріорного знання, і, на його думку, краще підходить для аналізу філософсько-методологічних проблем сучасної математики.

Дослідженню принципу інваріантності та симетрії присвячені праці Ф.Клейна, Е.Вігнера, А.Ейнштейна, П.Дірака, М.Борна, В.Вігніна та інших. Серед вітчизняних філософів, які досліджували принцип інваріантності, варто виділити С.Кримського, О.Кравченка, В.Кузнєцова та В.Ратникова. Так, О.Кравченко привертає особливу увагу до гносеологічного аспекту ідеї інваріантності. “Принципи інваріантності, – констатує він, – дають дослідникові надійний критерій правильності форми основних рівнянь конкретної теорії” [4, 62]. В.Ратников розглядає ерлангенську програму як етап математизації науки, зокрема фізики. Він вважає, що нині вона набула методологічного статусу і є “новим типом впливу математики на концептуальну структуру фізики” [10, 84], який автор називає неklasичним. Тут досліджується вплив ерлангенської програми на сучасну квантову фізику, наголошується на виконанні нею евристичної функції.

В.Гейзенберг зазначає, що “переконлива сила завершеної теорії в підсумку визначається її простотою та красою” [4, 186]. Отже, відомий фізик пов’язує між собою поняття простоти та краси. Те, що красиве, є простим, і навпаки. У цьому сенсі він звертається до спадщини Платона. Саме розуміння внутрішньої єдності фактичних даних і математичних форм допомагали останньому знайти закони природи, які підпорядковуються принципам простоти та краси.

Інтерпретація як логічна операція вперше у вітчизняній філософії була досліджена С.Кримським. Її він розглядає як “визначення системи об’єктів, на яких можуть бути реалізовані досліджувані теорії або до яких вони можуть бути зведені, використовуючи метод моделей” [6, 48]. У цій роботі також підкреслюється той факт, що інтерпретація на сучасному етапі розвитку знань дедалі більше набуває загальнонаукового статусу. Особливу увагу він привертає до аналізу семантичної та емпіричної інтерпретації, розкриває їх евристичний характер.

З розвитком теорій наукове мислення відірвалося від наочно-предметного матеріалу, і перевірка істинності положень наочними уявленнями стала проблематичною. Тоді вводиться поняття доказу, з дедуктивних різновидів якого і починається, власне, математика як наукова дисципліна. Проте доказ як такий не виключав кінцевого перекладу його результатів на емпіричний, експериментальний чи просто наочний матеріал. Але вже, починаючи з XVII ст., виявилася необхідність ввести розрізнення “істин розуму” й “істин факту”, яке зробив Г.Лейбніц. З цього розмежування відбувається загострення дискусії щодо проблем розуміння істини. Кантівська філософія (за всієї апріорності й надмірного протиставлення “істин факту” й “істин розуму”) зберігала поняття реальності, але далі розвиток математики, особливо з другої половини XIX ст., різко змінив ситуацію. З одного боку, виникли неевклідові геометрії, які з самого початку оголошувалися уявними, з іншого – з’явилася програма Ф.Клейна, яка навіть геометрію зводила не до наочних фігур, а до математичних інваріантів [3]. З цього можна зробити висновок, що наприкінці XIX ст. відбувалися суттєві зміни в математичній науці та були пов’язані з кризою бази очевидності.

А далі розгорнулася справжня семантична “трагедія” з парадоксами теорії множин, на якій будувався фундамент усієї математики. Перші суперечності теорії множин знайшов Г.Кантор, коли розглядав множину всіх множин. Потужність такої “надмножини” повинна бути найбільшою з усіх можливих. У результаті він дійшов висновку, що повинно існувати трансфінітне число, яке більше від найбільшого з трансфінітних чисел. Цю суперечність Г.Кантор розв’язав за допомогою введення понять “суперечливих” та “несуперечливих” множин. Такий спосіб розв’язання проблеми не влаштував більшість математиків. Так, Б.Рассел у своїй праці “Математична логіка, яка ґрунтується на теорії типів” розглянув сім парадоксів, до яких приводить теорія множин у початковому її варіанті. Саме ним були встановлені математичні суперечності (або парадокси, як їх називали математики того часу в надії їх розв’язати), що набули широкого розголосу і мали найбільш серйозні наслідки.

Наприкінці XIX – на початку XX ст. виникають різні програми обґрунтування математики, кожна з яких ставила за мету розв’язати наявні суперечності в “найточнішій науці”. Можна виділити чотири основні школи: 1) логіцизм (Г.Фреге, Б.Рассел, А.Уайтхе); 2) інтуїціонізм (А.Пуанкаре, Г.Вейль); 3) формалізм (Д.Гілберт, Дж. фон Нейман); 4) теоретико-множинний (Г.Кантор, Е.Цермело). У кожному з підходів реалізуються певні методологічні та світоглядні принципи. Криза у математиці означає не що інше, як невідповідність фундаменту математичної теорії каркасу теоретичного знання, що будувався над ним. Ця невідповідність приводить до втрати універсального критерію істинності в середині математики.

На той час в математиці існували два головні завдання – довести несуперечливість математики та повноту аксіоматичних систем. Представники різних напрямів підійшли по-різному до їх вирішення. Зокрема, Б.Рассел був упевнений, що можна розв’язати й нові парадоксальні ситуації, якщо ввести теорію типів. Представники теоретико-множинного підходу також вважали, що їхній підхід не приведе до нових суперечностей, хоча й не могли довести це. Засновники інтуїціонізму підкреслювали, що інтуїтивні уявлення є несуперечливими за своєю природою. І лише формалісти на чолі з Д.Гілбертом приділили цим проблемам найбільшу увагу, оскільки були впевнені, що можна довести несуперечливість математики і повноту аксіоматичної системи. Д.Гілберт запропонував математичний метод (теорію доведення) встановлення несуперечливості та повноти. Але у 1931 р. К.Гедель довів теорему про неповноту, згідно з якою, якщо формальна теорія несуперечлива, то вона неповна. Це означало, що в арифметиці існують судження, істинність чи хибність яких не можна довести.

Засобом виходу з цих парадоксів, на думку Б.Рассела та Д.Гілберта, став розвиток синтаксично-дедуктивних систем, тобто формалізмів, які вже належали до сфери метаматематики, тобто були позбавлені будь-яких “плям” емпіричної достовірності. А.Пуанкаре з цього приводу констатував, що “Гілберт намагався створити геометрію, яку назвали раціональною, тому що вона свободна від будь-якого звертання до інтуїції” [9, 577]. Тоді постала проблема визначення статусу абстрактних об’єктів математики, сутність якої зводилася до того, чи відповідають абстракції математики властивостям матеріального світу, чи вони є незалежними від нього апіорними сутностями. А.Ейнштейн, маючи на увазі відношення між математичними положеннями й реальністю, підкреслював, що “якщо теореми математики застосовувати до відображення реального світу, то вони не є точними; вони точні до тих пір, поки не посилаються на дійсність” [11, 148]. Тобто реальність є набагато складнішою, її не можна повністю описати за допомогою математичних формул.

Стала зрозумілою обмеженість чи майже недостатність класичного визначення істини як такого знання, що безпосередньо відповідає дійсності. У філософських школах кінця XIX – початку XX ст. почалося дослідження не тільки відповідності тверджень реальності, а й законності самого поняття “реальність”. Було введено поняття “фізична реальність” для позначення теоретичних об’єктів, які репрезентують властивості об’єктивного світу в межах певної фізичної теорії.

Справді, що можна вважати реальним у сучасній фізиці, де об’єкти перетворюються у сузір’я можливостей? Адже до експериментальної ситуації мікрооб’єкт може бути чим завгодно, і лише експеримент визначить його властивості чи характеристики не в статусі можливого, а дійсного. Одним із прикладів може бути визначення світла як потоку частинок (що мають енергію та потенціал) і як хвилі (з властивостями довжини та частоти) – так званий корпускулярно-хвильовий дуалізм. Одні досліди показують, що світло – хвиля, а другі – що потік частинок. У цих випадках тип, репертуар властивостей об’єктів, що постануть як предмет дослідження, певною мірою залежать від апаратури, яка є теоретично навантаженою в процесі розвитку неklasичної науки. Отже, предметом сучасної науки, як підкреслив В.Гейзенберг, стала можливість, а можливість поєднує

реальне й ідеальне [1]. У такому разі як бути з ідеалами чи з ідеальними елементами наукових теорій?

У сучасній науці виникає складність прямого споглядання чи встановлення об'єктів, тому дедалі більшого поширення набувають методи, що дають змогу встановити істинність не лише через пряму перевірку наукових положень практикою, а й за допомогою перевірки їхніх наслідків. Як приклад можна навести теорію відносності, яка ґрунтується на багатовимірній геометрії; або квантову механіку, що описується некомутативною алгеброю. Наукові положення не можна перевірити експериментом й у тому випадку, коли вони оперують комплексними (уявними) числами, а таких у сучасних природничих науках більшість. Тому й потрібно використовувати неемпіричні показники істинності, серед яких варто назвати інваріантність, інтерсуб'єктивність, інтерпретацію та пошук моделей, правдоподібність, красу, простоту та евристичність.

Уперше поняття інтерпретації з'явилося у математиці, а потім поширилося на інші галузі наукового знання. При перевірці теорії на істинність, доведенні її несуперечливості у певних випадках науковцям допомагала саме інтерпретація. Наприклад, для “уявних” математичних або фізичних об'єктів, записаних мовою математики, намагалися знайти несуперечливі моделі. Так, математики тривалий час не сприймали комплексні числа, бо останнім не можна було знайти відповідників у природі. Деякі навіть стверджували, що розвиток теоретичних систем, у яких використовуються ці числа, є безперспективними. Виникла потреба у доведенні несуперечливості математики, об'єкти якої розширювалися до поля комплексних чисел. Вихід з цієї ситуації був знайдений через використання інтерпретації. Для уявних чисел було застосовано інтерпретацію на площині дійсних чисел або у вигляді пар дійсних чисел.

Взагалі, для класичних об'єктів математики існує ціла низка рівноправних інтерпретацій або моделей. Так, будь-яке судження, теорему евклідової геометрії можна перекласти на мову алгебри. Це є можливим у зв'язку з існуванням взаємовідповідності між точками простору та трійками чисел. Д.Гілберт запропонував систему перекладу геометричних символів на мову логіки. Це перевело питання істинності геометрії у проблему істинності логіки. Тобто було встановлено, що геометрія дає знання настільки ж істинні, як і логіка. У свою чергу були здійснені спроби вивести логіку з арифметики тощо.

Близьким до поняття інтерпретації є поняття моделі. Незважаючи на значну кількість спільного між ними, все ж існують певні відмінності. Інтерпретація має ширше поле застосування. Поняття “модель” використовується для семантичної інтерпретації, коли одна теоретична система інтерпретується на іншу. Поняття моделі пов'язане з інтерпретацією, але не еквівалентне їй, на що звертає увагу С.Б. Кримський [7, 125]. На його думку, моделями можуть виступати лише окремі інтерпретації теорії. Чим більше існує моделей або інтерпретацій певної теорії, тим більше у неї шансів пройти “іспит” на істинність, бо вона підкріплюється не лише внутрішніми фактами, а й тими, що лежать у полі її інтерпретацій. На сучасному етапі розвитку наукового знання інтерпретація набуває загальнонаукового значення.

Принцип інваріантності і, відповідно, інваріантність як показник істинності широко використовуються в сучасній науці і беруть свій початок в ерлангенській програмі Ф.Клейна. С.Б. Кримський проаналізував запропонований Ф.Клейном принцип перенесення і дійшов висновку, що останній дає можливість у певних межах, пов'язаних з виконанням вимог інваріантності, змінювати зміст понять вихідної теорії, створювати нові моделі. У цьому виявляється важливе філософсько-методологічне значення клейнівської програми. Ґрунтуючись на принципі перенесення, можна автоматично отримати нову теорію, положення якої не потребуватимуть доведення, тому що знаходимуться у відповідності з певними положеннями вихідної теорії. Для прикладу можна навести спосіб побудови самої проективної геометрії, а також те, як науковці прирівняли у статусі “незвичні” об'єкти нових геометрій зі “звичайними” евклідовими. Маються на увазі

об'єкти проективної геометрії, які в інших теоретичних системах розглядалися лише як математичні абстракції без денотату в реальності, тобто не існують в евклідовій геометрії. Так, саме завдяки концепції інваріантів Ф.Клейн зрівняв у своєму статусі об'єкти звичайної геометрії з такими об'єктами, як “нескінченно віддалена точка” тощо. Найбільш цікавим з погляду методології науки є те, як використовувалися знання з теорії груп, а також принцип інваріантності для прийняття тих чи інших ідей, гіпотез і оперуванні ними як достовірними.

У ядерній фізиці до середини 70-х років ХХ ст. була відома певна кількість елементарних частинок, з яких складається атомне ядро. Тоді й виникла потреба у їх систематизації. Постало завдання створити таку класифікацію, щоб вона, як і таблиця Менделєєва, не лише відображала принцип розташування вже відомих, й виконувала прогностичну функцію – вказувала на можливість існування нових елементів з їхніми властивостями.

У квантовій фізиці відомий спосіб класифікації елементарних частинок, а саме баріонів та мезонів був запропонований М.Гелл-Манном. Він називався “восьмеричним шляхом” і ґрунтувався на теорії алгебраїчних груп. Фізики висунули припущення про інваріантність певних властивостей при сильних взаємодіях, яке привело до передбачення нової частинки омега-мінус, ще не відкритої експериментально. Проведений через деякий час експеримент повністю підтвердив теоретичні розрахунки.

Отже, можна зробити висновок, що теорія приймається науковцями і претендує вважатися істинною тоді, коли її зміст можна описати мовою інваріантів. Це означає, що у процесі трансформації змісту наукових теорій ті її положення чи зв'язки, які виявляються інваріантними певним групам математичних перетворень, виступають показниками істинності цієї теорії. Було б помилковим вважати, що теорії, які не містять інваріантів, не є істинними – просто теорії, що їх містять, мають більше шансів на істинність. У цьому полягає сенс інваріантності як показника істинності.

Аналіз сучасних наукових теорій, передусім фізичних, дає підстави говорити про показник евристичності. Це означає, що науковці так будують теорію або пропонують нову ідею поліпшення вже існуючої, щоб вона виконувала евристичну функцію, тобто допомагала пояснити існуючу проблему та запобігти виникненню нових хоча б у найближчому майбутньому. При цьому не важливо, чи запропонована ідея може бути в даний час перевірена експериментально. Тут варто сказати, що у майбутньому більшість теорій або ідей, в яких використовувався принцип “евристичності”, справді проходять перевірку практикою. Для прикладу можна розглянути теорію кварків, яка приймалася спочатку суто з евристичних поглядів. Тут можна навести ще один приклад, коли для розв'язання проблем було вирішено приписувати їм колір. Красі та простоті наукових теорій присвячено низку праць В.Гейзенберга, А.Пуанкаре та інших. Сутність цього показника полягає у тому, що коли не можна було перевірити гіпотезу експериментально чи довести теоретично, науковці вважали її достовірною за естетичну красу або за більш просту форму репрезентації.

Сучасна культура має модальні характеристики ствердження, тому ймовірність складає стиль сучасного мислення. Навіть виникло таке явище, як теорії-гіпотези, тобто самі теорії набувають гіпотетичного статусу. Як приклад, можна навести існування значної кількості теорій-гіпотез у першій половині ХХ ст. у квантовій фізиці (теорія кварків, теорія частин-резонансів). Категорії правдоподібності, модальності застосовуються не лише в гуманітарних науках, а й (як би це не здавалося парадоксальним) у точних – математиці, фізиці. Правдоподібні судження відіграють значну роль у відкритті нових наукових фактів у різних галузях наукового знання.

На думку В.Пермінова, спільнота математиків також може визначати, чи є теорія істинною. Він вважає, що “абсолютна критеріальність математичної спільноти впливає з тієї обставини, що будь-яка аподиктичність виступає для людської свідомості як інтерсуб'єктивність, тобто безсумнівно приймається всіма” [8, 31].

Отже, найбільш адекватною концепцією істини для дослідження математичних результатів на істинність є, на нашу думку, когерентна концепція. Можна виділити такі не емпіричні показники істини), як: інтерсуб'єктивність, інтерпретація, пошук моделей, доказовість, правдоподібність, інваріантність, краса та простота. Водночас залишається актуальним розмежування понять “істина”, “критерій істини” та “показник істини”, дослідження конкретних показників істини.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Гейзенберг В.* Шаги за горизонт. – М., 1987.
2. *Клайн М.* Математика. Утрата определенности. – М., 1984.
3. *Клейн Ф.* Элементарная математика с точки зрения высшей. Т. 2: Геометрия. – М., 1987.
4. *Кравченко О.М.* Філософське значення ідеї інваріантності у фізиці. – К., 1971.
5. *Кримський С.Б.* Запити філософських смислів. – К., 2003.
6. *Крымский С.Б.* Интерпретация как логическая операция // Вопросы философии. – 1965. – № 11.
7. *Логика научного исследования.* – М., 1965.
8. *Перминов В.Я.* Философия и основания в математике. – М., 2001.
9. *Пуанкаре А.* О науке. – М., 1990.
10. *Ратников В.С.* Физико-математическое моделирование: основание, развитие, рациональность. – К., 1995.
11. *Эйнштейн А., Инфельд Л.* Эволюция физики. – М.–Л., 1948.