

К. т. н. В. В. ДАНИЛОВ, С. В. ИВАНОВ

Украина, г. Донецк, НИИ комплексной автоматизации

Дата поступления в редакцию  
21.02 2000 г.

Оппонент к. ф.-м. н. С. П. СЕРГИЕНКО

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ИМПЕДАНС ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

*Коэффициент передачи пьезопреобразователя можно рассчитать по результатам определения его входного импеданса.*

Перспективность использования акустооптических устройств (АОУ) в оптических системах высокопроизводительной обработки сигналов, где они применяются в качестве элементов ввода информации, показана в [1, 2]. Как известно [2], производительность любой оптической системы обработки информации определяется быстродействием ее функциональных элементов и, в первую очередь, элементом ввода информации в лазерный пучок. Конструктивно-компоновочной основой любого АОУ является акустооптическая ячейка (АОЯ), быстродействие которой (на уровне физической модели) определяется широкополосностью частотно-зависимых параметров ее элементов [3]. К элементам АОУ относят: электрическую цепь согласования АОЯ с источником управляющего радиосигнала, электроакустический преобразователь (ЭАП), среду акустооптического взаимодействия (АОВ), акустическую нагрузку и др. В реальных АОУ их функции соответственно выполняют [4]: электрическая согласующая цепь, пьезоэлектрический преобразователь (ПП) на основе кристаллических пластин или пленок, светодвукопровод (СЗП), акустическая нагрузка.

В работе [3, с. 72] отмечалось, что процесс определения коэффициента электрической связи  $k$  для сильно акустически нагруженных ПП (добротность  $Q < 10$ ) широко известным методом характеристических частот резонанса и антирезонанса приводит к относительной погрешности порядка 20–35%. Такая погрешность связана с неточностью определения добротности  $Q$ , поскольку используемая в [1–3] физическая модель ПП не учитывает комплексной частотно-зависимой акустической нагрузки ПП.

В данной работе, используя представление эквивалентных схем (в частности, четырехэлементного двухполюсника) с учетом комплексной частотно-зависимой акустической нагрузженности ПП АОЯ [4], рассматривается входной электроакустический импеданс ЭАП, созданного на основе пьезоэлектрической пластины, и определяется коэффициент преобразования электроакустической мощности в акустическую не на основе использования добротности, а на основе определения ее входного импеданса.

Метод эквивалентных схем на основе электроакустических аналогий ставит элементам электроакустического тракта АОЯ в соответствие токи и напряжения, являющиеся подобием скоростей и сил в различных его участках при движении упругой волны вдоль структуры, показанной на **рис. 1**. Здесь ВЭ – верхний электрод, ПП – пьезоэлектрический преобразователь, СС – связующие ПП со средой АОВ (СЗП) слои, которые создаются методами микроэлектронной технологии [5].

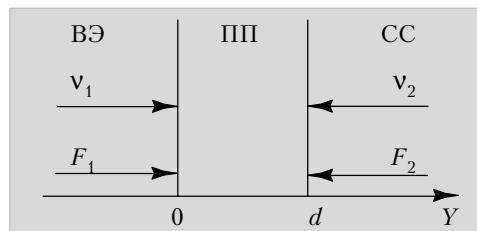


Рис. 1. Структура электроакустического преобразователя в виде пьезоэлектрической пластины с двухсторонней акустической нагрузкой

Рассмотрим пластинку пьезоэлектрика (ПП) толщиной  $d$ , имеющей площадь поперечного сечения  $S$ . Предположим, что на поверхности задан потенциал  $U = U_0 \exp(i\omega t)$  (где  $U_0$  – амплитудное значение приложенного напряжения,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\omega$  – циклическая частота,  $t$  – время), а смещение частиц материала зависит от координаты  $Y$ , направленной перпендикулярно поверхности (рис. 1).

Амплитуда смещения  $\xi$  удовлетворяет волновому уравнению и представима в виде

$$\xi = [b_1 \sin(kY) + b_2 \cos(kY)] \exp(i\omega t), \quad (1)$$

где  $b_1, b_2$  – амплитудные значения смещения,  $k$  – волновое число.

Отсюда следует, что колебательные скорости  $v_1$  и  $v_2$  равны:

$$v_1 = \left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{Y=0} = i\omega b_2, \\ v_2 = \left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{Y=d} = -i\omega b_1 \sin(kd) - v_1 \cos(kd). \quad (2)$$

Выражение для  $b_1$  имеет вид

$$b_1 = \frac{v_2 - v_1 \cos(kd)}{i\omega \sin(kd)}. \quad (3)$$

## ЭЛЕКТРОННАЯ АППАРАТУРА: ИССЛЕДОВАНИЯ, РАЗРАБОТКИ

Для материалов, обладающих пьезоэффеktом, справедливы следующие уравнения для механического напряжения  $T$  и электрической индукции  $D$  [6, с. 360]:

$$T=c^E \frac{\partial \xi}{\partial Y} - e^T E; \quad (4)$$

$$D=e^T \frac{\partial \xi}{\partial Y} + \epsilon^\eta E, \quad (5)$$

где  $c^E$  — модуль упругости, измеренный при постоянном электрическом поле  $E$ ;

$e^T$  — пьезоэлектрический модуль, измеренный при постоянном напряжении  $T$ ;

$\epsilon^\eta$  — диэлектрическая проницаемость, измеренная при постоянной механической деформации  $\eta = \frac{\partial \xi}{\partial Y}$ .

Для нахождения сил  $F_1$  и  $F_2$  подставим напряженность поля  $E=(D-\epsilon\eta)/\epsilon^\eta$  в уравнение (4), тогда

$$T=c^D \eta - eD / \epsilon^\eta. \quad (6)$$

Электрическая индукция  $D$  связана с током  $I$ , текущим через ПП с площадью  $S$ , соотношением  $D=I/(i\omega S)$ . Учитывая, что  $F_1=-ST|_{Y=0}$ , получаем:

$$F_1=-iZ_p[v_2/\sin(kd)-v_1/\tan(kd)]+ieI/(\omega\epsilon^\eta). \quad (7)$$

где  $Z_p$  — волновое акустическое сопротивление ПП:

$$Z_p=S\epsilon^D k / \omega.$$

Аналогично, для  $F_2$ :

$$\begin{aligned} F_2 &= -ST|_{Y=d} = \\ &= -iZ_p[v_1/\sin(kd)-v_2/\tan(kd)]+ieI/(\omega\epsilon^\eta). \end{aligned} \quad (8)$$

Интегрируя уравнение (5) с учетом отсутствия зарядов ( $\operatorname{div} \vec{D}=0$ ), получим:

$$Dd=e(\xi|_{Y=d}-\xi|_{Y=0})-U\epsilon^\eta, \quad (9)$$

где  $U=\int_0^d EdY$  — разность потенциалов на электродах пластины —

$$U=[-e/(i\omega\epsilon^\eta)](v_2-v_1)+Id/(i\omega S\epsilon^\eta). \quad (10)$$

**С**овокупность (7), (8), (10) описывает шестиполюсник, характеризуемый двумя механическими сторонами и одной электрической. Для такого шестиполюсника Мэзоном [7] предложена эквивалентная схема, включающая в себя идеальный электромеханический трансформатор (**рис. 2**).

Коэффициент трансформации шестиполюсника (рис. 2) равен  $N=eC_0/\epsilon^\eta$ ;  $C_0=S\epsilon^\eta/d$  — статическая емкость зажатого ПП. Импедансы  $Z_1$  и  $Z_2$  име-

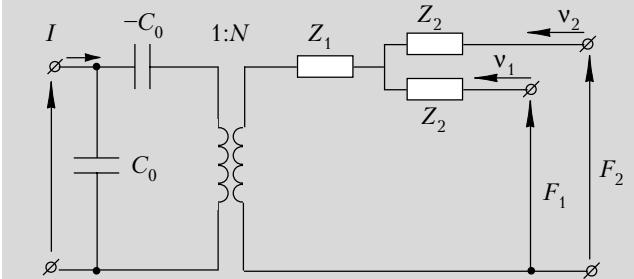


Рис. 2. Эквивалентная схема двухсторонне нагруженного ПП

ют значения  $Z_1=-iZ_p/\sin(kd)$ ,  $Z_2=-iZ_p\tan(kd/2)$ . В составе схемы имеется практически не реализуемый элемент — отрицательная емкость. (Далее это не создает каких-либо затруднений, поскольку схема трансформируется так, что в ней используются только реальные элементы.)

Предположим, что ПП на выходах  $(F_1, v_1)$  и  $(F_2, v_2)$  механически нагружен на импедансы ВЭ и СС, равные  $Z_d$  и  $Z_{pr}$ , соответственно. Акустический импеданс данной системы со стороны вторичной обмотки электромеханического трансформатора (акустическая сторона) равен

$$Z_a = \frac{(iZ_p \tan \phi + Z_d)(iZ_p \tan \phi + Z_{pr})}{2iZ_p \tan \phi + Z_d + Z_{pr}} - \frac{iZ_p}{\sin(2\phi)}, \quad (11)$$

где фазовая постоянная  $\phi=kd/2$ .

Использование разложений функций  $\tan \phi$  и  $\sin(2\phi)$  в окрестности частоты полуволнового резонанса ПП ( $d=\lambda/2$ ,  $\omega=\omega_a$ ) при  $\phi=\pi(1+\delta)/2$  приводит  $Z_a$  к виду

$$Z_a = (Z_d + Z_{pr})/4 + iZ_p \delta/4. \quad (12)$$

Здесь  $\tan \phi = (\pi^2 \delta^2 - 8)/4\pi\delta$ ,  $\sin(2\phi) = -\pi\delta$ , где  $\delta = (\omega - \omega_a)/\omega_a$  — относительная частотная расстройка.

Выражение для  $Z_a$  эквивалентно импедансу нагруженного последовательного колебательного контура  $\tilde{L}\tilde{C}$ . Схема ПП на рис. 2 принимает вид, показанный на **рис. 3**.

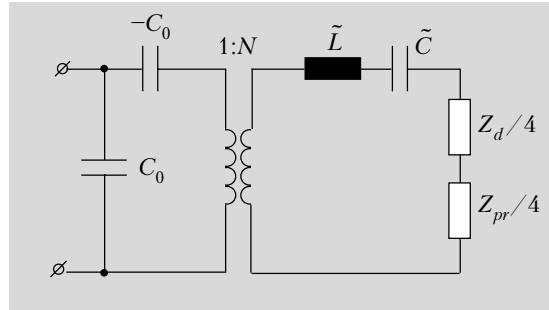


Рис. 3. Трансформированная эквивалентная схема ПП

При переносе элементов на электрическую часть импеданс  $Z_a$  необходимо разделить на  $N^2$ . Тогда, с учетом  $-C_0$ , получим электрическую эквивалентную схему ПП (**рис. 4**). Здесь для компенсации емкости  $C_0$  добавлена индуктивность  $L_0$ , подключаемая снаружи ПП. Значения  $L$ ,  $C$ :

$$L = Z_p \pi / (2\omega K), \quad C = 2K / (\pi \omega Z_p).$$

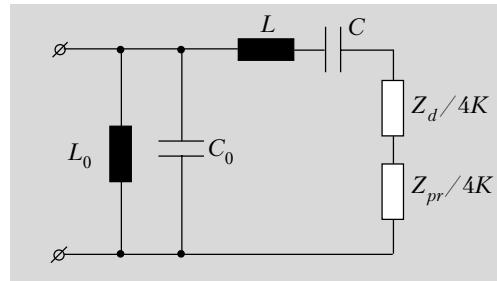


Рис. 4. Электрическая эквивалентная схема ПП

## ЭЛЕКТРОННАЯ АППАРАТУРА: ИССЛЕДОВАНИЯ, РАЗРАБОТКИ

Коэффициент трансформации  $N^2=K$  равен

$$K = \frac{k_{\text{эм}}^2}{1 - k_{\text{эм}}^2} \frac{\pi^2 C_0^2 \rho_p V_p^2}{8 \epsilon^n}. \quad (13)$$

Здесь  $\rho_p$ ,  $V_p$  — плотность материала ПП и скорость звука в ПП, соответственно. Частоту резонанса  $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$  свободной ПП можно найти используя уравнение [6, с. 378], связывающее ее с частотой антрезонанса  $\omega_a = \pi V_p/d$ :

$$k_{\text{эм}}^2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega_r}{\omega_a}\right) = \frac{\pi \omega_r}{2 \omega_a}. \quad (14)$$

Квадрат коэффициента электромеханической связи  $k_{\text{эм}}^2$  характеризует долю электрической энергии, перешедшей в упругую механическую энергию, и с коэффициентом электрической связи  $k$  связан выражениями  $k=C/C_0$ ,  $k=k_{\text{эм}}^2/(1-k_{\text{эм}}^2)$ .

**В**ходной электрический импеданс ПП с шунтирующей индуктивностью  $L_0$  равен

$$Z_e = \frac{i\omega L_0 [R + i(\omega L - 1/\omega C + X)]}{(1 - \omega^2 L_0 C_0) [R + i(\omega L - 1/\omega C + X)] + i\omega L_0}, \quad (15)$$

где  $R=R(\Omega)$  и  $X=X(\Omega)$  — вещественная и мнимая части суммы импедансов ВЭ и СС;  $\Omega=\omega/\omega_r$  — относительная частота. (Частотные зависимости  $R=R(\Omega)$  и  $X=X(\Omega)$ , нормированные на акустическое сопротивление светозвукопровода, определены в [4].)

Частота резонанса нагруженной ПП  $\omega_0$  является решением трансцендентного уравнения для реактивной составляющей импеданса в контуре относительно величины  $\Omega_0=\omega_0/\omega_r$ :

$$\Omega_0^2 - 1 + \Omega_0 CX(\Omega_0) = 0. \quad (16)$$

Умножив числитель и знаменатель (15) на  $\omega C$ , а также учитывая соотношения для  $\omega$  и  $k$  и что

$\omega_0 = 1/\sqrt{L_0 C_0}$ , получим:

$$Z_e = \frac{i\omega L_0 [\omega RC + i(\Omega^2 - 1 + \omega CX)]}{(1 - \omega^2/\omega_0^2) [\omega RC + i(\Omega^2 - 1 + \omega CX)] + ik\omega^2/\omega_0^2}. \quad (17)$$

Компоненты (17) представим в виде

$$\omega CX = \frac{\omega}{\omega_r} \omega_r CX = \Omega \sqrt{\frac{C}{L}} X = \Omega \sqrt{\frac{\tilde{C}}{\tilde{L}}} \tilde{X} = \frac{2\Omega X}{\pi Z_p} = \frac{2\Omega}{\pi} \bar{X}; \quad (18)$$

$$\omega RX = \frac{\omega}{\omega_r} \omega_r RX = \Omega \sqrt{\frac{C}{L}} R = \frac{2\Omega}{\pi} \bar{R}, \quad (19)$$

где  $\bar{X}$ ,  $\bar{R}$  — нормированные на  $Z_p$  значения  $X$  и  $R$ .

С учетом выражений (18), (19) входной импеданс (17) принимает вид

$$Z_e = \frac{i\omega L_0 [2\Omega \bar{R}/\pi + i(\Omega^2 - 1 + 2\Omega \bar{X}/\pi)] \Omega_0^2}{(\Omega_0^2 - \Omega^2) [2\Omega \bar{R}/\pi + i(\Omega^2 - 1 + 2\Omega \bar{X}/\pi)] + ik\Omega^2}. \quad (20)$$

Для ПП, не запущенного индуктивностью  $L_0$ , импеданс  $Z_e$  равен

$$Z_e = \frac{-i}{\omega_r C_0 \Omega} \frac{2\Omega \bar{R}/\pi + i(\Omega^2 - 1 + 2\Omega \bar{X}/\pi)}{2\Omega \bar{R}/\pi + i(\Omega^2 - 1 - k + 2\Omega \bar{X}/\pi)}. \quad (21)$$

При дальнейшем анализе возбуждения упругих волн в структуре ВЭ–ПП–СС–СЗП воспользуемся коэффициентом отражения  $\Gamma$  на входе эквивалентной схемы (рис. 4):

$$-\Gamma(i\omega) = \frac{Z_e(i\omega) - R_g}{Z_e(i\omega) + R_g}, \quad (22)$$

где  $R_g$  — волновое сопротивление слева от входа ПП.

Величина акустической мощности, излучаемой ПП в направлении ВЭ и СС, равна [2, с. 39]

$$\tilde{P}_a = P_0 (1 - |\Gamma|^2), \quad (23)$$

где  $P_0$  — электрическая мощность подводимого сигнала.

Учитывая, что ВЭ и СС образуют делитель мощности, акустическая мощность, отдаваемая через СС в СЗП, равна

$$P_a = \tilde{P}_a \frac{\operatorname{Re} Z_{pr}}{\operatorname{Re}(Z_{pr} + Z_d)}. \quad (24)$$

**В** качестве примера практической значимости (21) приведем результаты сравнительного анализа (см. рис. 5) расчетов частотной зависимости модуля входного электрического импеданса  $|Z_e|$  пьезопреобразователей АОЯ по предложенной методике и величин  $|Z_e|$ , полученных экспериментально для структур ПП–СС–СЗП.

Исследовались структуры [3]  $\text{LiNbO}_3$ – $Ep$ – $\text{SiO}_2$ ,  $\text{LiNbO}_3$ – $Ep$ – $\text{Tf10}$ ,  $\text{LiNbO}_3$ – $Cu$ – $In$ – $Cu$ – $\text{SiO}_2$ ,  $\text{LiNbO}_3$ – $In$ – $\text{PbMoO}_4$  (YZ-през),  $\text{LiNbO}_3$ – $In$ – $\text{Tf1}$ , где  $Ep$  — связующий слой на основе эпоксидной смолы ЭД-20,  $Cu$ – $In$ – $Cu$  — связующие слои типа «медь–индий–медь». Резонансные частоты структур, согласно [3, с. 75], составляли соответственно 4,22, 25,09, 168,2, 70,78, 23,98 МГц, при этом начальная и конечная частоты анализа выбирались равными  $0,2F_r$  и  $2F_r$ , соответственно.

Из приведенных графиков видно, что значения импедансов в дальней области от резонанса с незначительным различием можно считать одинаковыми. Подобное свойство объясняется слабым влиянием фазовых соотношений в эквивалентном контуре и комплексной частотно-зависимой акустической нагрузженности в реальной структуре ПП–СС–СЗП. Таким образом, в этой области аппроксимацию зависимости  $|Z_e|$  посредством четырехэлементной эквивалентной схемы можно считать удовлетворительной.

Иная ситуация имеет место в окрестности резонанса. При этом, в общем случае, изменяется вещественная и мнимая части акустического импеданса СС в сечении, смежном с ПП. Вносимая реактивная составляющая нагрузки смещает резонансную частоту системы в целом, а также частоту антрезонанса. Изменения крутизны зависимости импеданса и его экстремальные значения в резонансной области обусловлены частотной зависимостью вещественной части акустического импеданса нагрузки.

\* \* \*

Таким образом, предложенные представления (17)–(21) позволяют для электромеханической системы вида «внешний электрод – пьезопластина –