

К. т. н. Н. Г. ЧЕРНЯК, О. В. СТЕЦЕНКО

Украина, г. Киев, Межотрасл. НИИ проблем механики «Ритм»
при НТУУ «КПИ»
E-mail: olesya.stetsenko@yahoo.com

Дата поступления в редакцию
30.01 2001 г.

Оппонент д. т. н. В. А. КАНЧЕНКО

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГАЗОВОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МИКРОЭЛЕКТРОННЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Полученные результаты могут использоваться при расчете параметров газового демпфирования планарных чувствительных элементов различных датчиков физических величин.

Для реализации задач эффективного управления высокоманевренными подвижными объектами используются измерители углового ускорения. На примере электростатического измерителя углового ускорения (ИУУ) средней точности в работе проведен расчет коэффициентов газового демпфирования колебаний планарного чувствительного элемента.

ИУУ предназначен для измерения компоненты углового ускорения основания, направленной вдоль оси x_2 системы координат $Ox_1x_2x_3$, связанной с основанием (рис. 1). Он включает в себя маятниковый чувствительный элемент (ЧЭ) и дифференциаль-

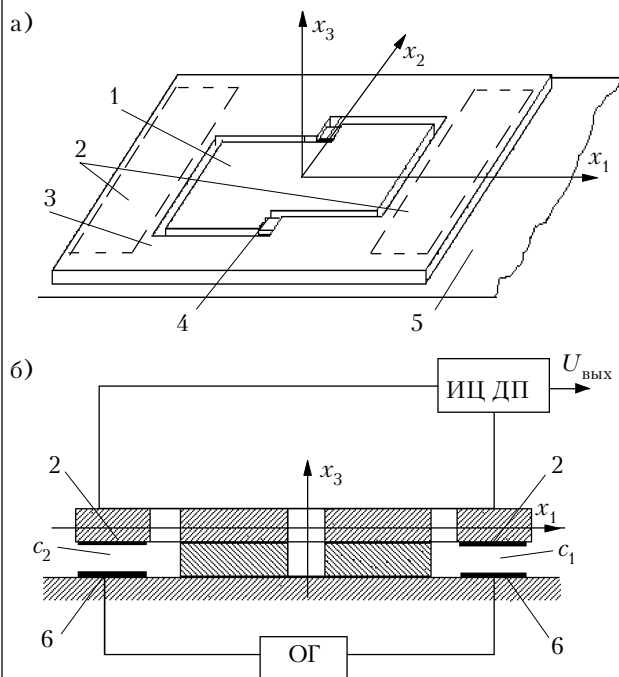


Рис. 1. Измеритель углового ускорения:

а – узел ЧЭ; б – схема функциональная

1 – неподвижная часть ЧЭ; 2 – подвижные электроды ДП; 3 – подвижная часть ЧЭ; 4 – упругие элементы; 5 – основание прибора; 6 – неподвижные электроды ДП

ный емкостный датчик перемещения (ДП). Конструктивно ЧЭ состоит из двух частей: неподвижной 1, прикрепленной к основанию прибора 5, и внешней подвижной 3, воспринимающей измеряемую величину. Технологически ЧЭ выполняется из кварцевой пластины путем химического травления. На подвижную часть напылены подвижные электроды 2 емкостного ДП; неподвижные электроды ДП 6 напылены на основание (рис. 1, б). ЧЭ прибора симметричен относительно плоскостей симметрии Ox_2x_3 и Ox_1x_2 .

Упругие элементы 4, на которых закреплена подвижная часть 3 ЧЭ, имеют малую линейную жесткость в направлении оси x_3 и угловую жесткость в направлении оси x_2 , обеспечивая две степени свободы (рис. 2): линейное перемещение x перпендикулярно своей плоскости вдоль оси x_3 и вращение α вокруг оси x_2 , лежащей в его плоскости и проходящей через центры упругих элементов.

Прибор работает следующим образом. При действии углового ускорения вокруг оси x_2 подвижная часть ЧЭ прибора благодаря своим инерционным свойствам отклоняется от первоначального положения на угол α . Это отклонение вызывает изменение емкостей c_1 и c_2 конденсаторов дифференциального

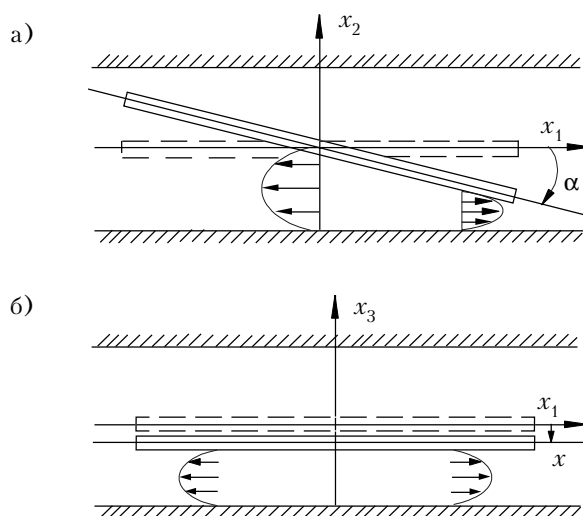


Рис. 2. Истечение газа из-под пластины ЧЭ при ее перемещении:

а – под действием углового ускорения вокруг оси x_2 ; б – под действием линейного ускорения вдоль оси x_3

емкостного датчика перемещения (рис. 1, б) таким образом, что емкость одного из них увеличивается, а другого — уменьшается на одну и ту же величину. Сигналы об изменении емкости поступают на измерительную цепь ДП (ИЦ ДП), где в результате вычитания этих сигналов получаем удвоенный сигнал об угловом перемещении наружной рамки $U_{\text{вых}}$ (выходное напряжение). Напряжение питания на конденсаторы емкостного датчика поступает с опорного генератора (ОГ). При действии линейного ускорения вдоль оси x_3 наружная рамка прибора смещается на величину x . Однако в этом случае емкость конденсаторов изменяется одинаково, и при вычитании сигналов об изменении емкости на выходе дифференциального усилителя получаем нулевой сигнал.

Перемещение ЧЭ по вышеуказанным координатам описывается таким линеаризованным уравнением (без учета перекрестного демпфирования):

$$\begin{bmatrix} J_{22}p^2 + b_{\alpha}p + c_{\alpha} & c_{\alpha x} \\ c_{\alpha x} & mp^2 + b_x p + c_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_{22} \\ ml_c \end{bmatrix} \ddot{\Omega}_2 + \begin{bmatrix} M_{\text{п}} \\ F_{\text{п}} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где J_{22} — момент инерции наружной рамки относительно оси x_2 ;

p — величина давления в зазоре;

b_{α}, b_x — коэффициенты углового и линейного демпфирования;

$c_{\alpha}, c_x, c_{\alpha x}$ — угловая, линейная и перекрестная жесткости, соответственно;

m — масса наружной рамки ЧЭ;

l_c — координата центра масс наружной рамки чувствительного элемента;

$\ddot{\Omega}_2$ — измеряемое угловое ускорение;

$M_{\text{п}}, F_{\text{п}}$ — момент и сила помех со стороны внешних возмущающих факторов.

В систему уравнений (1) входят коэффициенты демпфирования b_{α}, b_x , которые обычно определяются экспериментально. Знание их численных величин важно, т. к. они определяют такие динамические характеристики прибора, как показатель колебательности и полоса пропускания. При этом показатель колебательности определяется соотношением [1, с. 53]

$$M = A(\omega_0)/A(0),$$

где $A(\omega_0)$ — амплитуда колебаний ЧЭ на частоте резонанса (максимальная амплитуда);

$A(0)$ — амплитуда отклонения ЧЭ в статическом режиме.

Особенностью рассматриваемого прибора является малая величина зазора δ между пластиной ЧЭ и основанием, которая составляет 30 — 50 мкм, что обусловлено требованиями обеспечения необходимой емкости конденсаторов ДП. Поэтому величина допустимого отклонения ЧЭ от положения равновесия при действии динамических нагрузок не должна намного превышать величину отклонения в статике, что обеспечивается при $M \approx 1,4$; относительные коэффициенты демпфирования при этом лежат в пределах $\xi = 0,5 - 0,8$.

Механизм газового демпфирования состоит в том, что газ, находящийся в зазоре между пластиной ЧЭ и основанием, обладает определенной вязкостью и при движении пластины с определен-

ной скоростью, когда газ начинает свободно вытекать из полости (рис. 2), образованной пластиной ЧЭ и основанием, внутри газа и между газом и пластиной создаются силы вязкого трения, величина которых пропорциональна скорости движения пластины. Для того чтобы газ успешно вытекал из-под пластины ЧЭ, необходимо принять гипотезу о несжимаемости газа (условия выполнения которой будут изложены позже).

Состояние подобной газодинамической системы описывается уравнениями Навье — Стокса, уравнением неразрывности, которые без учета массовых сил (масса находящегося в зазоре газа мала), динамических (процесс истечения рассматривается как квазистатический) и вихревых членов примут вид [2, с. 256]

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x_1} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial x_2} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial x_3} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3^2} \right) \end{cases}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0,$$

где η — коэффициент динамической вязкости газа;

v_i — компоненты скорости перемещения газа.

Аналитическое решение этой системы весьма сложно и не выражается в виде элементарных функций [4, с. 339]. Поэтому для численного расчета коэффициента демпфирования предлагается использовать метод электрических аналогов механических величин [3, с. 132].

Для выполнения гипотезы о несжимаемости воздуха в воздушном зазоре должно выполняться следующее условие: постоянная времени истечения газа из зазора (T_p) должна быть больше полупериода колебаний упругого элемента (T_0) —

$$T_p < \frac{T_0}{2}, \text{ т. е. } T_p < \frac{1}{2f_0},$$

где f_0 — частота собственных колебаний упругого элемента.

Для оценки величины допустимого зазора между пластиной ЧЭ и газонепроницаемым экраном достаточно представить наш ЧЭ как прямоугольную пластину (без вырезов), упруго закрепленную вблизи экрана. Воспользуемся соотношением, приведенным в [5]:

$$\delta > [\delta] = k^* L \sqrt{\frac{v\omega_0}{c_{\text{зв}}^2}}, \quad (2)$$

где $k^* = 2,45$;

L — наибольший характерный размер пластины;

v — коэффициент кинематической вязкости газа, $v = 1,32 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$;

ω_0 — частота колебаний пластины;

$c_{\text{зв}}$ — скорость звука в газовой среде.

Например, при $\omega_0 = 250 \text{ рад/с}$, $L = 40 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $c_{\text{зв}} = 332 \text{ м/с}$ $[\delta] = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}$. Но если учесть, что площадь подвижной части ЧЭ составляет порядка 60 — 70% площади всей пластины и имеются вырезы для перетекания газа, то это значение будет еще меньшим.

Для расчета коэффициентов газового демпфирования применим метод электрических аналогий механических величин.

Представим полость между ЧЭ и основанием в виде системы пневмокамер, соединенных между собой короткими каналами, не представляющими сопротивления потоку. Деление полости на отдельные пневмокамеры будем проводить таким образом, чтобы граничные условия на краях каждого из полученных элементов были однородными. Ввиду симметрии ЧЭ относительно оси x_2 рассмотрим только его половину, лежащую по одну сторону от этой оси.

Положим, что максимум давления на каждом из элементов будет достигаться в центре этого элемента; в эту точку мы и будем подключать источник объемной скорости q_i . Однако это утверждение не будет корректным для элементов, протяженных вдоль оси x_1 , вследствие разности давлений на противоположных краях этих элементов. Поэтому для уточнения расчетов и нахождения точки максимума предлагается разделить эти элементы вдоль еще на N частей. Такую систему можно, согласно методу электромеханических аналогий [3, с. 132], заменить эквивалентной пневмосистемой, расчетная схема которой изображена на рис. 3. Эта схема состоит из источников объемной скорости q_i , характеризующих изменение объема пневмокамер при движении, и эквивалентных пневматических сопротивлений z , прямоугольных щелей, через которые происходит истечение газа.

Запишем выражения для сопротивлений и объемных расходов каждого из элементов, выразив их через конструктивные параметры ЧЭ и величину зазора, при этом:

для линейного перемещения пластины [3, с. 264]

$$q_i = v_{пл} S_i, \quad (3)$$

где $v_{пл}$ — скорость линейного перемещения пластины;
 S_i — площадь i -го элемента;

для углового перемещения пластины

$$q_i = \dot{a}_{пл} l S_i, \quad (4)$$

где $\dot{a}_{пл}$ — скорость углового перемещения пластины;
 l — расстояние от центра i -го элемента до оси x_2 .

Величину пневматического сопротивления прямоугольной щели, через которую происходит истечение газа (при условии, что величина отклонения ЧЭ от положения равновесия мала по сравнению с величиной зазора) можно рассчитать по такой формуле [3, с. 249]:

$$z_i = \frac{12\eta L}{\delta^3 b}, \quad (5)$$

где η — коэффициент динамической вязкости газа;
 L — длина щели;
 δ — величина зазора между пластиной ЧЭ и газонепроницаемым экраном;
 b — ширина щели.

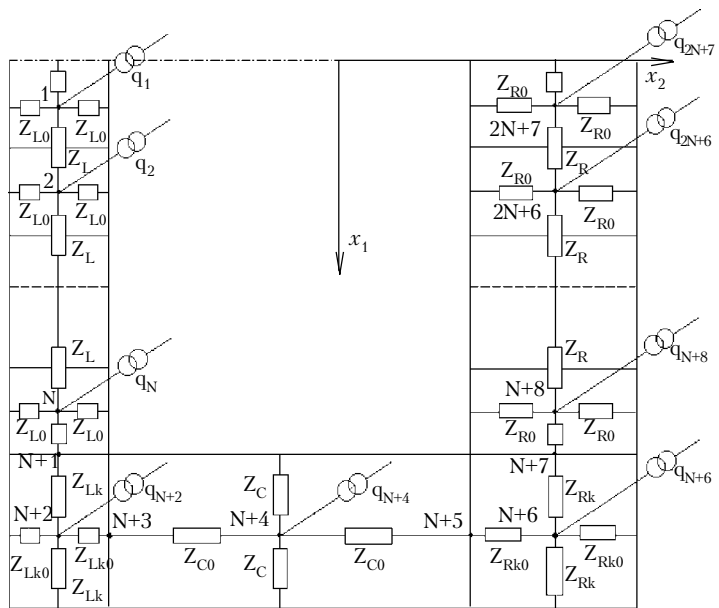


Рис. 3. Расчетная схема применения метода электромеханических аналогий

Состояние такой эквивалентной системы описывается значениями давления p_i в пневмокамерах и на соединительных элементах. Разность значений Δp будет аналогом разности потенциалов. Тогда, используя вышеупомянутые электромеханические аналогии (источник объемной скорости — источник тока, пневматическое сопротивление — электрическое сопротивление, разность давлений — напряжение), запишем уравнения Кирхгофа суммы токов в узлах для каждого из узлов эквивалентной схемы:

$$\begin{cases} q_1 - \frac{p_1 - p_0}{0,5z_L} - \frac{p_1 - p_2}{z_L} - \frac{2(p_1 - p_0)}{z_{L0}} = 0; \\ q_i - \frac{p_i - p_{i-1}}{z_L} - \frac{p_i - p_{i+1}}{z_L} - \frac{2(p_i - p_0)}{z_{L0}} = 0; \\ q_N - \frac{p_N - p_{N-1}}{z_L} - \frac{p_N - p_{N+1}}{0,5z_L + z_{Lk}} - \frac{2(p_N - p_0)}{z_{L0}} = 0; \\ q_{N+1} - \frac{p_{N+1} - p_N}{0,5z_L + z_{Lk}} - \frac{p_{N+1} - p_0}{z_{Lk}} - \frac{p_{N+1} - p_0}{z_{Lk0}} - \frac{p_{N+1} - p_{N+2}}{z_{Lk0}} = 0; \\ \frac{p_{N+1} - p_{N+2}}{z_{Lk0}} - \frac{p_{N+2} - p_{N+3}}{z_{C0}} = 0; \\ q_{N+3} - \frac{p_{N+3} - p_{N+2}}{z_{C0}} - \frac{p_{N+3} - p_{N+4}}{z_{C0}} - \frac{2(p_{N+3} - p_0)}{z_C} = 0; \\ \frac{p_{N+1} - p_{N+2}}{z_{Lk0}} - \frac{p_{N+2} - p_{N+3}}{z_{C0}} = 0; \\ q_{N+5} - \frac{p_{N+5} - p_0}{z_{Rk}} - \frac{p_{N+5} - p_{N+6}}{z_{Rk} + 0,5z_R} - \frac{p_{N+5} - p_0}{z_{Rk0}} - \frac{p_{N+5} - p_{N+4}}{z_{Rk0}} = 0; \\ q_{N+6} - \frac{p_{N+6} - p_{N+5}}{z_{Rk} + 0,5z_R} - \frac{p_{N+6} - p_j}{z_R} - \frac{2(p_{N+6} - p_0)}{z_{R0}} = 0; \\ q_j - \frac{p_j - p_{j-1}}{z_R} - \frac{p_j - p_{j+1}}{z_R} - \frac{2(p_j - p_0)}{z_{R0}} = 0; \\ q_{2N+6} - \frac{p_{2N+6} - p_0}{0,5z_R} - \frac{p_{2N+6} - p_{2N+5}}{z_R} - \frac{2(p_{2N+6} - p_0)}{z_{R0}} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Выражение для решения подобной системы в аналитическом виде достаточно велико и не поддается дальнейшему упрощению. Поэтому более целесообразно найти численное решение данной системы. При

этом значение давления на открытых краях элементов может быть принято равным нулю, поскольку вызывает интерес только сила, возникающая со стороны избыточного давления, создающегося под пластиной вследствие ее движения с определенной скоростью.

Найдем численное решение системы (6) для ЧЭ (рис. 4) с такими геометрическими параметрами:

$$a_1 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ м}; a_2 = 19 \cdot 10^{-3} \text{ м}; a_3 = 16 \cdot 10^{-3} \text{ м}; b_1 = 40 \cdot 10^{-3} \text{ м}; b_2 = 26 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \delta = 35 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Результатом решения системы (6) есть распределение избыточного давления под пластиной ЧЭ в зависимости от скорости ее перемещения. По результатам расчета составлена интерполяционная функция распределения давления при угловом (рис. 5, а, Ω_2 — угловая скорость вращения вокруг оси x_2) и линейном (рис. 5, б, V_3 — линейная скорость перемещения вдоль оси x_3) перемещениях пластины. Интегрирование этих функций по площади пластины позволяет получить интересующую нас силу демпфирования, а при умножении силы на соответствующее механическое плечо получим момент силы демпфирования, действующей на ЧЭ со стороны газовой среды.

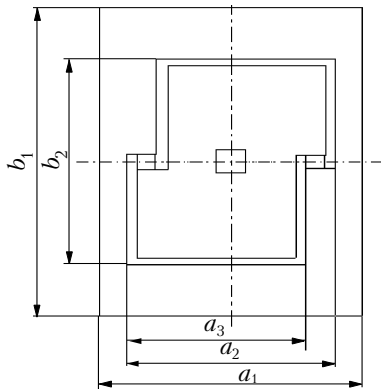


Рис. 4. Геометрические параметры ЧЭ

Полученные сила и момент линейно зависят от линейной и угловой скоростей перемещения ЧЭ по координатам x и α , соответственно, а численные коэффициенты, стоящие в зависимостях при этих скоростях, будут соответствовать искомым коэффициентам демпфирования. В частности, для элемента, изображенного на рис. 4, значения этих коэффициентов будут: для линейного перемещения пластины $k_l = 0,228$, что соответствует относительному демпфированию $\xi_x = 0,8$; для углового перемещения $k_y = 4,5 \cdot 10^{-3}$, что соответствует относительному демпфированию $\xi_\alpha = 1,65$.

Для оптимальной работы прибора необходимо, чтобы значения относительных коэффициентов демпфирования ЧЭ по соответствующим обобщенным координатам были в пределах $\xi = 0,5 \dots 0,8$. Из анализа приведенных на рис. 5 интерполяционных функций следует, что наибольшее сопротивление угловому движению оказывает элемент, максимально удаленный от оси x_2 . Это позволяет, уменьшив площадь этого элемента, соответственно уменьшить коэффициент углового демпфирования ЧЭ. Умень-

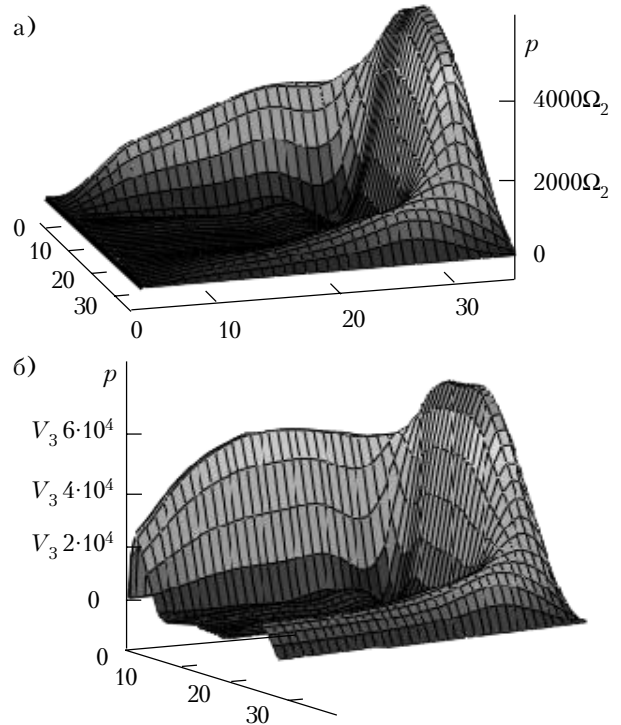


Рис. 5. Интерполяционная функция распределения избыточного давления:

а — при угловом перемещении пластины ЧЭ; б — при линейном перемещении

шить этот коэффициент можно также увеличив зазор, т. к. величина избыточного давления обратно пропорциональна кубу зазора.

Таким образом, исходя из вышеперечисленных вариантов влияния геометрических параметров ЧЭ на коэффициент демпфирования, были подобраны параметры ЧЭ $b_1 = 38 \cdot 10^{-3}$ м и $\delta = 45 \cdot 10^{-6}$ м, обеспечивающие требуемые коэффициенты относительного демпфирования $\xi_\alpha = 0,8$, $\xi_x = 0,5$.

Применение метода электромеханических аналогий позволяет получить геометрические параметры планарного чувствительного элемента измерителя углового ускорения, обеспечивающие требуемые коэффициенты углового и линейного газового демпфирования.

Полученные результаты могут быть использованы при решении задач расчета параметров газового демпфирования планарных ЧЭ различных датчиков физических величин.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле — М.: Машиностроение, 1985.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя — М.: ИЛ, 1956.
3. Ленк А. Электромеханические системы — М.: Мир, 1978.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. — М.: Наука, 1981.
5. Черняк М. Г., Бондаренко О. М. Фізико-математичні основи побудови датчиків тиску з пневмомеханічним резонатором // Наукові вісті НТУУ "КПІ". — 1999. — № 3. — С. 88 — 101.