К. т. н. Э. Н. ГЛУШЕЧЕНКО

Украина, г. Киев, Научно-производственное предприятие «Сатурн»
E-mail: chmil@jssaturn.kiev.ua

Дата поступления в редакцию
03.04 2003 г.

Оппонент *к. т. н. Н. Н. КОБАК*
(НТУУ «КПИ», г. Киев)

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ЦЕПОЧЕЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ СВЧ-ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Метод позволяет аналитически, без применения громоздкого аппарата теории матриц, проводить анализ и синтез цепочечного соединения СВЧ-четырехполюсников.

Известно [1], что каскадно-цепочечное соединение СВЧ-четырехполюсников является единственным однородным соединением, параметры которого могут быть определены простым перемножением матриц передачи [A] исходных четырехполюсников. Однако если число элементов в цепочке $n \geq 3$, то перемножение комплексных матриц становится громоздким и трудоемким процессом. Кроме того, это делает метод трудно формализуемым, что затрудняет процесс нахождения результирующей матрицы цепи, т. е. проведение анализа и синтеза СВЧ-устройства.

Предлагается упрощенный метод определения параметров цепочечного соединения СВЧ-четырехполюсников по известным [Y]- или [Z]-матрицам исходных четырехполюсников, основанный на методе анализа электронных схем [2]. Предлагаемый метод является модернизацией разработанных в теории цепей обобщенных методов узловых напряжений и контурных токов.

Для реализации метода необходимо знать приведенные к канонической системе координат и нормированные параметры исходных четырехполюсников: [Y] — для метода узловых напряжений и [Z] — для метода контурных токов.

Результирующая матрица (например, $[Y]^{\Sigma}$) цепочечного соединения имеет размерность $m \times m$, где $m=n+1$— число узлов схемы, а n — число соединяемых четырехполюсников. Способ формирования результирующей матрицы цепи подробно рассмотрен в работе [3], а вид такой матрицы приведен на **рис. 1**.

В полученной ленточной матрице элементы главной диагонали, за исключением Y_{11}^{Σ} и Y_{mm}^{Σ}, имеют вид суммы $|Y_{22}^{i-1}+Y_{11}^{i}|$ элементов исходных матриц, где $i=2, 3,\ldots, n$ — порядковый номер элемента главной диагонали. Элемент $Y_{11}^{\Sigma}=|Y_{11}^{n}|$, а $Y_{mm}^{\Sigma}=|Y_{22}^{n}|$. На верхней и нижней диагоналях расположены элементы $|Y_{12}^{i}|$ и $|Y_{21}^{i}|$, соответственно. Причем Y_{11}^{i}, Y_{12}^{i}, Y_{21}^{i} и Y_{22}^{i} — элементы нормированных матриц.

Полученная ленточная матрица позволяет, согласно [3], определить параметры передачи [A] цепочечного соединения СВЧ-четырехполюсников непосредственно через определитель ленточной матрицы Δ и ее алгебраические дополнения Δ_{ij}.

Известно, что параметры четырехполюсника можно определить, согласно [4, с. 153—161], следующим образом:

$$Z_{вх}=(A_{11}Z_{н}+A_{12})/(A_{21}Z_{н}+A_{22});\ K_U=Z_{н}/(A_{11}Z_{н}+A_{12});$$
$$K_I=1/(A_{21}Z_{н}+A_{22}), \qquad (1)$$

где $Z_{вх}$ — входное сопротивление;
K_U — коэффициент передачи по напряжению;
K_I — коэффициент передачи по току.

Тогда для случая холостого хода ($Z_{н}=\infty$) и короткого замыкания ($Z_{н}=0$) параметры четырехполюсника через элементы его матрицы передачи [A] примут следующий вид:

$$Z_{вх}^{xx}=A_{11}/A_{21};\ K_U^{xx}=1/A_{11};\ Z_{вх}^{кз}=A_{12}/A_{22};$$
$$K_I^{кз}=1/A_{22}. \qquad (2)$$

А согласно [2, с. 83], параметры цепочечного соединения через определитель Δ и алгебраические

		1	2	3	…	n	n+1
	1	$Y_{11}^{\Sigma}=\|Y_{11}^{1}\|$	$Y_{12}^{\Sigma}=-\|Y_{12}^{1}\|$				
	2	$Y_{21}^{\Sigma}=-\|Y_{21}^{1}\|$	$Y_{22}^{\Sigma}=\|Y_{22}^{1}+Y_{11}^{2}\|$	$Y_{23}^{\Sigma}=-\|Y_{12}^{2}\|$			
$[Y]^{\Sigma}=$	3		$Y_{32}^{\Sigma}=-\|Y_{21}^{2}\|$	$Y_{33}^{\Sigma}=\|Y_{22}^{2}+Y_{11}^{3}\|$			
	4			$Y_{43}^{\Sigma}=-\|Y_{21}^{3}\|$		$Y_{n-1,n}^{\Sigma}=-\|Y_{12}^{n-1}\|$	
	n					$Y_{n,n}^{\Sigma}=\|Y_{22}^{n-1}+Y_{11}^{n}\|$	$Y_{n,n+1}^{\Sigma}=-\|Y_{12}^{n}\|$
	n+1					$Y_{n+1,n}^{\Sigma}=-\|Y_{21}^{n}\|$	$Y_{n+1,n+1}^{\Sigma}=\|Y_{22}^{n}\|$

Рис. 1. Результирующая матрица цепочечного соединения Y-четырехполюсников: n — число элементов цепи; $m=n+1$ — число узлов цепи

дополнения Δ_{ij} результирующей матрицы имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} &Z_{вх}= (\Delta_{11}Z_н+\Delta_{11,\,mm})/(\Delta Z_н+\Delta_{mm}); \\ &K_U=\Delta_{1m}Z_н/(\Delta_{11}Z_н+\Delta_{11,\,mm});\ K_I=\Delta_{1m}/(\Delta Z_н+\Delta_{mm}), \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где $\Delta_{11,\,mm}= (\Delta_{11}\Delta_{mm}-\Delta_{1m}\Delta_{m1})/\Delta$.

Тогда для рассматриваемого случая цепочечного соединения проводимостей получаем, что

$$Z_{вх}^{хх}=\Delta_{11}/\Delta;\quad K_U^{хх}=\Delta_{1m}/\Delta_{11};\quad Z_{вх}^{кз}=\Delta_{11,mm}/\Delta_{mm};\quad K_I^{кз}=\Delta_{1m}/\Delta_{mm}. \qquad (4)$$

Сопоставляя правые части приведенных выше выражений (2) и (4), получим параметры передачи [A] результирующего четырехполюсника через определитель Δ и дополнения Δ_{ij}. Аналогично можно получить систему [A]-параметров для цепочечного соединения сопротивлений, а все полученные результаты — свести в **таблицу**.

Параметры результирующего четырехполюсника

Параметр	Система	
	Цепочка матриц в Y-параметрах	Цепочка матриц в Z-параметрах
A_{11}	Δ_{11}/Δ_{1m}	Δ_{mm}/Δ_{1m}
A_{12}	$\Delta_{11,\,mm}/\Delta_{1m}$	Δ/Δ_{1m}
A_{21}	Δ/Δ_{1m}	$\Delta_{11,\,mm}/\Delta_{1m}$
A_{22}	Δ_{mm}/Δ_{1m}	Δ_{11}/Δ_{1m}

Очевидно, что результирующая матрица (рис. 1) содержит ненулевые элементы только на трехдиагональной ленте. Несложно убедиться, что Δ_{1m} и Δ_{m1} представляют собой верхнюю и нижнюю треугольные матрицы, определитель которых находится перемножением элементов главной диагонали. Следовательно, алгебраические дополнения определяются как

$$\Delta_{1m}=\prod_{i=1}^{m-1} Y_{i+1,i}^{\Sigma};\quad \Delta_{m1}=\prod_{i=1}^{m-1} Y_{i,i+1}^{\Sigma}, \qquad (5)$$

а для вычисления определителя автором получено рекуррентное соотношение

$$\Delta^к=Y_{кк}^{\Sigma}\Delta^{к-1}-2Y_{к-1,к}^{\Sigma}Y_{к,к-1}^{\Sigma}\Delta^{к-2}, \qquad (6)$$

где к — порядок определителя;

$$\Delta^1=Y_{11}^{\Sigma};\ \Delta^2=Y_{11}^{\Sigma}Y_{22}^{\Sigma}-Y_{12}^{\Sigma}Y_{21}^{\Sigma}. \qquad (7)$$

А поскольку Δ_{11} и Δ_{mm} также являются ленточными трехдиагональными матрицами порядка m–1, то и их можно вычислить с помощью этих соотношений.

Результирующая матрица соединения (рис. 1) — ленточная трехдиагональная, т. е. имеет много нулевых элементов, которые не участвуют в процессе анализа цепи. Поэтому имеет смысл изменить размерность и порядок этого массива, оставив в нем только ненулевые элементы.

Если элементы главной диагонали результирующей матрицы записать во вторую строку нового массива [G], элементы верхней диагонали — в первую, а элементы нижней диагонали — в третью, то новый массив уже имеет размерность $3\times m$ вместо прежней — $m\times m$. При этом $G_{1i}=Y_{i,i+1}^{\Sigma}$ и $G_{3i}=Y_{i+1,i}^{\Sigma}$, а т. к. на верхней и нижней диагоналях число элементов $n = m-1$, то $G_{1m}=0$ и $G_{3m}=0$.

$$\begin{array}{ll} & \begin{array}{cccccc} \ \ 1\ \ & \qquad 2 \qquad & \qquad 3 \qquad & \ldots & \quad m-1 \quad & \ m \end{array} \\ \begin{array}{r} 1 \\ [G]=\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline Y_{12}^{1} & Y_{12}^{2} & Y_{12}^{3} & & Y_{12}^{1} & 0 \\ \hline Y_{11}^{1} & Y_{22}^{1}+Y_{11}^{2} & Y_{22}^{2}+Y_{11}^{3} & & Y_{22}^{m-2}+Y_{11}^{m-1} & Y_{22}^{m-1} \\ \hline Y_{21}^{1} & Y_{21}^{2} & Y_{21}^{3} & & Y_{21}^{1} & 0 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Рис. 2. Компактная результирующая матрица цепочечного соединения в параметрах исходных четырехполюсников

Если элементы Y^{Σ} представить в параметрах исходных четырехполюсников, то результирующая матрица примет вид, приведенный на **рис. 2**. При этом, аналогично (5) — (7), определитель и алгебраические дополнения матрицы [G] можно вычислить согласно следующим соотношениям:

$$\Delta_{1m}=\prod_{i=1}^{m-1} G_{3i};\quad \Delta_{m1}=\prod_{i=1}^{m-1} G_{1i}, \qquad (8)$$

а Δ, Δ_{11} и Δ_{mm} — по рекуррентным соотношениям

$$\Delta^к=G_{2к}\Delta^{к-1}-2G_{1к}G_{3к}\Delta^{к-2}, \qquad (9)$$

где

$$\Delta^1=G_{21};\ \Delta^2=G_{21}G_{22}-G_{11}G_{31}, \qquad (10)$$

а к=2, 3,..., m — порядок определителя.

Непосредственно в параметрах исходных четырехполюсников эти выражения примут такой вид:

$$\Delta_{1к}=\prod_{i=1}^{к-1} Y_{21}^{i};\quad \Delta_{к1}=\prod_{i=1}^{к-1} Y_{12}^{i}; \qquad (11)$$

$$\Delta^к=(Y_{22}^{к-1}+Y_{11}^{к})\Delta^{к-1}-2Y_{12}^{к}Y_{21}^{к}\Delta^{к-2}; \qquad (12)$$

$$\Delta^1=Y_{11}^{1};\ \Delta^2=Y_{11}^{1}(Y_{22}^{1}+Y_{11}^{2})-Y_{12}^{1}Y_{21}^{1}, \qquad (13)$$

где к=2, 3, ..., m — номер узла цепочечного соединения.

Аналогичным образом подобные выражения получаем и для каскадно-цепочечного соединения [Z]-четырехполюсников. А воспользовавшись данными таблицы, можно определить как параметры передачи [A] цепочечного соединения СВЧ-четырехполюсников, так и, с помощью соотношений работы [1], любые параметры соединения — [Y], [Z], [T] или [S].

***

Предложенная методика определения произвольных рабочих параметров каскадно-цепочечного соединения СВЧ-четырехполюсников позволяет провести его анализ без использования громоздкого традиционного аппарата теории матриц, существенно упростить анализ и расчет цепей такого вида, а также легко формализовать все указанные операции.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ.— М.: Связь, 1971.

2. Сигорский В. П. Анализ электронных схем.— К.: Гостехиздат УССР, 1963.

3. Курилин Б. И., Орехов Е. Ф. К определению параметров каскадного соединения четырехполюсников // Радиотехника.— 1971.— Т. 26, № 9.— С. 42 – 45 .

4. Атабеков Г. И. Теория линейных электрических цепей.— М.: Сов. радио, 1960.