

PACS: 64.60.-i, 62.20.Fe, 62.20.Qr, 68.60.-p

А.В. Хоменко, Н.В. Проданов

## СИНЕРГЕТИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА ПЛАВЛЕНИЯ УЛЬТРАТОНКОЙ ПЛЕНКИ СМАЗКИ

Сумский государственный университет  
ул. Римского-Корсакова, 2, г. Сумы, 40007, Украина

*Исследована кинетика плавления аморфной и кристаллической ультратонких пленок смазки, заключенных между атомарно-плоскими кристаллическими поверхностями. Процесс представлен соответственно как фазовый переход второго и первого рода. Для его описания использована реологическая модель Лоренца вязкоупругой среды, в которой роль параметра порядка играет сдвиговое напряжение, сопряженное поле сводится к сдвиговой деформации, а температура является управляющим параметром. Для возможных предельных случаев соотношений между временами релаксации, отвечающими указанным величинам, проведено аналитическое и численное исследование фазовых портретов в различных кинетических режимах. Показано, что прерывистый режим трения (stick-slip) реализуется, если время релаксации температуры смазки намного превышает его значения для сдвиговых напряжений и деформации. В противоположном случае осуществляется быстрая релаксация системы к универсальному участку, определяющему ее кинетику.*

### Введение

Исследование природы трения скольжения является одной из основных проблем физики последних лет. Она имеет как существенное прикладное, так и фундаментальное значение. Первое обусловлено интенсивной миниатюризацией электронных накопителей информации, электромеханических и аэрокосмических систем, при проектировании которых минимальность трения между их подвижными частями является одним из главных критериев [1,2]. Фундаментальность проблемы связана с отсутствием глубокого понимания механизмов трения, что замедляет прогресс в изучении не только трибологических, но и других сложных явлений, например землетрясений [2,3].

На практике трущиеся поверхности почти всегда смазаны специально нанесенными жидкостями или конденсированными парами [3]. В связи с этим в последние годы интенсивно ведутся исследования скольжения двух атомарно-плоских твердых кристаллических поверхностей, разделенных пленкой смазки. Согласно результатам экспериментов свойства последней в

значительной степени определяются ее толщиной [2,4]. Так, при наличии между трущимися поверхностями более чем десяти слоев молекул жидкость проявляет обычное ньютоновское поведение. Если же пленка является молекулярно тонкой, т.е. ее толщина составляет около трех молекулярных размеров, то наблюдается режим граничного трения. При этом у пленки проявляются свойства, характерные для твердых тел, например критическое сдвиговое напряжение (предел текучести) и динамическое «плавление сдвигом». Последнее может приводить к прерывистому движению [2,4,5], присущему сухому трению и, как предполагается, являющемуся основной причиной разрушения и изнашивания трущихся деталей. При превышении критических значений температуры и скорости сдвига прерывистое трение резко исчезает. Кроме того, эксперименты, проводившиеся при относительно невысоких нагрузках (10–1000 Па), приложенных к поверхностям, показали, что наличие прерывистого движения зависит от свойств молекул смазки, в частности от их формы [2]. При трибологических же давлениях ( $> 100$  МПа) у всех жидкостей независимо от формы их молекул наблюдается прерывистое трение [5].

Для объяснения результатов экспериментов в основном используется феноменологическая концепция фазового перехода пленки смазки из жидко- в твердоподобное состояние и наоборот. Следует отметить, что это фазовое превращение, в отличие от обычного перехода жидкость–твердое тело, может быть как первого, так и второго рода. Последний вариант связан с тем, что он происходит в условиях, когда симметрия обоих состояний пленки существенно изменена, во-первых, наличием ограничивающих твердых тел и, во-вторых, наличием упругой деформации [4,6].

Описанию прерывистого движения посвящено несколько теоретических работ. В одной из первых представлено феноменологическое материальное уравнение, связывающее силы трения со скоростью, координатами и переменной, играющей роль параметра порядка и отражающей степень плавления пленки [7]. Также существует подход [6], в котором фазовый переход пленки смазки рассматривается с точки зрения теории Ландау в предположении, что имеется состояние частичного термодинамического равновесия при медленно меняющемся параметре порядка, квадрат которого равен модулю сдвига.

В работе [8] переход ультратонкой пленки смазки из твердо- в жидкоподобное состояние рассматривается как результат термодинамического и сдвигового плавления. Проведено совокупное аналитическое описание этих процессов в результате самоорганизации полей сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры пленки. В результате на основе реологического описания среды, обладающей теплопроводностью, получена система кинетических уравнений, которые определяют взаимно согласованное поведение сдвиговых напряжений  $\sigma$  и деформации  $\epsilon$ , а также температуры  $T$  смазки. Используя единицы измерения

$$\sigma_s = \left( \frac{\rho c_v \eta_0 T_{c0}}{\tau_T} \right)^{1/2}, \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{G_0} \equiv \left( \frac{\tau_\varepsilon}{\tau_T} \right)^{1/2} \left( \frac{\rho c_v T_{c0} \tau_\varepsilon}{\eta_0} \right)^{1/2}, \quad T_{c0} \quad (1)$$

(где  $\rho$  – плотность масла;  $c_v$  – удельная теплоемкость;  $T_{c0}$  – критическая температура;  $\eta_0 = \eta(T = 2T_{c0})$  – характерное значение сдвиговой вязкости  $\eta = \eta_0(T/T_{c0} - 1)^{-1}$ ;  $\tau_T \equiv \rho l^2 c_v / \kappa$  – время теплопроводности,  $l$  – длина теплопроводности,  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности;  $\tau_\varepsilon$  – время релаксации деформации;  $G_0 \equiv \eta_0 / \tau_\varepsilon$ ), для переменных  $\sigma$ ,  $\varepsilon$ ,  $T$  запишем уравнения

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + g\varepsilon, \quad (2)$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T - 1)\sigma, \quad (3)$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2. \quad (4)$$

Здесь введены время релаксации напряжений  $\tau_\sigma$ , температура  $T_e$  атомарно-плоских слюдяных поверхностей трения и постоянная  $g = G/G_0 < 1$ , где  $G$  – модуль сдвига смазки. Эти уравнения формально совпадают с синергетической системой Лоренца, в которой роль параметра порядка играет сдвиговое напряжение, сопряженное поле сводится к сдвиговой деформации, а температура является управляющим параметром. Известно, что эта система используется для описания как фазовых термодинамических, так и кинетических превращений [9].

Целью данной работы является исследование кинетики плавления аморфной (раздел 1) и кристаллической (раздел 2) ультратонких пленок смазки соответственно по механизму фазового перехода второго и первого рода на основе системы уравнений (2)–(4). Проанализированы способы эволюции системы в стационарные состояния в зависимости от ее характеристик, в частности соотношений времен релаксации сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры. Поскольку аналитически получить точное решение указанной системы уравнений не представляется возможным, с этой целью используется метод фазовой плоскости [9,10]. Он позволяет определить фазовые портреты системы. Точный их вид находится путем численного интегрирования уравнений методом Рунге–Кутты 4-го порядка.

### 1. Фазовый переход второго рода

В работе [8] проведен качественный анализ системы уравнений (2)–(4) в адиабатическом приближении, когда характерные времена релаксации удовлетворяют условиям  $\tau_\varepsilon, \tau_T \ll \tau_\sigma$ . В результате процедуры выделения медленной переменной  $\sigma$  ( $\dot{\varepsilon} \approx 0, \dot{T} \approx 0$ ) получено уравнение типа Ландау–Халатникова:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\partial V / \partial \sigma, \quad (5)$$

где синергетический потенциал имеет вид

$$V = \frac{1}{2}(1-g)\sigma^2 + g\left(1 - \frac{T_e}{2}\right)\ln(1+\sigma^2). \quad (6)$$

В стационарном состоянии выполняется условие  $\dot{\sigma} = 0$ , и потенциал (6) имеет минимум. Если температура  $T_e$  меньше, чем критическое значение

$$T_c = 1 + g^{-1}, \quad (7)$$

этот минимум соответствует значениям напряжений  $\sigma = 0$ , так что плавление не происходит, и реализуется твердоподобное состояние. В противном случае  $T_e > T_c$  стационарные сдвиговые напряжения отличны от нуля

$$\sigma_0 = \left(\frac{gT_e - [g+1]}{1-g}\right)^{1/2} \quad (8)$$

и возрастают с  $T_e$ . Это обуславливает плавление пленки и ее переход в жидкоподобное состояние [11–15].

### 1.1. Случай $\tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma, \tau_T$

В (3) можно положить  $\dot{\varepsilon} = 0$ , что дает связь

$$\varepsilon = (T-1)\sigma. \quad (9)$$

Учитывая ее в оставшихся уравнениях (2), (4) и используя масштаб  $\tau_\sigma$  для измерения времени, приходим к системе

$$\dot{\sigma} = -\sigma[1 - g(T-1)], \quad (10)$$

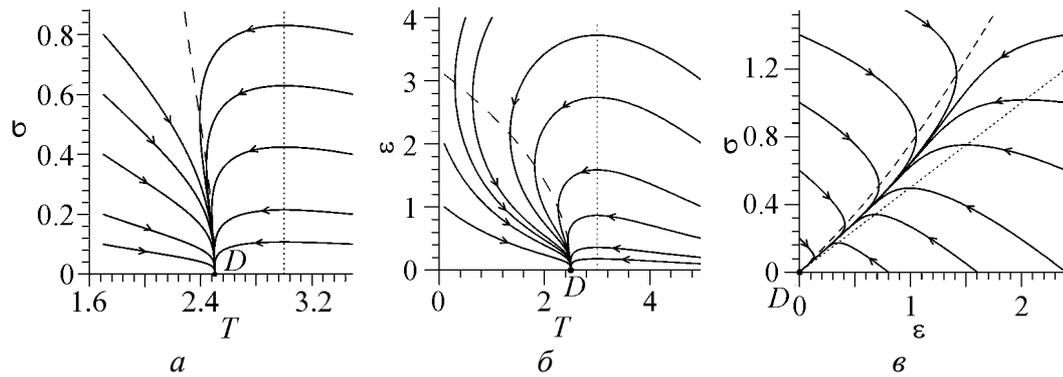
$$\dot{T} = \tau^{-1}[T_e - T - \sigma^2(T-2)], \quad (11)$$

где параметр  $\tau \equiv \tau_T/\tau_\sigma$ . Фазовый портрет характеризуется наличием двух особых точек  $D(T_e, 0)$  и  $O\left(1 + g^{-1}, \sqrt{[T_e - (g^{-1} + 1)](g^{-1} - 1)^{-1}}\right)$ .

Анализ показателей Ляпунова

$$\lambda_D = 0.5[g(T_e - 1) - 1 - \tau^{-1}]\left(1 \pm \sqrt{1 + 4\tau^{-1}[g(T_e - 1) - 1][g(T_e - 1) - 1 - \tau^{-1}]^{-2}}\right) \quad (12)$$

свидетельствует о том, что в предкритической области  $T_e \leq T_c$  точка  $D$  представляет устойчивый узел. Принимая во внимание, что при таких значениях  $T_e$  особая точка  $O$  не реализуется, приходим к выводу – с течением времени система эволюционирует в отвечающую точке  $D$  стационарное твердоподобное состояние согласно фазовому портрету, представленному на рис. 1,а.



**Рис. 1.** Фазовые портреты твердоподобной фазы ( $T_e = 2.5, g = 0.5$ ):  $a - \tau_\epsilon \ll \tau_\sigma = \tau_T$ ;  $b - \tau_\sigma \ll \tau_\epsilon = \tau_T$ ;  $c - \tau_T \ll \tau_\epsilon = \tau_\sigma$ . Здесь и на всех последующих рисунках штриховая линия указывает точки, в которых фазовые траектории имеют вертикальную касательную, пунктирная – горизонтальную

Рост параметра  $\tau = \tau_T/\tau_\sigma$  приводит к закручиванию траекторий вокруг точки  $D$ , т.е. с увеличением инерционности изменения температуры по сравнению с напряжениями проявляется тенденция к возникновению прерывистого режима трения. В закритической области  $T_e > T_c$  точка  $D$  является седлом (рис. 2,а).

Показатели Ляпунова особой точки  $O$  определяются выражением

$$\lambda_O = \frac{T_e - 2g^{-1}}{2\tau(g^{-1} - 1)} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - 8\tau \frac{g(T_e - 1 - g^{-1})(g^{-1} - 1)^2}{(T_e - 2g^{-1})^2}} \right\}. \quad (13)$$

Отсюда видно, что при значениях параметра  $\tau$ , ограниченных сверху величиной

$$\tau_c = \frac{(T_e - 2g^{-1})^2}{8g(T_e - 1 - g^{-1})(g^{-1} - 1)^2}, \quad (14)$$

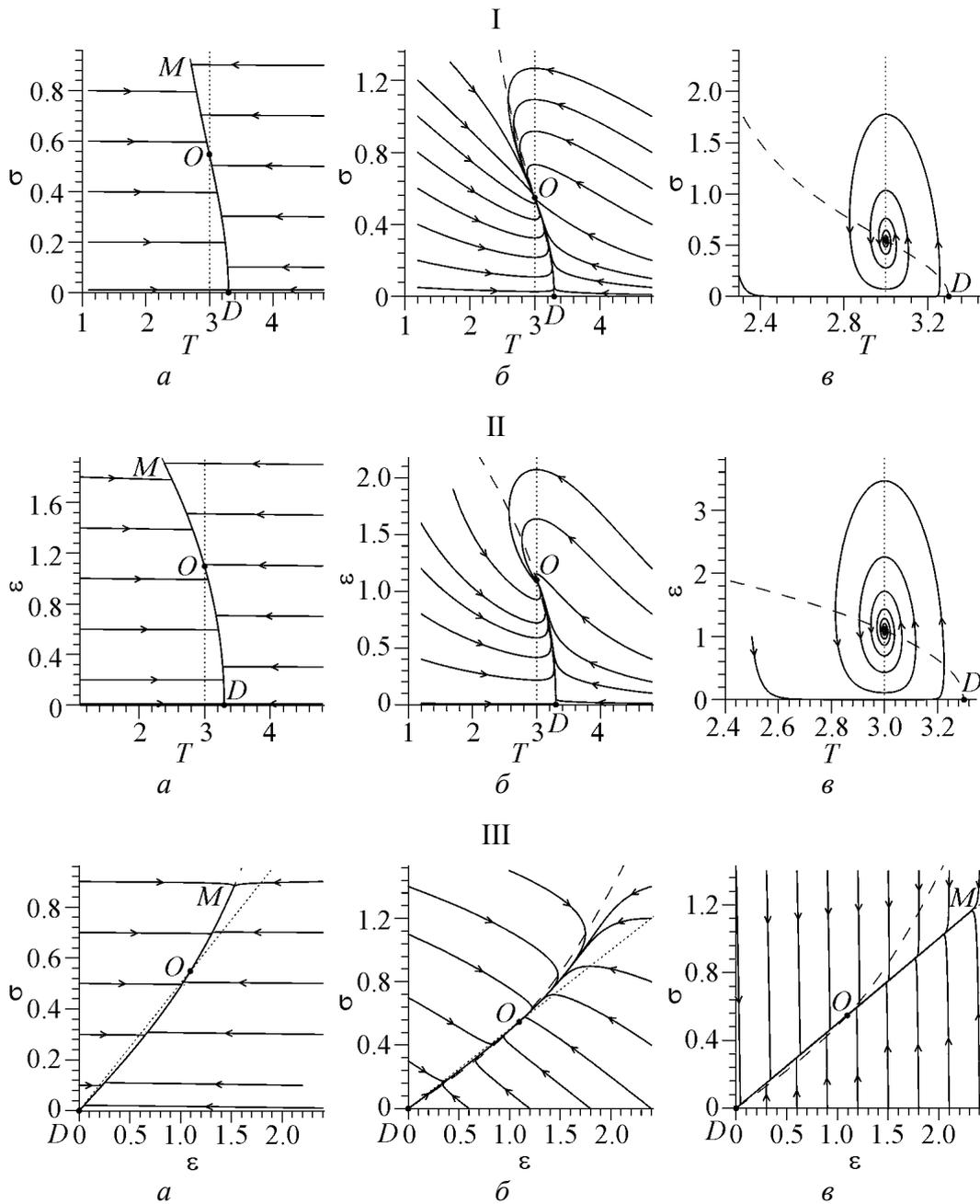
точка  $O$  представляет устойчивый узел, а с его ростом до значений  $\tau > \tau_c$  – фокус.

Таким образом, в закритической области  $T_e > T_c$  при  $\tau_\sigma \ll \tau_T$  возникает прерывистый режим трения (рис. 2,а,б), характеризуемый частотой

$$\omega = \frac{2g^{-1} - T_e}{2\tau_T(g^{-1} - 1)} \left[ 8\tau \frac{g(T_e - 1 - g^{-1})(g^{-1} - 1)^2}{(T_e - 2g^{-1})^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (15)$$

и коэффициентом затухания

$$\alpha = 0.5\tau_T^{-1}(g^{-1} - 1)^{-1}(2g^{-1} - T_e). \quad (16)$$



**Рис. 2.** Фазовые портреты жидкоподобной фазы ( $T_e = 3.3, g = 0.5$ ): I:  $a - \tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma = 10^2 \tau_T$ ,  $\bar{b} - \tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma = \tau_T$ ,  $\nu - \tau_\varepsilon \ll \tau_T = 10^2 \tau_\sigma$ ; II:  $a - \tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon = 10^2 \tau_T$ ,  $\bar{b} - \tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon = \tau_T$ ,  $\nu - \tau_\sigma \ll \tau_T = 10^2 \tau_\varepsilon$ ; III:  $a - \tau_T \ll \tau_\sigma = 10^2 \tau_\varepsilon$ ,  $\bar{b} - \tau_T \ll \tau_\sigma = \tau_\varepsilon$ ,  $\nu - \tau_T \ll \tau_\varepsilon = 10^2 \tau_\sigma$

С ростом температуры в интервале  $T_e > T_c$  величины  $\omega, \alpha$  возрастают, а критическое отношение времен релаксации (14) спадает. Иными словами, возбуждение системы способствует появлению затухающих колебаний, представляющих прерывистый режим трения. Однако, как видно из рис. 2, I, в наибольшей степени проявлению прерывистого движения способствует рост параметра  $\tau = \tau_T / \tau_\sigma \gg 1$ .

Обратный предел  $\tau_T \ll \tau_\sigma$  отвечает адиабатическому приближению, представляющему стандартную картину фазового перехода – плавления смазки. Согласно рис. 2, I уменьшение параметра  $\tau \rightarrow 0$  приводит к выделению на фазовом портрете системы участка  $MOD$ , к которому быстро сбегаются со временем все траектории [9]. Исследование временных зависимостей пути, пройденного конфигуративной точкой, показывает, что она быстро достигает  $MOD$  и затем медленно движется по этому участку. Таким образом, движение здесь преимущественно определяет кинетику системы.

### 1.2. Случай $\tau_\sigma \ll \tau_\epsilon, \tau_T$

Полагая в (2)  $\dot{\sigma} = 0$ , находим связь

$$\sigma = g\epsilon, \quad (17)$$

подстановка которой в (3), (4) дает систему

$$\dot{\epsilon} = -\epsilon[1 - g(T - 1)], \quad (18)$$

$$\dot{T} = \tau^{-1} [T_e - T - \epsilon^2 (g - g^2)], \quad (19)$$

где время измерено в единицах  $\tau_\epsilon$  и параметр  $\tau \equiv \tau_T/\tau_\epsilon$ . Подобно первому случаю фазовый портрет определяется наличием особых точек  $D(T_e, 0)$ ,  $O\left(1 + g^{-1}, \sqrt{[T_e - (g^{-1} + 1)]g^{-1}(1 - g)^{-1}}\right)$ . Показатели Ляпунова имеют вид

$$\lambda_D = 0.5 [g(T_e - 1) - \tau^{-1} - 1] \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + 4\tau^{-1} \frac{g(T_e - 1 - g^{-1})}{[\tau^{-1} - g(T_e - 1 - g^{-1})]^2}} \right\}, \quad (20)$$

$$\lambda_O = -0.5\tau^{-1} \left[ 1 \pm \sqrt{1 - 8\tau(T_e - 1 - g^{-1})} \right]. \quad (21)$$

Как и выше, точка  $D$  при  $T_e \leq T_c$  представляет устойчивый узел, а при  $T_e > T_c$  – седло. Точка  $O$  реализуется только в жидкоподобной области  $T_e > T_c$ , где она является устойчивым узлом при малых значениях параметра  $\tau$  и устойчивым фокусом, если величина  $\tau$  превышает критическое значение

$$\tau_c = (T_e - 1 - g^{-1})^{-1} / 8. \quad (22)$$

Соответствующие значения для частоты колебаний и декремента затухания имеют вид

$$\omega = 0.5\tau^{-1} \left[ 8\tau(T_e - 1 - g^{-1}) - 1 \right]^{1/2}, \quad (23)$$

$$\alpha = (2\tau_T)^{-1}. \quad (24)$$

Проведенный анализ и вид фазовых портретов на рис. 2,II показывают, что, как и в предыдущем случае, при больших значениях параметра  $\tau$  система характеризуется затухающими колебаниями, т.е. прерывистым движением (рис. 2,II,б), а с уменьшением величины  $\tau$  до значений  $\tau \ll 1$  достигается диссипативный режим релаксации (рис. 2,II,а). Подобным же образом в адиабатическом пределе  $\tau \rightarrow 0$  проявляется универсальность кинетического поведения, состоящая в выделении участка  $MOD$  на рис. 2,II,а, на котором система медленно эволюционирует к стационарной точке  $O$  [9].

### 1.3. Случай $\tau_T \ll \tau_\sigma, \tau_\epsilon$

Полагая в (4)  $\dot{T} = 0$ , находим

$$T = T_e - \sigma\epsilon + \sigma^2. \quad (25)$$

Тогда уравнения (2), (3) принимают вид

$$\dot{\sigma} = -\sigma + g\epsilon, \quad (26)$$

$$\dot{\epsilon} = \tau^{-1} \left[ -\epsilon + (T_e - 1)\sigma - \sigma^2\epsilon + \sigma^3 \right], \quad (27)$$

где время измерено в единицах  $\tau_\sigma$ , а параметр  $\tau \equiv \tau_\epsilon/\tau_\sigma$ . Фазовый портрет имеет особые точки  $O \left( \sqrt{[T_e - (g^{-1} + 1)]g^{-1}(1-g)^{-1}}, \sqrt{[T_e - (g^{-1} + 1)](g^{-1} - 1)^{-1}} \right)$ ,

$D(0, 0)$  (рис. 2,III), первая из которых реализуется только в жидкоподобной области  $T_e > T_c$ . Соответствующие показатели Ляпунова имеют вид

$$\lambda_D = -0.5(1 + \tau^{-1}) \left[ 1 \pm \sqrt{1 + 4\tau^{-1}g(1 + \tau^{-1})^{-2}(T_e - 1 - g^{-1})} \right], \quad (28)$$

$$\lambda_O = -0.5 \left( 1 + \tau^{-1} \frac{T_e - 2}{g^{-1} - 1} \right) \left[ 1 \pm \sqrt{1 - 8\tau \frac{(g^{-1} - 1)[T_e - g^{-1} - g(T_e - 1)]}{[\tau(g^{-1} - 1) + T_e - 2]^2}} \right]. \quad (29)$$

При  $T_e \leq T_c$  точка  $D$  представляет устойчивый узел, а с переходом в закрытую область  $T_e > T_c$  трансформируется в седло. Точка  $O$ , характеризующая жидкоподобную фазу, при значениях параметра  $\tau$ , принадлежащих интервалу  $(\tau_-, \tau_+)$ , где

$$\tau_{\pm} = (g^{-1} - 1)^{-1} \left[ 3T_e - 2 - 4g^{-1} - 4g(T_e - 1) \right] \pm \left( g^{-1} - 1 \right)^{-1} \sqrt{8 \left[ g^{-1} + g(T_e - 1) - T_e \right] \left[ 2g^{-1} + 2g(T_e - 1) - T_e - 2 \right]},$$

представляет устойчивый фокус, а вне его – устойчивый узел. Характерные величины частоты и коэффициента затухания

$$\omega = 0.5\tau_\varepsilon^{-1}(g^{-1}-1)^{-1} \times \left[ 8\tau(g^{-1}-1)[T_e - g^{-1} - g(T_e - 1)] - [\tau(g^{-1}-1) + T_e - 2]^2 \right]^{1/2}, \quad (30)$$

$$\alpha = 0.5\tau_\varepsilon^{-1}(g^{-1}-1)^{-1} [\tau(g^{-1}-1) + T_e - 2] \quad (31)$$

являются соизмеримыми при всех значениях  $T_e$ ,  $\tau$ . Поэтому в отличие от рассмотренных выше случаев здесь прерывистый режим трения практически не проявляется.

Согласно фазовым портретам, показанным на рис. 2,III, универсальность кинетического поведения системы проявляется как при  $\tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma$ , так и при  $\tau_\varepsilon \gg \tau_\sigma$ . В первом случае выход на универсальный участок происходит за счет быстрого изменения деформации  $\varepsilon(t)$  при практически неизменных напряжениях  $\sigma(t)$  (рис. 2,III,a), а во втором наблюдается обратная картина – величина  $\sigma(t)$  изменяется очень быстро, а  $\varepsilon(t)$  почти не меняется (рис. 2,III,b). В промежуточной области  $\tau_\varepsilon \sim \tau_\sigma$  универсальность проявляется только при малых начальных значениях деформации  $\varepsilon(0)$  и напряжений  $\sigma(0)$ :  $\varepsilon(0) \ll \varepsilon_0$ ,  $\sigma(0) \ll \sigma_0$  (рис. 2,III,b). Отметим, что в отличие от ранее рассмотренных случаев, универсальный участок фазовых траекторий имеет не спадающий, а нарастающий характер, соответствующий кривой деформации [6,8].

## 2. Фазовый переход первого рода

Переход к рассмотрению фазового превращения первого рода достигается заменой постоянного коэффициента  $g$  в (2) зависимостью  $g(\sigma) = G(\sigma)/G_0$ , где

$$G(\sigma) \equiv \Theta + \frac{G - \Theta}{1 + (\sigma/\sigma_p)^\beta}, \quad (32)$$

характеризуемой положительными константами  $G$ ,  $\Theta$ ,  $\sigma_p$ ,  $\beta$ . В безразмерной форме данное выражение имеет вид

$$g(\sigma) = g_\theta \left[ 1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + (\sigma/\alpha)^\beta} \right], \quad (33)$$

где  $g_\theta = \Theta/G_0$ ,  $\theta = \Theta/G$ ,  $\alpha = \sigma_p/\sigma_s$ . В (32) учитывается зависимость модуля сдвига от величины напряжений, вытекающая из того, что на графике функции  $\sigma(\varepsilon)$  наблюдаются два участка: первый, гуковский, имеет большой угол наклона, определяемый модулем сдвига  $G$ , а за ним следует более пологий участок пластической деформации, наклон которого определяется коэффициентом упрочнения  $\Theta < G$ .

Выбор коэффициента  $\beta$  определяет четность синергетического потенциала [8,9] и производится таким образом, чтобы осуществлялся скачкообразный переход пленки смазки из одного состояния в другое [6]. Он имеет место при наличии барьера на зависимости  $V(\sigma)$ . В данной работе исследованы два значения коэффициента:  $\beta = 1$  и  $\beta = 2$ . Согласно проведенному рассмотрению для каждого из этих значений плавление пленки смазки происходит по механизму фазового перехода первого рода, но для второго варианта удалось произвести более полное аналитическое исследование, поэтому он представлен подробнее. Показано, что для значения  $\beta = 1$  результаты аналогичны.

### 2.1. Случай $\tau_e \ll \tau_\sigma, \tau_T$

В случае, когда  $\beta = 2$ , в рамках адиабатического приближения  $\tau_e, \tau_T \ll \tau_\sigma$  система Лоренца сводится к уравнению Ландау–Халатникова (5), в котором синергетический потенциал является четной функцией напряжений  $\sigma$  и определяется выражением

$$V = 0.5\sigma^2 - g_\theta \left[ 0.5\sigma^2 + 0.5(T_e - 2)\ln(1 + \sigma^2) \right] - 0.5g_\theta\alpha^2 (\theta^{-1} - 1)(\alpha^2 - 1)^{-1} \times \\ \times \left[ (T_e - 2)\ln(1 + \sigma^2) + (\alpha^2 - T_e + 1)\ln(1 + \sigma^2 / \alpha^2) \right]. \quad (34)$$

При малых значениях  $T_e$  зависимость  $V(\sigma)$  имеет монотонно возрастающий вид с минимумом в точке  $\sigma = 0$ . При температуре

$$T_c^0 = 0.5g_\theta^{-2} \left[ 2g_\theta(\alpha^2 + g_\theta + 1 - \alpha^2g_\theta\theta^{-1}) + 4\alpha^2g_\theta\theta^{-1}(g_\theta - 1) + \alpha^4D_0^{1/2} \right], \quad (35)$$

где

$$D_0 = \left[ g_\theta(T_e - 1)\alpha^{-2} + g_\theta\theta^{-1} - 1 - \alpha^{-2} \right]^2 - 4\alpha^{-2}(g_\theta - 1) \left[ g_\theta\theta^{-1}(T_e - 1) - 1 \right], \quad (36)$$

появляется плато, которое при  $T_e > T_c^0$  трансформируется в минимум, отвечающий значению напряжений  $\sigma_0 \neq 0$ , и максимум, разделяющий минимумы жидкоподобной «упорядоченной» и твердоподобной «неупорядоченной» фаз. С дальнейшим ростом температуры поверхностей  $T_e$  минимум жидкоподобной фазы углубляется, а высота межфазного барьера спадает, исчезая при критическом значении

$$T_c = 1 + \theta / g_\theta. \quad (37)$$

Стационарные значения напряжений даются выражением

$$\sigma_\mp = \left\{ 0.5\alpha^2 (g_\theta - 1)^{-1} \left[ 1 + \alpha^{-2} - g_\theta\alpha^{-2}(T_e - 1) - g_\theta\theta^{-1} \mp D_0^{1/2} \right] \right\}^{1/2}, \quad (38)$$

где знак « $\leftarrow$ » соответствует минимуму функции  $V(\sigma)$ , а « $\rightarrow$ » – максимуму. При  $T_e \geq T_c$  кривая  $V(\sigma)$  имеет тот же вид, что и для фазового перехода второго рода.

Рассмотрим, как и для фазового перехода второго рода, различные предельные соотношения времен релаксации  $\tau_\sigma$ ,  $\tau_\varepsilon$ ,  $\tau_T$ . При этом в исходном уравнении (2) вместо постоянной  $g$  используем зависимость (33). Отметим, что для фазового перехода первого рода не проводится стандартный аналитический анализ особых точек на устойчивость вследствие громоздкости получаемых выражений. Фазовые портреты построены для значения температуры поверхностей, находящегося в интервале  $(T_c^0, T_c)$  реализации фазового перехода первого рода. Для области температур  $T_e \geq T_c$  фазовые портреты аналогичны рассмотренным в предыдущем разделе.

Полагая в (3)  $\dot{\varepsilon} = 0$ , получаем связь  $\varepsilon = (T - 1)\sigma$ . Учитывая ее в оставшихся уравнениях (2), (4) и используя масштаб  $\tau_\sigma$  для измерения времени, приходим к системе (ср. с формулами (10), (11))

$$\dot{\sigma} = -\sigma \left[ 1 - g_\theta \left( 1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + [\sigma/\alpha]^2} \right) (T - 1) \right], \quad (39)$$

$$\dot{T} = \tau^{-1} [T_e - T - \sigma^2 (T - 2)]. \quad (40)$$

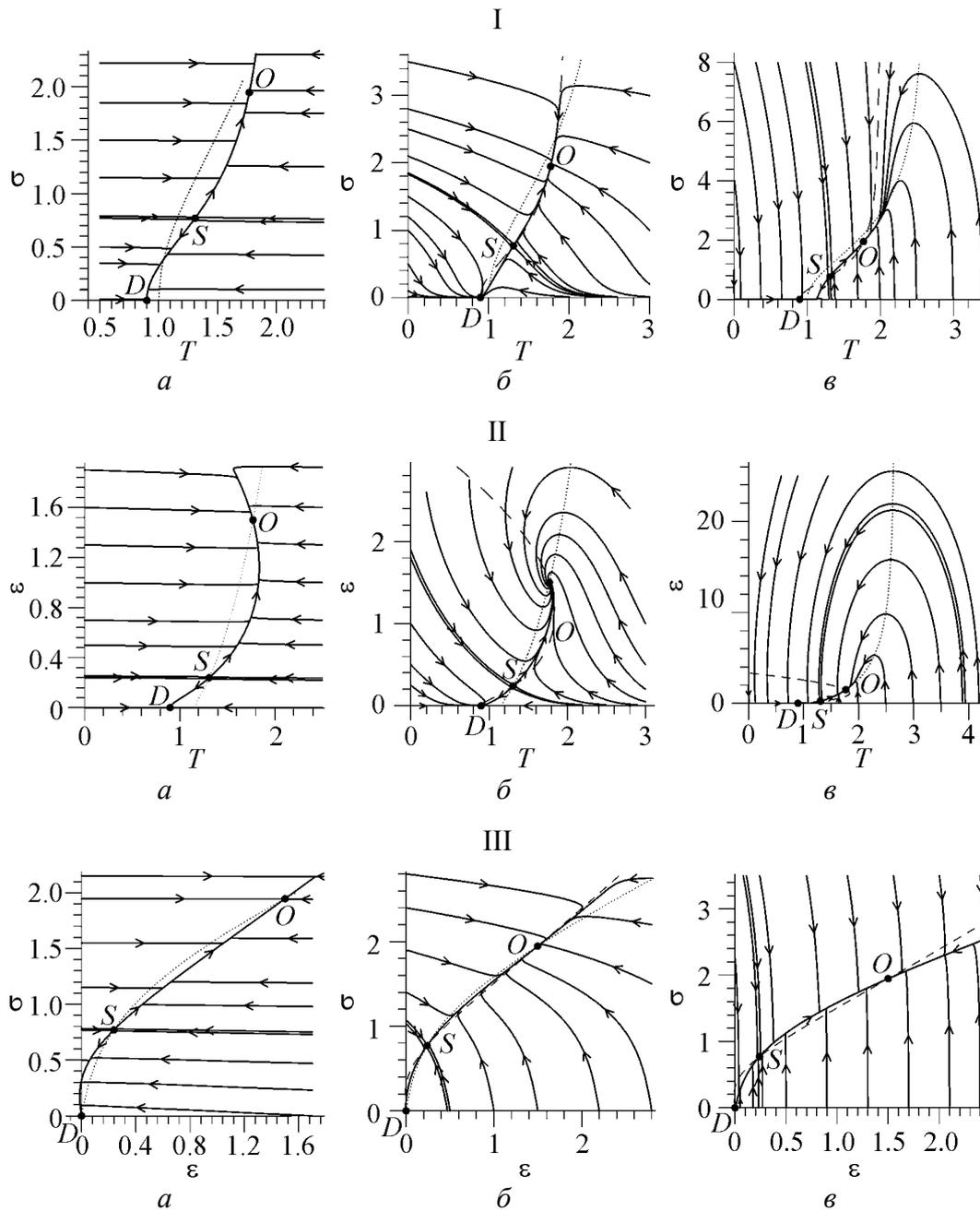
Фазовый портрет системы (39), (40) имеет три особые точки  $D(T_e, 0)$ ,  $S(T_+, \sigma_+)$ ,  $O(T_-, \sigma_-)$ , где характерные значения  $\sigma_\pm$ ,  $T_\pm$  определяются равенствами (38),

$$T_\pm = T_e - \sigma_\pm \varepsilon_\pm + \sigma_\pm^2, \quad (41)$$

$$\varepsilon_\pm = (1 + \sigma_\pm^2)^{-1} (T_e + \sigma_\pm^2 - 1) \sigma_\pm \quad (42)$$

и  $D_0$  задается выражением (36).

В рассматриваемом интервале температур точка  $S$  является седлом,  $O$  – устойчивым узлом или фокусом, а точка  $D$  – устойчивым узлом. На рис. 3, I показано, каким образом изменяется фазовый портрет с увеличением отношения времен релаксации  $\tau = \tau_T/\tau_\sigma$ . Сравнивая с рис. 2, I, видим, что в окрестности точки  $O$  поведение является практически тем же, что и для фазового перехода второго рода: в адиабатическом пределе  $\tau_T \ll \tau_\sigma$  траектории быстро сбегаются к универсальному участку  $OS$  (рис. 3, I, a), а в противоположном пределе  $\tau_T \gg \tau_\sigma$  проявляется режим затухающих колебаний, представляющих прерывистое движение. Основное отличие, которое состоит в появлении сепаратрисы в области малых значений напряжений, отражает наличие барьера на зависимости  $V(\sigma)$ .



**Рис. 3.** Фазовые портреты для фазового перехода первого рода ( $T_e = 0.9$ ,  $g = 0.6$ ,  $\theta = 0.1$ ,  $\alpha = 0.75$ ): I:  $a - \tau_\epsilon \ll \tau_\sigma = 10^2 \tau_T$ ,  $\bar{b} - \tau_\epsilon \ll \tau_\sigma = \tau_T$ ,  $\bar{v} - \tau_\epsilon \ll \tau_T = 10^2 \tau_\sigma$ ; II:  $a - \tau_\sigma \ll \tau_\epsilon = 10^2 \tau_T$ ,  $\bar{b} - \tau_\sigma \ll \tau_\epsilon = \tau_T$ ,  $\bar{v} - \tau_\sigma \ll \tau_T = 10^2 \tau_\epsilon$ ; III:  $a - \tau_T \ll \tau_\sigma = 10^2 \tau_\epsilon$ ,  $\bar{b} - \tau_T \ll \tau_\sigma = \tau_\epsilon$ ,  $\bar{v} - \tau_T \ll \tau_\epsilon = 10^2 \tau_\sigma$

### 2.2. Случай $\tau_\sigma \ll \tau_\epsilon, \tau_T$

Подстановка выражения (33) для величины  $g$  в исходное уравнение (2) (где следует положить  $\dot{\sigma} = 0$ ) приводит к кубическому уравнению, решение которого удобно записать в виде

$$\sigma = (g_\theta \epsilon + \sigma_+^0 + \sigma_-^0) / 3, \quad (43)$$

где введены функции

$$\sigma_\pm^0 = \left\{ 0.5 \left( 2g_\theta^3 \epsilon^3 + 27g_\theta \epsilon \alpha^2 \theta^{-1} - 9g_\theta \epsilon \alpha^2 \right) \pm Q^{1/2} \right\}^{1/3}, \quad (44)$$

$$Q = \left( 3\alpha^2 - g_\theta^2 \epsilon^2 \right)^3 + 0.25 \left( 9g_\theta \epsilon \alpha^2 - 27g_\theta \epsilon \alpha^2 \theta^{-1} - 2g_\theta^3 \epsilon^3 \right)^2. \quad (45)$$

Подстановка связи (43) в уравнения (3), (4) дает систему (ср. с формулами (18), (19))

$$\dot{\epsilon} = -\epsilon + (T - 1) \left( g_\theta \epsilon + \sigma_+^0 + \sigma_-^0 \right) / 3, \quad (46)$$

$$\tau \dot{T} = T_e - T - \left( g_\theta \epsilon + \sigma_+^0 + \sigma_-^0 \right) \left[ \epsilon - \left( g_\theta \epsilon + \sigma_+^0 + \sigma_-^0 \right) / 3 \right] / 3. \quad (47)$$

Фазовый портрет системы (46), (47) имеет три особые точки (рис. 3,II):  $D(T_e, 0)$ ,  $S(T_+, \epsilon_+)$ ,  $O(T_-, \epsilon_-)$ , где характерные значения  $T_\pm$ ,  $\epsilon_\pm$  определяются соответственно равенствами (41), (42). Аналогично предыдущему случаю точка  $D$  является устойчивым узлом,  $S$  – седлом, а  $O$  – притягивающим узлом или фокусом. Нетрудно видеть, что при  $\tau_T \ll \tau_\epsilon$  максимальным образом проявляется универсальность кинетического поведения системы (рис. 3,II,а), а в противоположном пределе  $\tau_T \gg \tau_\epsilon$  также наблюдается режим затухающих колебаний, представляющих прерывистое трение (рис. 3,II,б). По сравнению с соответствующим фазовым портретом второго рода (см. рис. 2,II) можно отметить, как и в подразделе 2.1, появление сепаратрисы в области значений  $T$ ,  $\epsilon$ , отвечающей энергетическому барьеру, разделяющему жидко- и твердоподобную фазы.

### 2.3. Случай $\tau_T \ll \tau_\sigma, \tau_\epsilon$

Полагая в (4)  $\dot{T} = 0$ , получаем связь (25)  $T = T_e - \sigma \epsilon + \sigma^2$ . Ее подстановка в (3) дает уравнение (27), а (2) принимает вид (ср. с формулой (26)):

$$\dot{\sigma} = -\sigma + g_\theta \left[ 1 + \left( \theta^{-1} - 1 \right) / \left( 1 + \left[ \sigma / \alpha \right]^2 \right) \right] \epsilon. \quad (48)$$

Фазовый портрет систем (27), (48) имеет три особые точки (рис. 3,III):  $D(0, 0)$ ,  $S(\epsilon_+, \sigma_+)$ ,  $O(\epsilon_-, \sigma_-)$ , где характерные значения  $\sigma_\pm$ ,  $\epsilon_\pm$  определяются равенствами соответственно (38), (42). Как и в двух предыдущих подразделах, точка  $D$  является устойчивым узлом,  $S$  – седлом, а  $O$  – притягивающим узлом или фокусом.

Из сравнения с соответствующим портретом для фазового перехода второго рода (см. рис. 2,III) видно, что, как и выше, единственное усложнение состоит в появлении сепаратрисы в области малых значений  $\epsilon$  или  $\sigma$ . Анало-

гично фазовому переходу второго рода универсальность кинетического поведения системы как при  $\tau_e \ll \tau_\sigma$ , так и при  $\tau_e \gg \tau_\sigma$  сохраняется для фазового перехода первого рода. Отличительной особенностью данного случая также является то, что в области малых значений деформации  $|\epsilon| \ll 1$  она принимает отрицательные значения. Физически это можно интерпретировать как малое изменение направления перемещения движущегося блока в «аппарате поверхностных сил» (surface force apparatus) относительно положения равновесия при релаксации системы в стационарное твердоподобное состояние.

В случае, когда  $\beta = 1$ , синергетический потенциал является нечетной функцией  $\sigma$  и определяется выражением

$$V = 0.5\sigma^2 - g_\theta \left[ 0.5\sigma^2 + 0.5(T_e - 2) \ln(1 + \sigma^2) \right] - g_\theta (\theta^{-1} - 1) \alpha \times \\ \times \left\{ \sigma - \alpha \ln \left| 1 + \frac{\sigma}{\alpha} \right| + (T_e - 2) \left[ -\frac{\alpha}{1 + \alpha^2} \ln \left| 1 + \frac{\sigma}{\alpha} \right| + \frac{\alpha}{2(1 + \alpha^2)} \ln(1 + \sigma^2) + (1 + \alpha^2)^{-1} \tan^{-1} \sigma \right] \right\}. \quad (49)$$

Зависимость  $V(\sigma)$  при  $\sigma > 0$  аналогична случаю  $\beta = 2$ . Для определения координат особых точек системы необходимо решить кубическое уравнение, в результате получаются громоздкие выражения, которые здесь не приводятся. Фазовые портреты для всех соотношений времен релаксации полностью аналогичны портретам для  $\beta = 2$ .

### Заключение

Проведено исследование системы кинетических уравнений, описывающих плавление ультратонкой пленки смазки, заключенной между двумя атомарно-плоскими кристаллическими поверхностями. Этот процесс рассматривается как фазовые переходы первого и второго рода, представляющие плавление кристаллической и аморфной смазок.

В рамках модели Лоренца фазовый переход второго рода описывается, если принять постоянным модуль сдвига смазки. Показано, что в этом случае в соответствии с экспериментом жидкоподобное состояние, соответствующее стационарному (но не равновесному) упорядоченному состоянию, реализуется при температурах поверхностей трения, превышающих критическое значение  $T_c$  (7).

Фазовый переход первого рода имеет место, если учесть зависимость модуля сдвига от напряжений. Рассмотрен случай, когда она представлена выражением (32). Для значения параметра  $\beta = 2$  фазовый переход первого рода реализуется в интервале температур трущихся поверхностей  $(T_c^0, T_c)$  (35), (37). При этом стационарные жидко- и твердоподобное состояния разделены потенциальным барьером, который на фазовых портретах проявляется в об-

разовании сепаратрисы. Показано, что для  $\beta = 1$  поведение системы аналогично случаю  $\beta = 2$ .

Для фазовых переходов первого и второго рода прерывистое движение реализуется, если время релаксации температуры смазки превышает его значения для сдвиговых напряжений и деформации. В противоположном случае система быстро релаксирует к универсальному участку.

1. *I.S. Aranson, L.S. Tsimring, V.M. Vinokur*, Phys. Rev. **B65**, 125402 (2002).
2. *H. Yoshizawa, J. Israelachvili*, J. Phys. Chem. **97**, 11300 (1993).
3. *G. Reiter, L. Demirel, S. Granick*, Science **263**, 1741 (1994).
4. *M. Gee, P. McGuiggan, J. Israelachvili*, J. Chem. Phys. **93**, 1895 (1990).
5. *G. Luengo, J. Israelachvili, S. Granick*, Wear **200**, 328 (1996).
6. *В. Попов*, ЖТФ **71**, № 5, 100 (2001).
7. *J.M. Carlson, A.A. Batista*, Phys. Rev. **E53**, 4153 (1996).
8. *A.V. Khomenko, O.V. Yushchenko*, Phys. Rev. **E68**, 036110 (2003).
9. *А.И. Олемской, А.В. Хоменко*, ЖЭТФ **110**, 2144 (1996).
10. *А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин*, Теория колебаний, Наука, Москва (1981).
11. *A.V. Khomenko*, Phys. Lett. **A329**, 140 (2004).
12. *А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко*, ЖТФ **75**, № 11, 17 (2005).
13. *А.В. Хоменко*, Вісник Сумського державного університету № 10, 15 (2004).
14. *А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко*, Вісник Сумського державного університету № 4, 70 (2005).
15. *А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко*, Вісник Сумського державного університету № 8, 68 (2005).

*A.V. Khomenko, N.V. Prodanov*

## SYNERGETIC KINETICS OF MELTING OF ULTRATHIN LUBRICANT FILM

The melting kinetics of amorphous and crystalline ultrathin lubricant films confined between atomically flat crystalline surfaces is studied. The process is presented as the second-order and first-order phase transition, respectively. For its description we use the rheological Lorentz model for viscoelastic matter, where shear stress plays the role of the order parameter, the conjugate field is reduced to the shear strain, and the temperature is the control parameter. An analytical and numerical analysis of the phase portraits is carried out in different kinetic regimes for possible limiting cases of ratios between relaxation times for mentioned variables. It is shown that the interrupted mode of friction (stick-slip) is realized if the relaxation time of lubricant temperature is much longer than its values for shear stress and strain. In the opposite case the system rapidly converges to a universal section determining its kinetics.

**Fig. 1.** Phase portraits of the solid-like state ( $T_e = 2.5$ ,  $g = 0.5$ ):  $a - \tau_e \ll \tau_\sigma = \tau_T$ ;  $b - \tau_\sigma \ll \tau_e = \tau_T$ ;  $c - \tau_T \ll \tau_e = \tau_\sigma$ . In this and the next figures the dashed line indicates points where phase trajectories have a vertical tangent and the dotted line – points where phase trajectories have a horizontal tangent

**Fig. 2.** Phase portraits of the liquid-like state ( $T_e = 3.3, g = 0.5$ ): I:  $a - \tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma = 10^2 \tau_T, \bar{b} - \tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma = \tau_T, \vartheta - \tau_\varepsilon \ll \tau_T = 10^2 \tau_\sigma$ ; II:  $a - \tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon = 10^2 \tau_T, \bar{b} - \tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon = \tau_T, \vartheta - \tau_\sigma \ll \tau_T = 10^2 \tau_\varepsilon$ ; III:  $a - \tau_T \ll \tau_\sigma = 10^2 \tau_\varepsilon, \bar{b} - \tau_T \ll \tau_\sigma = \tau_\varepsilon, \vartheta - \tau_T \ll \tau_\varepsilon = 10^2 \tau_\sigma$

**Fig. 3.** Phase portraits for a first-order phase transition ( $T_e = 0.9, g = 0.6, \theta = 0.1, \alpha = 0.75$ ): I:  $a - \tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma = 10^2 \tau_T, \bar{b} - \tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma = \tau_T, \vartheta - \tau_\varepsilon \ll \tau_T = 10^2 \tau_\sigma$ ; II:  $a - \tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon = 10^2 \tau_T, \bar{b} - \tau_\sigma \ll \tau_\varepsilon = \tau_T, \vartheta - \tau_\sigma \ll \tau_T = 10^2 \tau_\varepsilon$ ; III:  $a - \tau_T \ll \tau_\sigma = 10^2 \tau_\varepsilon, \bar{b} - \tau_T \ll \tau_\sigma = \tau_\varepsilon, \vartheta - \tau_T \ll \tau_\varepsilon = 10^2 \tau_\sigma$