

PACS: 83.10.Rs, 83.80.Nb, 91.30.-f, 91.60.-x

Л.С. Метлов<sup>1</sup>, А.В. Анциферов<sup>2</sup>

## СВЯЗАННЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОМЕХАНИКИ И ШАХТНОЙ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ ДЛЯ БОЛЬШИХ ГЛУБИН (ДАВЛЕНИЙ)

<sup>1</sup>Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины  
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина  
metlov@mail.donbass.com

<sup>2</sup>Украинский государственный научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт горной геологии, геомеханики и маркшейдерского дела НАН Украины  
ул. Челюскинцев, 291, г. Донецк, 83121, Украина

Статья поступила в редакцию 6 сентября 2004 года

*Предложен вариант метода частиц для численного анализа связанных задач геомеханики и шахтной сейсморазведки. Метод позволяет перенести многие аналогии динамики кристаллической решетки на макроскопические системы произвольного масштаба. Возможности метода проиллюстрированы несколькими примерами из области сейсморазведки.*

В настоящее время в горной науке существуют две самостоятельные и независимо развивающиеся дисциплины – геомеханика и геофизика. Первая изучает состояние породных массивов в различных технологических циклах, устойчивость горных выработок, трещинообразование и разрушение горных пород, газо- и метанонасыщенность, устойчивость относительно внезапных выбросов и горных ударов, обрушений кровли и т.д. Вторая исследует закономерности распространения и диссипации физических полей – распределение электрических, магнитных и гравитационных, а также упругих сейсмоакустических полей, акустической эмиссии и т.д. Особое место в этом ряду занимает сейсморазведка, базирующаяся на закономерностях возбуждения, распространения и регистрации упругих волн [1,2].

Следует отметить, что эти две ветви науки на самом деле сильно взаимосвязаны. Действительно, характер физических полей существенно зависит от состояния породных массивов (собственно, это и позволяет использовать геофизику для решения структурных задач). В то же время физические поля могут значительно изменить состояние горных массивов (например, слабое звуковое воздействие может инициировать выброс угля и газа), а порой они являются неотъемлемой частью в описании геомеханического состояния горного массива (так, по сейсмоакустической эмиссии можно судить о про-

цессе трещинообразования в горных породах). Особенно эта взаимосвязь усиливается с увеличением глубины разработок, где имеет место проявление высоких давлений, больших необратимых деформаций, существенное повышение активности процесса разрушения.

В то же время указанные ветви науки до сих пор развивались относительно самостоятельно, пересекаясь лишь в плане решения отдельных частных задач. Решение новых связанных задач шахтной сейсморазведки и геомеханики сдерживается отсутствием удобного вычислительного формализма, позволяющего рассматривать их с единых позиций.

Основой такого формализма могут служить методы, заимствованные из динамики частиц [3,4] и молекулярной динамики [5–7]. Формализм динамики частиц, например, позволяет из минимума потенциальной энергии описать статические равновесные состояния системы, т.е. решить типичные задачи геомеханики. В то же время он дает возможность описать отклонения системы от равновесного положения в форме упругих колебаний, т.е. решить типичные задачи сейсморазведки. Кроме того, указанный формализм позволяет включить в рассмотрение нелинейные явления, учесть влияние структурных неоднородностей как на статическую устойчивость, так и на распространение упругих волн.

В общем случае движение сплошной среды в линейном приближении описывается уравнением Ламе [2,8]:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность среды;  $\lambda$ ,  $\mu$  – упругие параметры Ламе;  $\mathbf{u}$  – вектор смещения частиц среды;  $t$  – время.

С математической точки зрения уравнение представляет собой однородное линейное дифференциальное уравнение второго порядка гиперболического типа. Для его однозначного решения необходимо задание начальных и граничных условий. Начальные условия задавались равновесными значениями расстояний между частицами и нулевыми начальными скоростями частиц, что соответствовало состоянию покоя среды. Граничные условия задавались либо фиксацией положений частиц на внешних границах системы (жесткие граничные условия), либо отсутствием соседей по одну сторону от границы (мягкие граничные условия или свободные границы), либо условиями контакта на внутренних границах.

#### Алгоритм «молекулярной» динамики для макрообъемов

В используемом здесь контексте методы молекулярной динамики не подразумевают рассмотрение движения среды с точки зрения отдельных молекул, но предполагают представление среды в виде набора макроскопических классических частиц, взаимодействующих посредством некоторого потенциала и в пределе приводящих к известным классическим уравнениям Ламе (1).

Разобьем исследуемый объем массива горной породы на блоки, размер которых  $a_0 = 0.1$  m равен пространственному шагу дискретизации в традиционных конечно-разностных методах. Каждый блок будем отождествлять с отдельной частицей, взаимодействующей с другими частицами посредством некоторого упругого потенциала. Будем описывать положения частиц и их скоростей векторами  $X_\alpha^{i,j,l}$ ,  $V_\alpha^{i,j,l}$ , где нижние индексы обозначают декартовы компоненты, а верхние – номера частиц соответственно по направлениям  $x$ ,  $y$  и  $z$ .

Поскольку сплошная среда заменяется эквивалентной решеткой частиц, к ней применимы все представления динамики кристаллической решетки. В линейном приближении такая решетка имеет набор собственных волн, аналогичных фононам. В нашей макроскопической модели им может соответствовать волновое поле, возникшее вследствие собственных колебаний отдельных блоков среды.

Если среда блочного строения не имеет, то такие собственные волны являются паразитическими, привнесенными процессом дискретизации, и с ними следует бороться как с обычными помехами. В то же время если среда является реально блочной (например, разбитой на блоки системой трещин), то такие моды приобретают реальный смысл, и их следует изучать наряду с полезным сигналом. В этом контексте можно, очевидно, описать волны маятникового типа в блочных средах [9,10]. К волнам такой природы можно пытаться применить термодинамическое описание, аналогичное описанию теплового поля.

Известно, что затухание волн обусловлено в конечном итоге переходом энергии «организованных» упругих волн в энергию хаотического теплового движения. С учетом указанной аналогии затухание длинных упругих волн можно представить как переход их энергии сначала на промежуточный уровень собственных колебаний блоков, а только затем – в энергию теплового движения. Необходимо отметить, что ввиду отсутствия энергетического обмена между модами в рамках линейного приближения такую перекачку энергии описать нельзя, поэтому следует прибегнуть к нелинейному описанию. В таком случае отпадает необходимость учитывать затухание волн искусственным введением экспоненциального множителя, как это обычно делается (см., напр., [11]). Оно будет естественным свойством самой модели.

В результате дискретизации записанного в компонентах уравнения Ламе (1) его можно представить в виде

$$\begin{aligned} \rho \frac{\Delta}{\tau} \frac{V_1^{ijl}}{a_0^2} = & \frac{\lambda + \mu}{a_0^2} (\tilde{x}_1^{i+1,j,l} + \tilde{x}_1^{i-1,j,l} - 2 \tilde{x}_1^{ijl} + (\tilde{x}_2^{i+1,j+1,l} - \tilde{x}_2^{i+1,j-1,l} - \\ & - \tilde{x}_2^{i-1,j+1,l} + \tilde{x}_2^{i-1,j-1,l} + \tilde{x}_3^{i+1,j,l+1} - \tilde{x}_3^{i+1,j,l-1} - \tilde{x}_3^{i-1,j,l+1} + \tilde{x}_3^{i-1,j,l-1}) / 4) \times \\ & \times \frac{\mu}{a_0^2} (\tilde{x}_1^{i+1,j,l} + \tilde{x}_1^{i-1,j,l} - 2 \tilde{x}_1^{ijl} + \tilde{x}_1^{i,j+1,l} + \tilde{x}_1^{i,j-1,l} - 2 \tilde{x}_1^{ijl} + \\ & + \tilde{x}_1^{i,j,l+1} + \tilde{x}_1^{i,j,l-1} - 2 \tilde{x}_1^{ijl}). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\Delta V_\alpha^{ijl}$  – разность компонентов скорости на временном интервале  $\tau$ ,  $x_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) – начальные координаты материальной точки,  $\tilde{x}_\alpha$  – то же в произвольный момент времени [12]. Координаты  $x_\alpha$  и  $\tilde{x}_\alpha$  связаны соотношением  $\tilde{x}_\alpha = x_\alpha + u_\alpha$ , где  $u_\alpha$  – смещения частиц. Выражения для скоростей  $\Delta V_2^{ijl}$  и  $\Delta V_3^{ijl}$  можно получить последовательной циклической заменой компонент  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  из выражения (2).

Для дальнейших обобщений удобно ввести координаты  $X_\alpha^{I,J,L}$  для соседей  $(i, j, l)$ -частицы в ее собственной системе координат так, чтобы в равновесном состоянии они все были равны нулю:

$$\begin{aligned} X_1^{\delta_1,0,0} &= \tilde{x}_1^{i+\delta_1,j,l} - \tilde{x}_1^{ijl} - \delta_1 a_0, \\ X_1^{0,\delta_2,0} &= \tilde{x}_1^{i,j+\delta_2,l} - \tilde{x}_1^{ijl}, \\ X_1^{0,0,\delta_3} &= \tilde{x}_1^{i,j,l+\delta_3} - \tilde{x}_1^{ijl}; \\ X_1^{\delta_1,\delta_2,0} &= \tilde{x}_1^{i+\delta_1,j+\delta_2,l} - \tilde{x}_1^{ijl} - \delta_1 \delta_2 a_0; \\ X_1^{\delta_1,0,\delta_3} &= \tilde{x}_1^{i+\delta_1,j,l+\delta_3} - \tilde{x}_1^{ijl} - \delta_1 \delta_3 a_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь верхние индексы  $I, J, L$  – номера соседей  $(i, j, l)$ -частицы при условии, что для самой  $(i, j, l)$ -частицы этот номер равен нулю;  $\delta_k$  – символ, принимающий значения  $\pm 1$ . Нижний индекс  $\delta_k$ -символа, кроме того, указывает позицию его в записи в верхних индексах координат  $X_\alpha^{I,J,L}$ . Первые три выражения определяют смещения соседей, расположенных относительно  $(i, j, l)$ -частицы в направлениях координатных линий декартовой системы координат. Последние два выражения определяют смещения диагональных соседей  $(i, j, l)$ -частицы. Аналогичные выражения для компонент смещений  $X_2^{I,J,L}$  и  $X_3^{I,J,L}$  можно также получить согласованной циклической заменой  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  и  $\delta_1 \rightarrow \delta_2 \rightarrow \delta_3 \rightarrow \delta_1$  с учетом изменения позиции индекса  $\delta_k$  при такой замене.

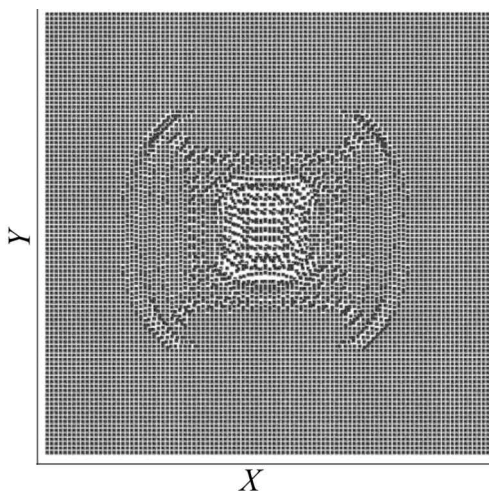
Запись уравнений Ламе (2) в этих переменных приобретает более симметричный вид:

$$\begin{aligned} \Delta V_1^{ijl} &= \tau_{\text{eff}} (\lambda + \mu) \left( \sum_{\delta_1=\pm 1} X_1^{\delta_1,0,0} + \frac{1}{4} \sum_{\delta_1=\pm 1} \sum_{\delta_2=\pm 1} \delta_1 \delta_2 X_2^{\delta_1,\delta_2,0} + \frac{1}{4} \sum_{\delta_1=\pm 1} \sum_{\delta_3=\pm 1} \delta_1 \delta_3 X_3^{\delta_1,0,\delta_3} \right) + \\ &+ \tau_{\text{eff}} \mu \left( \sum_{\delta_1=\pm 1} X_1^{\delta_1,0,0} + \sum_{\delta_2=\pm 1} X_1^{0,\delta_2,0} + \sum_{\delta_3=\pm 1} X_1^{0,0,\delta_3} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\tau_{\text{eff}} = \tau / \rho a_0^2 = \tau a_0 / M$ . Остальные уравнения, как и выше, получаются циклической заменой.

Проиллюстрируем возможности формализма на численных примерах.

*Пример 1.* Импульсное возбуждение волн в блоке  $10 \times 10 \times 10$  м (рис. 1). Источник моделируется заданием некоторой начальной скорости частицы, расположенной в центре блока. Направление скорости совпадает с направлением оси  $X$ . Параметры Ламе среды  $\lambda = 4$  ГПа,  $\mu = 2$  ГПа, ее плотность  $\rho = 2600$  кг/м<sup>3</sup>. Пространственный шаг дискретизации  $a_0 = 0.1$  м, временной шаг  $\tau = 0.00001$  с. Изображение соответствует 794-му временному шагу.

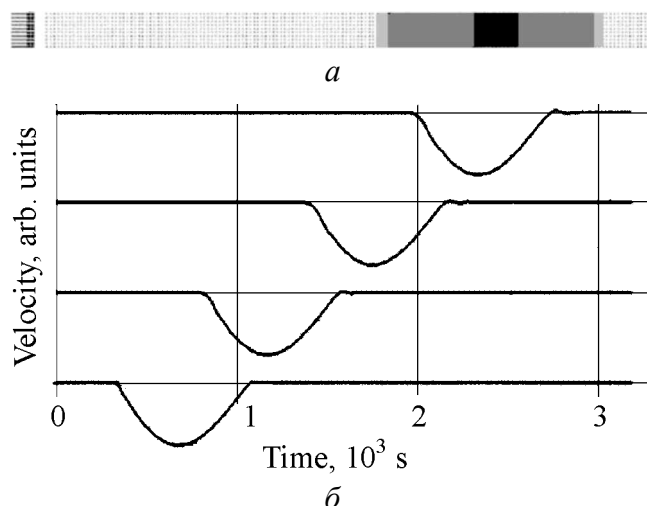


**Рис. 1.** Импульсное возбуждение волн в центре 10-метрового куба. Вид в сечении, проходящем через центр куба

Из рисунка следует, что возбуждаемое поле имеет сферический передний фронт и крестообразную диаграмму направленности. Задний фронт волны отсутствует, а в центре модели наблюдаются интенсивные волновые процессы. Длина волны порядка 1 м, частота порядка 4 кГц, что соответствует достаточно высокочастотному сигналу. Такое распределение волнового поля объясняется сильным возбуждением собственных волн решетки (аналога фононов в кристаллической решетке).

В то же время частоты волн в реальном сейсмическом эксперименте имеют значения порядка 300–700 Нз [1,2], что значительно ниже полученных при компьютерном моделировании. Возможно, такое несоответствие частот связано с тем, что не учитываются процессы разрушения материала при интенсивном ударном возбуждении. С учетом такого разрушения осуществлен расчет в следующем примере.

*Пример 2.* Ударное возбуждение волн для плоской задачи с учетом разрушения в точке возбуждения (рис. 2). Возбуждение волн осуществляется в результате упругого удара налетающего слева на протяженную модель плоского тела толщиной 0.2 м (см. объект в левой верхней части рис. 2). Разрушение моделировалось более низкими (в 100 раз) модулями упругости элементов тела (частиц), расположенных в контактной зоне ударного тела и модели. При таких условиях в модели возбуждается однополупериодная волна с четкими передним и задним фронтами. Паразитические высокочастотные наводки практически отсутствуют. Длительность полупериода колебания составляет порядка 774 временных шагов или 0.003098 с (временной шаг в данном эксперименте равен 0.000004 с), что дает частоту сигнала 161 Нз. Скорость волны, определенная по годографу на пространственно-временной развертке, равна 2123 м/с. Расстояние между точками, для которых рассчитаны сигналы на пространственно-временных развертках, составляет 5 м.



**Рис. 2.** Пространственная (а) и пространственно-временная (б) развертки сигнала, полученного при ударном возбуждении

Отсюда длина волны, полученной в данном численном эксперименте, равна 13 м, что по порядку величины соответствует длинам волн, регистрируемым в реальном эксперименте [1,2].

*Пример 3.* Нахождение метансодержащей трещины спектральным методом. Трещину моделировали скачком давления, оказываемого метаном на внутренние поверхности трещины, и располагали на расстоянии 1 м от левой свободной поверхности модели. Величину скачка выбирали равной 12.9 GPa (такой выбор сделан только для иллюстрации метода), что несколько выше реального значения. В более реалистическом случае кроме давления следует учитывать также и изменение параметров материала горных пород в области метансодержащей трещины.

Возбуждение осуществляли посредством удара так же, как в предыдущем примере. Регистрацию производили на той же свободной поверхности модели, на которой осуществляли возбуждение. «Задержка» вступления сигнала на временной развертке (рис. 3,а) связана со временем подлета ударяющего тела к свободной поверхности. Сигнал имеет вид многофазного резонансного колебания, на котором по сбою фазы достаточно четко видно вступление сигнала, отраженного от трещины.

В спектре сигнала (рис. 3,б) в области нулевых частот имеется группа пиков (вернее, осцилляции амплитудного спектра, продолжающиеся по всему спектру), которые соответствуют интерференции кратно-отраженных волн, и один пик в области 1500 Hz, соответствующий резонансу от области между трещиной и свободной поверхностью. Из условия полуволнового резонанса  $f_{\max} = V/2h$  (где  $V$  – скорость волн,  $h$  – размер области) можно оценить размер этой области. Скорость волны для давлений 12.8 GPa равна 10916 м/с, отсюда размер области составляет 0.67 м. Поскольку заданное расположение трещины соответствует расстоянию 1 м, значение этой величины, найденное по спектральному методу, определено с большой погрешностью. Причина

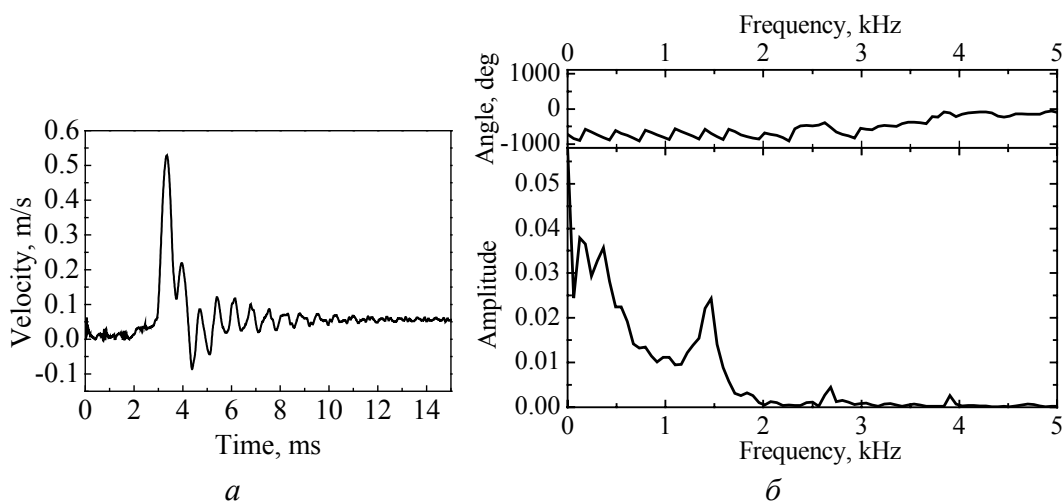


Рис. 3. Сигнал, регистрируемый в среде с трещиной, содержащей метан: *а* – временная развертка, *б* – спектр

такой погрешности пока не ясна, и ее предстоит выяснить при более систематическом исследовании этой проблемы. В то же время сам факт наличия такой зоны в данном компьютерном эксперименте установлен достаточно надежно.

Таким образом, первые пробные эксперименты показали, что с помощью предложенного алгоритма можно решать типичные задачи, возникающие на стыке геомеханики и сейсморазведки.

1. Н.Я. Азаров, Д.В. Яковлев, Сейсмический метод прогноза горно-геологических условий эксплуатации угольных месторождений, Недра, Москва (1988).
2. А.В. Анциферов, Теория и практика шахтной сейсморазведки, ООО «Алан», Донецк (2003).
3. И.С. Павлов, 11-я зимняя школа (2-я международная) по механике сплошных сред, Пермь, 23 февраля–1 марта 1997 г.
4. Е.Л. Звягильский, Компьютерное моделирование длительных сдвижений массива в окрестности погашенных стволов, Сб. научных трудов «Физико-технические проблемы горного производства», Донецк, вып. 2, 41 (1999).
5. D. Frenkel, B. Smit, Understanding Molecular Simulation. From Algorithms to Applications, Academic Press, San Diego–San Francisco–New York–Boston–London–Sydney–Tokyo (1996).
6. L.S. Metlov, <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0305129>, p. 1 (2003), print 7 May 2003.
7. E.G. Pashinskaya, L.S. Metlov, V.N. Varyukhin, A.F. Morozov, Proc. of the V International Conference Metallurgy, Refractories and Environment, Stara Lesna, High Tatras, Slovakia, May 13–16, 2002.
8. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теория упругости, Наука, Москва (1965).
9. М.В. Курленя, В.Н. Опарин, Труды международной конференции «Геодинамика и напряженное состояние недр земли», Новосибирск, 2–4 октября 2001 г.
10. М.В. Курленя, В.Н. Опарин, Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых № 3, 20 (1999); № 4, 3 (2000).

11. *Захаров*, Сейсмоакустическое прогнозирование и контроль состояния горных пород при разработке угольных месторождений, ФГУП НИЦ ГП-ИТД им. А.А. Скочинского, Москва (2000).
12. *А.И. Лурье*, Нелинейная теория упругости, Наука, Москва (1980).

*L.S. Metlov, A.V. Antsiferov*

### COMBINED PROBLEMS OF GEOMECHANICS AND MINING SEISMIC PROSPECTING FOR LARGE DEPTHS (PRESSURES)

A version of the particle method for numerical analysis of combined geomechanics and mining seismic prospecting problems is proposed. The method enables to transfer many analogies of the dynamics of crystal lattice to macroscopic systems of arbitrary scale. Possibilities of the method are illustrated by several examples from seismic prospecting.

**Fig. 1.** Pulsed excitation of waves in the centre of a 10-m cube. View of section passing through cube centre

**Fig. 2.** Space ( $a$ ) and time-space scanning ( $b$ ) of signal generated by shock-excitation

**Fig. 3.** Signal registered in medium with crack containing methane:  $a$  – time-base,  $b$  – spectrum