УДК 004.7

О.П. Ігнатенко

ПОТОКОВІ МОДЕЛІ ДИНАМІЧНОГО ПЛАНУВАННЯ ЧЕРГ В КОМПЮ'ТЕРНИХ МЕРЕЖАХ ЗА УМОВ КОНФЛІКТУ

Розглядається загальна проблема керування мережами за умов конфлікту – атаки на відмову. Основну увагу зосереджено на задачі динамічного планування у потоковій моделі. Розглянуті питання зв'язку між стохастичною і потоковою моделями. Розглядається задача пошуку стратегії роботи мережі в умовах атаки на відмову. Знайдено умови та функції керування, які гарантують працездатність системи не нижче заданого рівня.

Вступ

Системи керування комунікаційними мережами охоплюють велику кількість різноманітних моделей. Спільним у цих моделей є наявність спеціальних об'єктів, які називаються «користувачі», «роботи» або «пакети», що накопичуються в чергах і потребують опрацювання. Після обробки в одній черзі ці пакети переходять в іншу чергу згідно з топологією мережі. Після закінчення всіх призначених робіт пакети залишають мережу. Також задане правило, згідно з яким нові пакети потрапляють на вхід системи.

Основним питанням дослідження поведінки таких мереж є стійкість. За яких умов кількість робіт у чергах зменшується до нуля або принаймі не зростає з часом?

При відповіді на це питання неможливо обійти стороною важливий аспект організації роботи мережі – яким чином задані правила вибору наступного пакета з черги для його обробки. Іншими словами, яким чином здійснюється маршрутизація і керування обробкою пакетів.

Очевидно, що існує безліч можливих варіантів. Можливо, найбільш природнім є схема FIFO (first-in-first-out) за якої перший пакет, що надійшов на вузол мережі отримує пріоритет на обробку. Ще одним відомим правилом є PS (processor sharing), коли всі ресурси вузла діляться порівну між усіма наявними роботами (тобто сервер надає частки свого робочого часу всім за чергою).

Правила FIFO та PS називають зрівнюючими в тому розумінні, що пакети в різних чергах або *буферах* отримують рівні умови за обробкою на даному вузлі мережі.

Принципово іншою є схема статичного пріоритету SBP (static buffer priority), при якій кожному буферу задається пріоритет і пакети з вищим пріоритет обслуговуються у першу чергу.

У межах одного буфера пакети обслуговуються в порядку прибуття. Схема називається випереджувальною, якщо прибуття роботи з вищим пріоритетом перериває обробку поточної роботи з нижчим пріоритетом. Після обробки пріоритетної роботи виконання перерваної поновлюється.

Пошук керувань, які б оптимізували час затримки, витрати на обслуговування мережі та інші характеристики інтенсивно досліджувалось протягом останніх десятиліть. Звичайним підходом до вирішення цих проблем є використання теорії марковських процесів прийняття рішень, який полягає у мінімізації відповідного функціонала.

Однак, цей підхід дозволяє рішення у явному вигляді лише невеликої кількості задач. Існує, звичайно, можливість розв'язати відповідні рівняння чисельно, за допомогою ітерацій, але, як правило, ситуація суттєво ускладнена наявністю необмеженого простору станів.

Така ситуація спричинила інтерес до дослідження спрощених, ідеалізованих задача керування мережами. Ідея полягає у розв'язанні спрощеної задачі та спробувати перенести отримане оптимальне керування на вихідний випадок.

Одним з таких перспективних підходів до дослідження проблеми знаходження керування мережами є потокові моделі. Потокова модель є дуже простим детерміністичним наближенням стохастичної мережі. Дискретні пакети тут замінені на «потоки пакетів», що рухаються за мережею згідно з тими самими правилами маршрутизації.

Такі моделі завжди використовувалися для дослідження питань стійкості мережі. Однак, з'ясувалося, що оптимальне керування потокової моделі та стохастичної мережі надзвичайно схожі [1, 2]. Після виявлення цього факту дослідження були зосереджені на пошуку зв'язків між цими керуваннями. Це дуже важливе питання, тому що оптимальне керування потокової моделі знаходиться в явному вигляді відносно легко [3]. Принаймні, існують ефективні алгоритми вирішення цієї проблеми.

На сьогодні в цій області отримано ряд важливих результатів щодо зв'язку потокових та стохастичних стратегій керування. Зокрема, Мейном показано [4], що ітеративний процес пошуку правил поведінки процесу сходиться асимптотично до оптимального розв'язку потокової моделі за умови стійкості розв'язку. На жаль, пряме перенесення оптимального керування потокової моделі на стохастичний випадок у цілому не є асимптотично оптимальним.

Проте, як було показано [5, 6], асимптотично оптимальне керування завжди може бути побудовано. Конструкція, запропонована Магларасом полягає у тому, що при керуванні мережею в певні дискретні моменти часу відбувається переоцінка стану системи і розрахунок стратегії на наступний проміжок часу здійснюється на базі лінійної моделі. Інша ідея висловлена в [6] спирається на той факт, що оптимальне керування потокової моделі є кусково постійною функцією. Певна модифікація потокового оптимального керування на проміжках часу з постійними значеннями, дає змогу побудувати асимптотично оптимальне керування.

1. Керування стохастичними мережами

Нехай стан мережі описується вектором черг $Q(t)=(Q_1(t),...,Q_n(t))$, іншими словами поведінка системи визначається завантаженістю *n буферів*. Визначимо множину індексів $I=\{1,...,n\}$, тоді $Q_i(t)$ – обсяг черги з пакетів у i-му буфері в момент часу t.

Буфери Q_i, $i\in I$ об'єднані у мережу за допомогою *вузлів*. Кожен вузол може містити один або більше буферів та надає їм спільний ресурс для обробки пакетів. Позначимо $S=\{1,...,m\}$ – множину індексів вузлів мережі. Функція відповідності $s(i)\in S$ визначає приналежність буфера i до вузла $s(i)$.

Матриця відповідності C (*constituency matrix*) визначається за правилом:

$$c_{si}=\begin{cases}1 & s(i)=s\\ 0 & s(i)\neq s\end{cases},\ s\in S, i\in I .$$

Після обробки пакет залишає вузол мережі і може або покинути мережу або потрапити на інший вузол. Маршрутизація пакетів (яка в рамках даної роботи є детерміністичною) задається матрицею маршрутизації R_0 (*routing matrix*):

$$r_{ij}=\begin{cases}1 & r(j)=i\\ 0 & r(j)\neq i\end{cases},\ j,i\in I ,$$

де $r(j)\in I$ – функція, що задає буфер, в який переходять пакети, які залишають буфер j. Знаходження функції керування для такої мережі представляє, взагалі кажучи, непросту задачу. Основними особливостями її є стохастичність і дискретність. Загальна динаміка системи визначається наступним рекурентним співвідношенням:

$$Q(t+1)=Q(t)+B(t+1)U(t)+A(t), \quad (1)$$

де $Q(0)=Q_0$. При цьому вважаються виконаними наступні припущення [4].

1. Будемо казати, що U *адаптована* до трійки (Q, A, B), якщо $U(t)$ може бути виражена як функція від випадкових змінних

$\{Q(0),...,Q(t), A(0)...,A(t), B(0),...,B(t)\}$

для кожного $t \geq 0$. Також наявні геометричні обмеження:

$$U(t) \in \Omega,$$

де $\Omega = \left\{u \in R^n : u_i \geq 0, Cu \leq \overline{1}\right\}$, $\overline{1}$ – n-мірний вектор з одиниць, а нерівність виконується порядково.

2. Фазовий вектор процесу (1) також геометрично обмежений

$$Q(t) \in X \subset R^n.$$

3. $R_0^n = 0_{n \times n}$, тобто в системі немає циклів і кожний пакет може бути оброблений не більш як n раз.

4. $B(t)$ – послідовність незалежних і однаково розподілених матриць, $A(t)$ – послідовність незалежних і однаково розподілених векторів.

При цьому

$$B(t) = -\left[I - R^T\right]M(t),$$

де $M(t)$ – послідовність незалежних і однаково розподілених діагональних матриць.

Модель (1) представляє стохастичне дискретне рівняння, розв'язком якого є функція керування $U(t)$. Оскільки маршрутизація вважається фіксованою, то знаходження $U(t)$ рівнозначне розв'язанню задачі планування.

Одне з фундаментальних питань, яке виникає при розв'язанні задачі (1) – за яких умов взагалі існує функція $U(t)$, яка б забезпечувала приведення $Q(t)$ в нуль? Важливу роль у дослідженнях цього питання відіграють потокові моделі.

2. Потокові моделі керування мережами

Позначимо $\alpha = E\left[A(t)\right]$, $M = E\left[M(t)\right]$, де $M_{ii} = E\left[M_{ii}(t)\right]$, тобто M – постійна діагональна матриця. Тоді потокова модель описується простим диференціальним рівнянням:

$$\dot{q} = \alpha + Bu(t), \tag{2}$$

де $B = -\left[I - R^T\right]M$. Будемо казати, що модель (2) може бути стабілізована, якщо для будь-якого $q(0)$ та функції $\alpha(t)$ існує керування $u(t)$ і час $T \geq 0$, такі, що

$$q(0) + T\alpha + \int_0^T Bu(\tau)d\tau = 0.$$

При цьому мінімальний $T(q(0))$ називається часом вичерпання черги. Пошук мінімального часу для системи (2) – це задача оптимального керування, яка має розв'язок для фіксованих функції $\alpha(t)$ та початкового вектора $q(0)$ якщо виконується включення

$$q(0) - \alpha T \in T \cdot BU. \tag{3}$$

Включення (3) дає можливість визначити момент часу $T(q(0))$. Однак структура потоків керування задачі (2) описується матрицями B і C, що навіть для простих мереж ускладнює знаходження функції керування $u(t)$.

У фундаментальній роботі [4] описаний проблемно-орієнтований підхід, що дозволяє отримати керування для кожного вузла у явному вигляді. Опишемо головну ідею цього підходу, яка полягає у введенні поняття *завантаженості* вузлів мережі.

1. Визначимо *матрицю завантаженості* за допомогою наступного рівняння: $\Xi = -CB^{-1} = M^{-1}[I - R^T]^{-1}$, де M – невироджена діагональна матриця, а $[I - R^T]^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} R^k = \sum_{k=0}^{n} R^k$. Позначимо ξ^s,

$s \in S$ – вектори-рядки, що утворюють матрицю Ξ.

2. *Вектором завантаження* назвемо вектор $\rho = \Xi\alpha$. Введемо позначення $\rho_{\bullet} = \max_{s \in S} \rho_s$, тоді вузьким місцем називаються такі вектори: ρ_s, що $\rho_s = \rho_{\bullet}$.

Твердження. ([4], ст. 112).

Модель (2) може бути стабілізована тоді і тільки тоді, коли $\rho_{\bullet} < 1$. При цьому мінімальний час вичерпання черги дорівнює

$$T(q) = \max_{s \in S} \frac{(\xi^s, q)}{1 - \rho_s}.$$

Одним з можливих керувань, що забезпечують стабілізацію системи є вектор

$$u^* = -B^{-1}\left(\alpha + \frac{q(0)}{T(q(0))}\right).$$

Проілюструємо ці результати на модельних прикладах, відомих з теорії черг.

2.1. Модель окремого сервера. Потокову модель окремого сервера можна представити у вигляді диференціального рівняння

$$\dot{q} = -\mu u(t) + \alpha.$$

Рівняння має розв'язок при виконанні умови $\mu > \alpha$. Оптимальне (у сенсі задачі швидкодії) керування задається формулою

$$u(t) = \begin{cases} 1, & q(t) > 0 \\ 0, & q(t) = 0 \end{cases}.$$

Час вичерпання черги дорівнює

$$T(q(0)) = \frac{q(0)}{\mu - \alpha}.$$

2.2. Моделі Клімова. Узагальненням моделі з одним сервером є ситуація, коли пакети відрізняються за пріоритетом або вимагають суттєво різного часу обробки. В цьому випадку можна вважати, що в системі існують m ліній обробки (можливо віртуальних) і всі пакети, що потрапляють в систему класифікуються на m типів, та опрацьовуються у відповідній лінії. Загальна задача полягає у знаходженні функції керування $u(t) = (u_1(t), ..., u_m(t))$, яка визначає які ресурси спрямувати у момент часу t на обробку пакетів i-ої лінії на основі інформації про поточне завантаження системи.

Загальна кількість ресурсів обмежена, тому для кожного $t \in [0, T]$ виконується:

$$\sum_{i=1}^{m} u_i(t) \le 1.$$

Розглянемо модель системи у диференціальній формі:

$$\dot{q} = Bu(t) + \alpha.$$

Матриця B має діагональний вигляд: $B = -diag(\mu_1, ..., \mu_n)$, $C = [1,..,1]$, $\alpha(t) = (\alpha_1, .., \alpha_n)$. Модель Клімова для чотирьох черг показана на рис. 1.

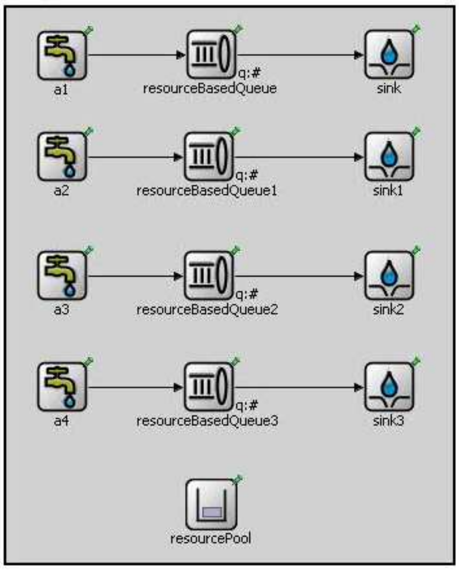

Рис. 1. Модель Клімова для чотирьох черг

Модель Клімова може бути стабілізована, якщо і тільки якщо

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i}{\mu_i} < 1.$$

Мінімальний час вичерпання черги дорівнює

$$T(q(0)) = \frac{(\xi, q(0))}{1-\rho_{\bullet}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{q_i(0)}{\mu_i}}{1-\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i}{\mu_i}}.$$

2.3. Модель з повторною обробкою. Потокова модель з повторною обробкою (рис. 2) описується матрицею B наступного вигляду:

$$B = -(I - R^T)M = \begin{pmatrix} -\mu_1 & 0 & 0 \\ \mu_1 & -\mu_2 & 0 \\ 0 & \mu_2 & \mu_3 \end{pmatrix},$$

де $M = diag(\mu_1, \mu_2, \mu_3)$. При цьому вектор α має вигляд

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

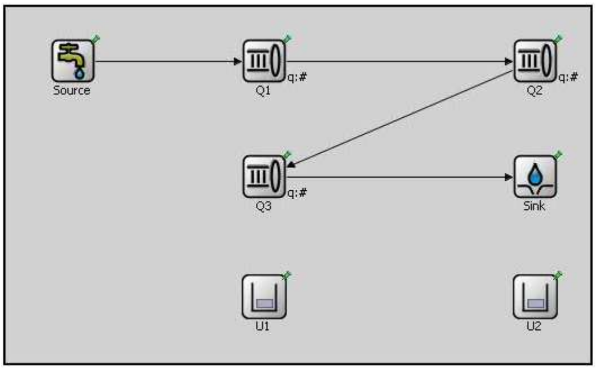

Рис. 2. Модель з повторною обробкою

Використовуючи властивості матриці маршрутизації можна отримати, що

$$B^{-1} = -M^{-1}[I + R^T + R^{2^T}].$$

Матриця Ξ складається з двох векторів

$$\begin{bmatrix} \xi^1 \\ \xi^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1^{-1} + \mu_3^{-1} & \mu_3^{-1} & \mu_3^{-1} \\ \mu_2^{-1} & \mu_2^{-1} & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix} = \Xi\alpha = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{\mu_1} + \frac{\alpha_1}{\mu_3} \\ \frac{\alpha_1}{\mu_2} \end{bmatrix}.$$

Модель може бути стабілізована тільки у тому разі якщо виконуються нерівності

$$\frac{\alpha_1}{\mu_1} + \frac{\alpha_1}{\mu_3} < 1 \text{ та } \frac{\alpha_1}{\mu_2} < 1.$$

3. Конфліктне керування

У даному розділі буде розглядатися розширення моделі (2) на конфліктний випадок. Попередні роботи [7 – 9] розглядали ситуації окремого сервера та моделей Клімова. В даній роботі розглядається задача динамічного планування для загального класу систем. Нехай в системі присутній ще один гравець (рис. 3).

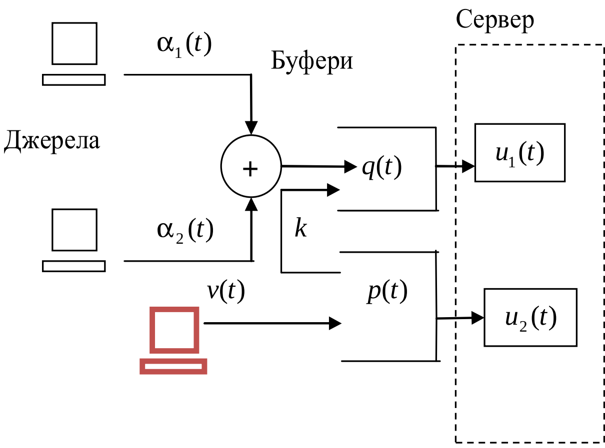

Рис. 3. Система в умовах конфлікту

Цей гравець намагається вплинути на роботу системи шляхом вибору функції $v(t)$. Введемо в систему додатковий віртуальний буфер $p(t)$, який буде описувати потужність атаки. Атака відбувається наступним чином – нападник збільшує потужність зі швидкістю $v(t)$, система захисту може відсікати джерела атаки зі швидкістю $u_2(t)$, при цьому якщо джерело атаки діє, то воно завантажує загальну систему сфальшованими пакетами з коефіцієнтом k.

Будемо вважати величину $p(t)$ – одномірною, $q(t)$, $\alpha(t) = (\alpha_1(t),...,\alpha_n(t))$ – n-вимірними векторами.

Розглянемо динамічну систему з початковою умовою $(q(0), p(0))$, яка описується системою лінійних диференціальних рівнянь:

$$\dot{q}(t) = \alpha(t) + k \cdot p(t) \cdot \beta + Bu_1(t),$$

$$\dot{p}(t) = v(t) - \mu u_2(t),\ t \geq 0. \quad (4)$$

Вектор β має вигляд $\beta = (0,..,1,...,0)$, тобто пакети атаки потрапляють на один з входів мережі. Фазовий стан системи (4) описується вектором $w(t) = (q(t), p(t))$.

Буфери вважаємо обмеженими:

$$0 \leq \|q_i(t)\| \leq q_i^{\max} \text{ для всіх } t \geq 0,\ i \in I.$$

Параметр $p(t) \in R_+$ пов'язаний з нападником, який намагається погіршити роботу мережі (максимізувати $q(t)$ іншими словами) використовуючи керування $v(t)$, $v(t) \geq 0$, $v(t) \leq \nu$. Обираючи функцію $v(t)$ в момент часу t нападник встановлює потужність атаки (частоту атакуючих пакетів) $p(t)$. Параметр $p(t)$ впливає на вхідний буфер системи $q(t)$ лінійно з коефіцієнтом $k \geq 0$, вектор β задає буфер, на який потрапляють пакети.

Гра починається з початкової умови $w(0)$. Інший гравець – захисник, розподіляє свої ресурси керування за двома напрямками $u_1(t)$ – для обробки поточних запитів користувачів і пакетів атаки (будемо вважати, що вони завантажують мережу однотипними пакетами) та $u_2(t)$ – для виявлення і відсічення джерел атаки.

На керування захисника накладається природне обмеження $u_1(t) \geq 0$, $u_2(t) \geq 0$, $Cu_1 \leq 1$, та $\sum_{i=1}^{n} u_1^{\,i} + u_2 \leq 1$. При цьому вважається, що захисник у момент часу t володіє інформацією про $\alpha_i(t)$, $v(t)$ і $w(t)$.

Функції $\alpha_i(\cdot): R \to R^n$, які описують потік пакетів від джерел у момент часу t, вважаються додатними і обмеженими числами $\alpha_i^{\max}$ відповідно. Крім цього загальна кількість пакетів обмежена:

$$\int_{t_0}^{\infty} \alpha_i(t)dt \leq \alpha_i^{\text{int}},\ i = 1,..,N.$$

Задача полягає у знаходженні умов які б гарантували наведення вектора $q(t)$ в точку (0,0) зі стану q_0 при будь-яких протидіях суперника не пізніше ніж за час $T(q_0) < \infty$.

Покажемо, що ця модель може бути стабілізована для $\mu > v$. Якщо додатково виконується умова, що початковий вектор задовольняє нерівності

$$\|q(0)\| + \frac{k}{2}\frac{(p(0))^2}{\mu - \nu} + \max \alpha_i^{\text{int}} \leq q^{\max}, \quad (5)$$

то $q(t) < q_{\max}$ для всіх $t \geq 0$, тобто атака на відмову не досягла своєї мети. Співвідношення (4) встановлює зв'язок між обслуговуванням користувачів, наявними в системі обмеженнями і ресурсами.

Для розв’язання задачі слід зазначити допустиму стратегію $u(t, q(t), v(t))$ та момент часу T, такі, що $q(t, u(t)) = 0$ для всіх $t \geq T$ та $q(t) < q^{\max}$ при $t \geq 0$. Цей результат має досягатись за всіх допустимих функцій $\alpha_i(t)$, $i = 1,..,N$, та довільної функції $v(t)$.

Множини керування мають вигляд

$$U = \{u \in R_+^{n+1} : \sum_{i=1}^{n} u_1^{\,i} + u_2 \leq 1, Cu_1 \leq 1\},$$

$$V = \{v \in R_+^{n+1} : v_1 = \alpha(t), v_2 \leq \nu\}.$$

Використаємо при конструюванні стратегії протидії ідею першого прямого методу Л.С. Понтрягіна [10 – 12].

Теорема. Нехай для системи (4) виконуються такі умови:

$\mu > \nu$;

$$\|q(0)\| + \frac{k}{2}\frac{(p(0))^2}{\mu - \nu} + \max \alpha_i^{\text{int}} \leq q^{\max}.$$

Тоді існує стратегія $u(t)$, яка гарантує закінчення гри не пізніше моменту часу $T(q(0))$ та виконання нерівності $q(t) < q^{\max}$ при $t \geq 0$.

Доведення. Без втрати загальності можемо вважати, що $q(0) \neq 0$. Введемо позначення для моментів часу:

$$T_* = \min\{t > 0 : q(t) = 0\};$$

$$T^* = \min\{t \geq 0 : p(t) = 0\}.$$

Визначимо стратегію $u(t)$ наступним чином:

$$u(t) = \begin{cases} (0, -\mu), & t \in [0, T^*], \\ (u^*(t), v(t)), & t \in [T^*, T_*], \end{cases} \quad (6)$$

де $u^*(t) = -B\left(\dfrac{q(T^*) + \alpha^{\max}}{W(q(T^*) + \alpha^{\max})}\right)$,

де $W(q(t))$ – час вичерпання черги з нульовим значенням $\alpha(t)$ причому ресурси тепер визначаються матрицею $(\mu - \nu)M$. Покажемо, що стратегія $u(t)$, допустима. Дійсно, $u(t)$ визначена для всіх $t \geq 0$ і на проміжку часу $[0, T_1]$ виконується $u_1(t) + u_2(t) = \mu$. При цьому $u_1(t) \geq 0$, $u_2(t) \geq 0$ для всіх $t \geq 0$, оскільки виконується умова 1. Підставимо керування (6) в систему (4).

Для $t \in [0, T^*]$

$$\dot{q}(t) = \alpha(t) + k \cdot q_2(t),$$

$$\dot{p}(t) = v(t) - \mu.$$

Для $t \in [T^*, T_*]$

$$\dot{q}(t) = \alpha(t) - (\mu - v(t))u^*(t),$$

$$\dot{p}(t) = 0.$$

Отже не пізніше за час $\hat{T} = \dfrac{p(0)}{\mu - \nu}$ виконується $p(t) = 0$. Або, іншими словами $T^* \leq \hat{T}$. При цьому виконуються наступні співвідношення:

$$q(t) = q(0) + \int_0^t kp(\tau)\beta d\tau + \int_0^t \alpha(\tau)d\tau =$$

$$= q(0) + kp(0)\beta t + \int_0^t k(v(\tau) - \mu)\beta d\tau +$$

$$+ \int_0^t \alpha(\tau)d\tau,$$

$$\|q(t)\| \leq \|q(0)\| + kp(0)t - k(\mu - \nu)\frac{t^2}{2} + \max \alpha_i^{\text{int}},$$

$$\|q(T^*)\| \leq \|q(0)\| + k\frac{p(0)^2}{\mu - \nu} -$$

$$- k(\mu - \nu)\frac{1}{2}\left(\frac{p(0)}{\mu - \nu}\right)^2 + \max \alpha_i^{\text{int}},$$

$$q(T^*) \leq q^{\max}.$$

Остання нерівність випливає з умови (5). В момент часу T^* відбувається переключення керування. Оскільки $p(t) = 0$, $t \geq T^*$, то розглядаємо далі тільки $q(t)$

$$q(t) = q(T^*) + \int_{T^*}^t \left(B\left[(v(\tau) - \mu)u^*\right]\right)d\tau +$$

$$+ \int_{T^*}^t \alpha(\tau)d\tau.$$

Як випливає з твердження – існує такий час T_*, що гру буде завершено при будь-яких діях суперника $v(t)$. Теорема доведена.

Висновки

У роботі досліджувалась загальна задача динамічного планування у мережах. За основу взято потокову модель, та узагальнено її для врахування конфлікту. Описана поведінки нападника і захисника у термінах диференціальної гри. Проведена формальна постановка й аналіз отриманої гри. Знайдені умови на можливості гравців і початковий стан системи, при яких гра може бути закінчена за скінчений час.

1. *Bauerle N., Rieder U.* Optimal control of single-server fluid networks // Queueing Systems. – 2000. – N 35. – P. 185 – 200.
2. *Atkins D, Chen H.* Performance evaluation of scheduling control of queueing networks: fluid model heuristics // Queueing Systems. – 1995. – N 21. – P. 391 – 413.
3. *Avram F, Bertsimas D. and Ricard M.* Fluid models of sequencing problems in open queueing networks: an optimal control approach // Stochastic Networks IMA

Volumes in Mathematics and its Applications, Springer-Verlag, New York. – 1995. – P. 199–234.
4. *Meyn S.* Control Techniques for Complex Networks. – Cambridge University Press, 2007. – 582 p.
5. *Maglaras C.* Dynamic scheduling in multiclass queueing networks: stability under discrete-review policies // Queueing Systems. – 1999. – N 31. – P. 171 – 206.
6. *Bauerle N.* Asymptotic optimality of Tracking-policies in stochastic networks // Annals of Applied Probability. – 2000. – N 10. – P. 1065 – 1083.
7. *Андон П.І., Ігнатенко О.П.* Протидія атакам на відмову в мережі Інтернет: концепція підходу // Проблеми програмування. – 2008. – № 2-3. – С. 564 – 574.
8. *Андон П.І., Ігнатенко О.П.* Атаки на відмову в мережі Інтернет: опис проблеми та підходів щодо її вирішення. – Київ, – (Препр./ Ін-т програмних систем НАН України, 2008 – 50 с.)
9. *Ігнатенко О.П.* Конфліктна задача взаємодії двох гравців у відкритому інформаційному середовищі // Проблеми програмування. – 2009. – № 1. – С. 56 – 65.
10. *Чикрий А.А.* Конфликтно управляемые процессы. – Киев: Наук. думка, 1992. – 384 с.
11. *Никольский М.С.* Первый прямой метод Л.С. Понтрягина в дифференциальных играх. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 65 с.
12. *Понтрягин Л.С.* Избранные научные труды. – М.: Наука, 1988. – **2**. – 576 с.

Отримано 17.12.2009

Про автора:

Ігнатенко Олексій Петрович,
кандидат фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
докторант.

Місце роботи автора:

Інститут програмних систем
НАН України,
03187, Київ – 187,
Проспект Академіка Глушкова, 40.
Тел.: 526 6025.
e-mail: o.ignatenko@gmail.com