

О.М. Попович¹, канд. техн. наук, **І.В. Головань**², канд. техн. наук
1, 2 – Ін-т електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ЗАСТУПНОЇ СХЕМИ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ТА ЇХ НЕЛІНІЙНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ПОЛЬОВОГО АНАЛІЗУ

Для визначення параметрів заступної схеми асинхронних машин та їх нелінійних залежностей за результатами польового аналізу в ортогональних площинах сформовано розрахункові моделі для польового аналізу в площинах листів магнітопроводу та осі вала ротора, узгоджено результати польового аналізу в ортогональних площинах та отримано систему виразів для визначення параметрів заступної схеми з урахуванням скосу пазів ротора. Бібл. 6, рис. 2.

Ключові слова: асинхронний двигун, параметри заступної схеми, нелінійність, польовий аналіз, лобові частини.

Ефективність та якість математичних моделей для дослідження режимів та проектування асинхронних двигунів (АД) у складі електромеханічних систем, зокрема електромеханотронних систем (ЕМТС) [4], залежать від адекватності цих математичних моделей у дійсних експлуатаційних режимах роботи, які часто є динамічними та квазісталими, а також від обсягів ресурсів ЕОМ, що потрібні для моделювання. Математична модель ґрунтується на системі диференціальних рівнянь, які дають можливість визначити величини незалежних змінних – струмів та частоти обертання у заданих умовах роботи. Достовірність результатів розв'язання цих рівнянь залежить від ступеня відповідності структури рівнянь процесам, що досліджуються, а також від точності визначення параметрів рівнянь, які відповідають цим процесам.

Найбільшу точність математичного моделювання АД забезпечує чисельний тривимірний польовий аналіз характеристик електромагнітного поля (ЕМП) за таких умов: достатнього подрібнення тривимірної сітки, відповідності розрахункової моделі для польового аналізу об'єкта, що досліджується, точності завдання величини електричних змінних, які є вихідними даними для розрахунку.

Для відповідності тривимірної розрахункової математичної моделі основним конструктивним рисам АД вона має враховувати: шихтовану конструкцію магнітопроводів; скіс пазів ротора; наявність наведених струмів у обмотках, елементах магнітопроводу та інших конструктивних елементах АД; наявність електричного контакту між стержнями короткозамкненого ротора та сталлю магнітопроводу; просторову конфігурацію лобових частин обмотки; обертання ротора відносно статора. Проведення досліджень за допомогою таких розрахункових моделей на сучасному етапі практично неможливе. Навіть при нехтуванні обертанням ротора, скосом його пазів і врахуванні наведених струмів лише в обмотці ротора потрібні ресурси пам'яті ЕОМ на порядки перевищують такі, що доступні широкому загалу дослідників. Така ж невідповідність потреб і можливостей має місце стосовно часових ресурсів ЕОМ, зважаючи на те, що реальні експлуатаційні режими роботи АД ЕМТС є перехідними і квазісталими, а їх польовий аналіз потребує колопольових методів розв'язку задачі динаміки зміни характеристик ЕМП. Крім того, дефіцит часових ресурсів ЕОМ обумовлений особливостями задач проектного синтезу АД ЕМТС: великою кількістю оптимізаційних розрахунків динамічних режимів роботи. Цей дефіцит практично унеможливує проектний синтез АД за вказаних умов навіть при двовимірному польовому аналізі.

Для вирішення проблеми дослідження та проектування АД, зокрема в складі ЕМТС, при застосуванні математичних моделей підвищеної адекватності із залученням польового аналізу, передбачаються такі заходи:

1. Дослідження режимів роботи АД здійснюється коловими методами із використанням системи рівнянь електричної та механічної рівноваги із нелінійними параметрами. Величина параметрів та залежності їх зміни визначаються за результатами польового аналізу.
2. Тривимірний польовий аналіз замінено квазітривимірним – аналізом у двох ортогональних площинах (перпендикулярній осі машини та у площині, до якої ця вісь належить). Результати аналізу в ортогональних площинах узгоджуються і використовуються для визначення величини параметрів системи рівнянь електричної рівноваги.
3. За отриманими масивами величин визначених параметрів формуються апроксимаційні поліноміальні залежності їх зміни у функції величин струмів та частоти обертання ротора.

Визначення за результатами польового аналізу нелінійних залежностей параметрів для їх використання при розрахунках режимів роботи АД дає змогу підвищити адекватність математичних моделей проектного синтезу, здійснити узгодження результатів польового аналізу в ортогональних площинах (врахування лобових параметрів), провести аналіз із врахуванням скосу пазів, гармонік МРС, струмів втрат у сталі і при цьому значно зменшити потребу в ресурсах ЕОМ.

Здійснення вказаних заходів сумісного використання переваг колових та польових методів аналізу має спиратись: на колову математичну модель АД із нелінійними параметрами; розрахункові моделі польового аналізу АД в ортогональних площинах; засоби польового аналізу АД; математичну модель еквівалентування польової моделі коловою із розподілом магнітного потоку на основний потік взаємної індуктивності статор-ротор та потік розсіювання і визначення відповідних ним параметрів.

Еквівалентування польової моделі коловою передбачає визначення таких структур рівнянь електричної рівноваги і величини параметрів у них, які забезпечать еквівалентність значення інтегральних показників робочих режимів АД за обома моделями.

Визначення параметрів заступної схеми за результатами польового аналізу в площині листів магнітопроводу. Розрахункова модель двополюсного АД з короткозамкненим ротором для польового аналізу в площині, перпендикулярній валу ротора, представлена на рис. 1. Вона реалізована засобами пакета Comsol Multiphysics [6] при розв'язанні задачі квазістатистики відносно часового комплексу z -складової просторово-часового комплексу векторного магнітного потенціалу $\dot{\vec{A}}$ при нерухомому роторі із перпендикулярними до площини аналізу заданими струмами в обмотках статора і наведеними в обмотках ротора. На рис. 1 позначено: 1, 2 – магнітопроводи статора і ротора; 3 – повітряний проміжок; 4 – вал; s_A, s_B, s_C – області пазів статора з обмоткою фаз А, В, С із позитивним напрямком струму відповідно (області пазів із негативним напрямком струму для кожної фази розміщено діаметрально); r_1, r_2, \dots, r_{z2} – пази ротора з номерами 1, 2, ..., z_2 , заповнені провідниковим матеріалом. У розрахунковій області задаються однорідні початкові умови $\dot{\vec{A}}(0) = 0$, а також однорідні граничні умови $\dot{\vec{A}} \big|_{\Gamma} = 0$ на зовнішній поверхні ярма статора. Початок системи геометричних координат на рисунку співпадає з віссю вала. Вісь координат x – горизонтальна, y – вертикальна, z – перпендикулярна до площини рисунка. Розглянемо симетричний режим роботи АД із симетричною обмоткою статора при максимальному значенні струму фази А у нульовий момент часу.

Нестационарне нелінійне диференціальне рівняння для векторного магнітного потенціалу, що описує двовимірне квазістационарне електромагнітне поле в нерухомому електропровідному середовищі, має такий вигляд:

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu_0 \mu} \operatorname{rot} \dot{\vec{A}} \right) + j\omega \gamma \dot{\vec{A}} = \dot{\vec{J}}_{\text{стоп}} \quad (1)$$

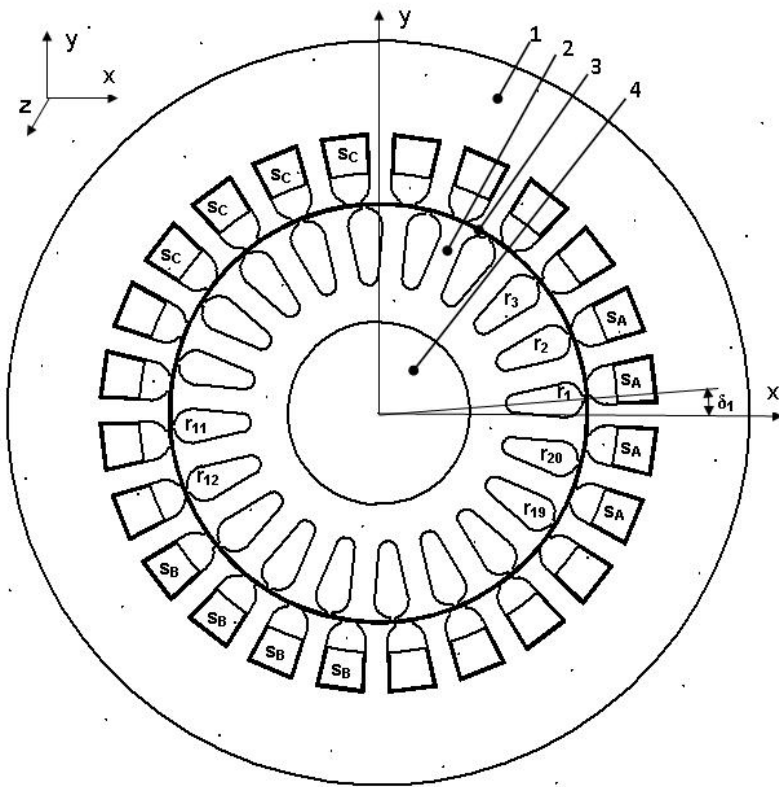


Рис. 1

Кутова частота струму статора задана такою, що відповідає частоті в роторі при його ковзанні s , з яким досліджується режим роботи: $s\omega_0 = 2\pi fs$, де f – частота мережі. Це дає змогу приймати розрахункову модель з нерухомим ротором, що спрощує польовий аналіз. Величина струму в обмотковій області пазів статора фаз А, В, С обумовлена часовою залежністю густини струму: $j_A = J_m \cdot \cos(\omega_0 st + \xi_A)$; $j_B = J_m \cdot \cos(\omega_0 st + \xi_B)$; $j_C = J_m \cdot \cos(\omega_0 st + \xi_C)$, де $\xi_A = 0$; $\xi_B = -2\pi/3$; $\xi_C = 2\pi/3$ – фази струмів статора. Відповідно до цього вихідними даними для розрахунку є часові комплекси максимального значення густини струму фаз А, В, С:

$$j_A = J_m ; \quad j_B = J_m (-0.5 - j0.5\sqrt{3}) ; \quad j_C = J_m (-0.5 + j0.5\sqrt{3}), \quad (3)$$

де $J_m = \sqrt{2}I_s W_s / S$ – часовий максимум густини струму; I_s – діюче значення часового комплексу струму фази статора; S – сумарна площа областей пазів з обмоткою для однієї сторони котушок фази статора; $W_s = pqS_{ne} / a$ – кількість витків фази статора, яка складається із a паралельних віток; S_{ne} – кількість ефективних провідників у пазу (при однакових кількостях витків у секціях: для одношарових обмоток (як на рис. 1) $S_{ne} = W_c$, а для двошарових $S_{ne} = 2W_c$); $q = z_1 / (2pm_1)$ – кількість пазів на полюс і фази; m_1 – кількість фаз статора.

У пазах статора із позитивним напрямком струму, які позначено на рисунку, густина струму задається відповідно до виразу (3), у пазах із негативним напрямком струму для кожної фази знак густини струму змінюється на мінус. Трифазна система струмів статора в обмотках з просторовим зсувом створює обертове магнітне поле. Прийнятий позитивний напрямок обертання – проти годинникової стрілки.

У результаті розрахунку визначаємо:

- амплітудні значення часових комплексів повних поточкозчеплень фаз статора за умови сталості густини струму в пазах і відповідно відношення кількості витків обмотки до площі, яку вони займають [1]:

де \dot{A} , $\dot{J}_{стор}$ – часові комплекси z -складових векторів магнітного потенціалу \dot{A} і сторонньої густини струму $\dot{J}_{стор}$; μ , γ – відносна магнітна проникність і питома електропровідність середовища; ω – кутова частота.

Нелінійний зв'язок просторо-часових комплексів у площині (x, y) для напруженості \dot{H} та індукції \dot{B} магнітного поля в магнітопроводі задано рівнянням

$$\dot{H} = \frac{\dot{B}}{\mu_0 \mu (\dot{B})}, \quad (2)$$

де $|\dot{B}| = \sqrt{\dot{B}_x^2 + \dot{B}_y^2}$ – модуль часового комплексу вектора індукції \dot{B} ; \dot{B}_x, \dot{B}_y – x, y -складові часових комплексів проєкцій вектора індукції.

$$\dot{\Psi}_i = \frac{2l_\delta W_s}{S} \int_{si} \dot{A} ds, \quad (4)$$

де l_δ – довжина магнітопроводу машини; si – сумарна площа областей пазів з обмоткою для однієї сторони котушок однієї паралельної вітки фази статора i із позитивним напрямком струму; $i = A, B, C$;

- потужність електричних втрат в стержнях ротора за результатами польового аналізу:

$$P_{er} = l_\delta \sum_{i=1}^{z_2} \left(\int_{sci} \frac{J_{mi}^2}{2\gamma_{c2}} ds \right), \quad (5)$$

де γ_{c2} – питома провідність матеріалу паза ротора;

- діючі значення часових комплексів струмів усіх стержнів ротора. Для стержня з номером i ($i = 1, \dots, z_2$)

$$\dot{I}_{ci} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{sci} \dot{J}_{mi} ds, \quad (6)$$

де \dot{J}_{mi} – поточне значення часового комплексу максимуму густини струму в межах області перетину i -го стержня sci . Кутова координата його осі визначається виразом

$$\delta_{ci} = \delta_1 + (i-1)\delta_k, \quad (7)$$

де δ_1 – кутова координата осі першого стержня; $\delta_k = 2\pi / z_2$.

Рівняння колової математичної моделі АД, яка потрібна для еквівалентування польової моделі, зображеної на рис. 1, є рівняннями електричної рівноваги для контурів двигуна [4]. У випадку симетричного АД при врахуванні тільки робочої гармоніки МРС ці рівняння стають рівняннями Т-подібної заступної схеми АД:

$$\dot{U}_s = \eta \dot{I}_s + j(x_{1n} + x_m) \dot{I}'_s + jx_m \dot{I}'_r; \quad (8)$$

$$0 = \frac{r'_{2c}}{s} \dot{I}'_r + j(x'_{2c} + x_m) \dot{I}'_r + jx_m \dot{I}'_s,$$

де r'_{2c}, x'_{2c} – зведені активні та індуктивні опори ротора при нехтуванні скосом та опорами ділянок торцевих кілець; x_{1n} – індуктивний опір пазового розсіювання статора відповідно до умов розрахункової моделі, зображеної на рис. 1, $x_{1n} = x_1$; s – ковзання; η, x_m – активний опір статора та індуктивний опір за полем взаємної індуктивності заступної схеми АД.

Взаємний зв'язок струмів статора польової та колової моделей встановимо, враховуючи, що \dot{I}_s у рівняннях (8) являє собою відповідно до [4] часовий комплекс фази А: \dot{I}_A . Тобто відповідно до вихідних умов розрахункової моделі (рис. 1) (у нульовий момент часу має місце максимум струму фази А) комплекс струму \dot{I}_s має лише дійсну складову: $\dot{I}_s = I_s = J_{ms} S_{ps} / (\sqrt{2} W_c)$, де S_{ps} – площа паза з обмоткою для однієї сторони котушки фази; W_c – кількість витків котушки (секції). Вісь x (позитивний напрямок) на рис. 1 співпадає з віссю котушкової сторони фази А із позитивним напрямком струму – в площину рисунка. У цьому випадку кутове положення просторового максимуму МРС фази А (вісь фази) за робочою гармонікою з порядком $v=p$, з кількістю пар полюсів p у координатах цієї гармоніки становить $\delta_{Av} = \pi/2$ або у геометричних координатах $\delta_A = \pi/(2p)$. При польовому аналізі АД з обмотками без явно визначених фазових зон положення осі x має узгоджуватись із положенням максимуму МРС фази А за робочою гармонікою ($v=p$) в її координатах.

Взаємний зв'язок струмів ротора польової та колової моделей встановимо спираючись на усереднену величину часового комплексу струму стержня ротора у координатах потрібної просторової робочої гармоніки за результатами польового аналізу. Усереднення по-

трібно для нівелювання коливань величини струму за пазами внаслідок зміни взаємного положення пазів ротора та статора і пов'язаних з цим коливаннями величини магнітного опору повітряного проміжку, а також для нівелювання впливу вищих просторових гармонік МРС.

Відповідно до вихідних положень рівнянь електричної рівноваги АД [4] та розрахункової моделі (рис. 1) магнітне поле у повітряному проміжку можна розглядати як сукупність синусоїдних хвиль з кількостями періодів, що відповідають порядкам відповідних гармонік МРС статора. Кожна гармонічна складова магнітного поля наводить у роторі свою систему струмів. Система струмів короткозамкненого ротора за v -ю просторовою гармонікою МРС статора являє собою струми контурів, які утворено сусідніми стержнями та ділянками торцевих кілець між ними. Прийнято, що контур з номером i утворюється стержнями з номерами i та $i-1$. Нумерація струмів та контурів здійснюється на рис. 1 у напрямку проти годинникової стрілки. Позитивний напрямок струмів стержня – у площину рис. 1. Позитивний напрямок струмів контура прийнято проти годинникової стрілки, якщо дивитись зовні ротора, та за годинниковою, якщо дивитись з середини. Відповідно до даних умов позитивний напрямок струмів i -го контура та $i-1$ стержня співпадає. У цьому випадку за першим законом Кірхгофа має місце співвідношення між комплексами струмів стержнів та контурів:

$$\dot{I}_{ci} = \dot{I}_{k(i+1)} - \dot{I}_{ki}, \quad (9)$$

де $\dot{I}_{ci}, \dot{I}_{ki}$ – часові комплекси діючих значень струмів стержня та контура з номером i .

При рівномірному повітряному проміжку в симетричному випадку при усталених процесах співвідношення між струмами контурів за гармонікою з кількістю пар полюсів v залежить від напрямку обертання магнітного поля цієї гармонічної складової у повітряному проміжку і визначається таким чином:

$$\dot{I}_{k(i+1)v} = \dot{I}_{kiv} e^{-j\varepsilon v \delta_k}, \quad (10)$$

де $\varepsilon = \sin(\delta_{Bv} - \delta_{Av}) / \sin(\xi_A - \xi_B) = \pm 1$, плюс відповідає напрямку обертання магнітного поля проти годинникової стрілки, мінус – за стрілкою; ξ_A, ξ_B – фази струмів статора фаз А та В; $\delta_k = 2\pi / z_2$ – кут між сусідніми стержнями. Відповідно до виразів (9), (10) з урахуванням виразу коефіцієнта скорочення ротора $k_{yrv} = \sin(v\pi / z_2)$ після перетворень отримаємо співвідношення між струмами стержнів та контурів ротора за гармонікою v :

$$\dot{I}_{civ} = \dot{I}_{kiv} (e^{-j\varepsilon v \delta_k} - 1) = \dot{I}_{kiv} 2 \sin \frac{v\delta_k}{2} e^{-j\varepsilon(\pi + v\delta_k)/2} = \dot{I}_{kiv} 2k_{yrv} e^{-j\varepsilon(\pi + v\delta_k)/2}. \quad (11)$$

Визначення параметрів системи рівнянь електричної рівноваги потребує інформації про величину комплексу струму такого короткозамкненого контура ротора, вісь якого співпадає з просторовим положенням максимуму магнітного поля фази статора А за гармонікою v , тобто для умов розрахункової моделі, зображеної на рис. 1, має геометричну кутову координату $\pi / (2v)$. Для такого еквівалентного контура (враховуючи прийнятну систему нумерації, згідно з якою i -й стержень зсунуто відносно осі i -го контура у напрямку проти годинникової стрілки) геометрична координата стержня, який згідно з (11) визначає шуканий струм \dot{I}_k , становить

$$\delta_{ce} = (\pi / v + \delta_k) / 2. \quad (12)$$

У результаті польового аналізу за розрахунковою моделлю, зображеною на рис. 1, визначено поряд з іншими комплекс струму i -го стержня (6). Якщо він займе положення (12), фаза його струму зміниться на величину $v(\delta_{ce} - \delta_{ci})$, а комплекс набуде значення

$$\dot{I}_{cei} = \dot{I}_{ci} e^{-j\varepsilon v (\delta_{ei} - \delta_{ci})} = \dot{I}_{ci} e^{-j\varepsilon(\pi / 2 + v\delta_k / 2 - v\delta_1)} e^{j\varepsilon(i-1)v\delta_k}. \quad (13)$$

Виконавши перетворення (13) для струмів всіх стержнів, які визначено за результатами польового аналізу, визначимо середню величину еквівалентних струмів, що фактично є визначенням v -ї симетричної складової просторових комплексів [2] усіх струмів стержнів. Після цього з урахуванням (11) отримаємо вираз для визначення комплексу струму ротора за

ν -ю просторовою гармонікою (з припущенням, що ν -та симетрична складова відповідає лише струму за просторовою гармонікою з порядком ν) з напрямком обертання, який задано величиною ε :

$$\dot{I}_{k\nu} = \frac{e^{j\varepsilon\nu\delta_1}}{2z_2k_{yrv}} \sum_{i=1}^{z_2} \dot{I}_{ci} e^{j\varepsilon(i-1)\nu\delta_k} . \quad (14)$$

При зведенні z_2 -фазної обмотки ротора до трифазної між струмами встановлюється співвідношення [4]

$$I'_r = I_k \frac{z_2 f_{rp}}{3 f_{sp}} , \quad (15)$$

де $f_{rp} = \frac{2}{\nu\pi} k_{yrv} k_{onrv} k_{skv}$; $f_{sp} = \frac{2}{\nu\pi} K_{об} W_s$ – одиничні МРС контура ротора та фази статора (МРС при одиничному струмі) [4]; k_{skv} – коефіцієнт скосу пазів ротора за гармонікою ν ; k_{onrv} – коефіцієнт відкриття паза ротора за гармонікою ν [5], враховує при розкладанні в ряд Фур'є поступову зміну МРС вздовж шліца за лінійним законом; $K_{об}$ – обмотковий коефіцієнт фази статора за робочою гармонікою.

Урахування виразу (15) у (14) при відсутності скосу пазів у моделі рис.1 ($k_{sk} = 1$) дає змогу отримати вираз для визначення величини комплексу струму ротора, зведеного до статора за робочою гармонікою ($\nu=p$):

$$\dot{I}'_r = \frac{k_{onrv}}{6W_s K_{об}} e^{j\varepsilon p\delta_1} \sum_{i=1}^{z_2} \dot{I}_{ci} e^{j\varepsilon(i-1)p\delta_k} . \quad (16)$$

Розрахунок величини параметрів заступної схеми АД спирається на рівняння балансу потужностей фази статора і ротора. Для їх отримання помножимо перше рівняння (8) на I_s^* , а друге на I'_r :

$$(P_1 + jQ_1)/3 = \eta I_s^2 + jx_1 I_s^2 + jx_m (\dot{I}_s + \dot{I}'_r) I_s^* ; \quad (17)$$

$$0 = \frac{r'_{2c}}{s} I_r^2 + jx'_{2c} I_r^2 + jx_m (\dot{I}_s + \dot{I}'_r) I_r^* , \quad (18)$$

де P_1, Q_1 – активна та реактивна потужності, що споживаються АД; $I_r^2 = (I_r^R)^2 + (I_r^I)^2$ – квадрат модуля комплексу струму ротора \dot{I}'_r , (16); $I_r^R = \text{Re}(\dot{I}'_r)$; $I_r^I = \text{Im}(\dot{I}'_r)$ – його дійсна та уявна частини. Величина активних втрат фази $r'_{2c} I_r^2$ у першій складовій рівняння (18) для зведеного трифазного ротора є третиною сумарних активних втрат у ньому P_{er} , (5), що дає змогу визначити величину **активного зведеного опору ротора** при нехтуванні скосом та опорами ділянок торцевих кілець:

$$r'_{2c} = \frac{P_{er}/3}{(I_r^R)^2 + (I_r^I)^2} . \quad (19)$$

З урахуванням викладеного і того, що відповідно до умов розрахункової моделі, зображеної на рис. 1, струм статора має лише дійсну складову, комплексне рівняння (18) розкладемо на два – для дійсної та уявної частин:

$$0 = P_{er}/(3s) + x_m I_s I_r^I ; \quad (20)$$

$$0 = x'_{2c} \left((I_r^R)^2 + (I_r^I)^2 \right) + x_m \left(I_r^R I_s + (I_r^R)^2 + (I_r^I)^2 \right) . \quad (21)$$

Розв'язання рівнянь (20), (21) відносно параметрів дає можливість визначити величину **індуктивного опору заступної схеми за основним полем** взаємної індуктивності статор-ротор

$$x_m = -P_{er} / (3sI_s I_r^I) \quad (22)$$

та величину **індуктивного опору пазового розсіювання ротора**

$$x'_{2c} = -x_m \left(1 + \frac{I_r^R I_s}{(I_r^R)^2 + (I_r^I)^2} \right). \quad (23)$$

Реактивну потужність фази $Q_1/3$, тобто уявну частину рівняння (17), також можна представити спираючись на величину добутку ЕРС (діюче значення похідної потокозчеплення фази) і струму. Враховуючи те, що відповідно до розрахункової моделі (рис. 1) струм статора має лише дійсну складову, запишемо

$$Q_1/3 = \omega_0 \operatorname{Re}(\dot{\Psi}_s) I_s / \sqrt{2}, \quad (24)$$

де $\dot{\Psi}_s = (\dot{\Psi}_A + \dot{\Psi}_B e^{j(\xi_A - \xi_B)} + \dot{\Psi}_C e^{j(\xi_A - \xi_C)}) / 3$ – величина повного потокозчеплення фази статора, яку визначено за результатами польового аналізу як усереднене значення (першу симетричну складову) потокозчеплень всіх фаз (4). При врахуванні розподілу потоку машини на потік взаємної індуктивності статор-ротор та потоки розсіювання, реактивна потужність фази, уявна частина рівняння (17), за наявності лише дійсної складової струму статора, набуває виду

$$Q_1/3 = Q_{\sigma s} + x_m \operatorname{Re}(\dot{I}_s + \dot{I}'_r) I_s, \quad (25)$$

де $Q_{\sigma s} = x_{1n} I_s^2$ – реактивна потужність фази статора за потоком пазового розсіювання з урахуванням взаємної індуктивності фаз за шляхами цього потоку [4].

Величину **індуктивного опору пазового розсіювання статора** визначимо прирівнявши праві частини рівнянь (24), (25):

$$x_{1n} = 0.5\sqrt{2} \cdot \omega_0 \operatorname{Re}(\dot{\Psi}_s) / I_s - x_m \left(1 + I_r^R / I_s \right). \quad (26)$$

Відповідно до рівняння електричної рівноваги статора (8) та за величиною магнітного потоку можна визначити ЕРС, яка наводиться у фазі статора основним полем: $-\dot{E}_{sm} = jx_m \dot{I}_m = j\omega_0 \dot{\Phi}_m W_s K_{o\delta} / \sqrt{2}$. Це дає змогу за величинами x_m і струму контура намагнічування $\dot{I}_m = \dot{I}_s + \dot{I}'_r$ визначити величину магнітного потоку за основним полем:

$$\dot{\Phi}_m = \sqrt{2} x_m (\dot{I}_s + \dot{I}'_r) / (\omega_0 W_s K_{o\delta}). \quad (27)$$

Результуюча МРС машини за робочою гармонікою [4], яка створює цей магнітний потік, може бути визначена при врахуванні, що сумарний вектор симетричної m -фазної системи більший за вектор першої фази в $m/2$ разів і з урахуванням виразу (15):

$$\dot{F}_p = f_{sp} \frac{3}{2} \sqrt{2} \dot{I}_s / a + f_{rp} \frac{z_2}{2} \sqrt{2} \dot{I}_k = 3 f_{sp} (\dot{I}_s + \dot{I}'_r) / \sqrt{2}. \quad (28)$$

Вираз для визначення величини **коефіцієнта насичення магнітного поля** за робочою гармонікою можна отримати сумісним розв'язком (22), виразу взаємної індуктивності за основним полем у рівняннях електричної рівноваги $M_{sk} = f_{sp} f_{rp} \mu_0 l_\delta \pi R / (\delta k_\delta k_{\mu v})$ та виразу зв'язку параметрів симетричного АД ЕМТС з параметрами заступної схеми $M_{sk} = 2x_m f_{rp} / (3\omega_0 f_{sp})$ [4]:

$$k_{\mu v} = -\frac{9s}{2} \omega_0 \frac{\mu_0 l_\delta \pi R}{\delta k_\delta} f_{sv}^2 \frac{I_s I_r^I}{P_{er}}, \quad (29)$$

де R – радіус розточки статора; δ, k_δ – величина та коефіцієнт повітряного проміжку.

Отримані вирази дають змогу за результатами польового аналізу в площині, перпендикулярній вісі машини, визначити параметри заступної схеми (19), (22), (23), (26) при нехтуванні скосом і опором кілець. Варіювання частоти струму в роторі (ковзання) та величини струму статора дає змогу визначити нелінійні залежності зміни параметрів для подальшого їх використання при дослідженні режимів роботи АД коловими методами:

$$x_m = f_{xm}(\dot{F}_p, s); \quad x'_{2c} = f_{x'2c}(\dot{I}'_r, s); \quad r'_{2c} = f_{r'2c}(\dot{I}'_r, s); \quad x_{1n} = f_{x1}(I_s, s). \quad (30)$$

Нелінійні залежності (30) представлено у вигляді сімейств одновимірних залежностей електромагнітних параметрів для обраних значень ковзання ротора за робочою гармонікою, що є параметром сімейств. Аргументами в залежностях (30) є: модуль струму статора I_s ; модуль сумарної МРС машини $|\dot{F}_p|$, величини якого розраховані за виразом (28); модуль зведеного струму ротора $|\dot{I}'_r|$, його величини розраховані за виразом (16). За результатами чисельного експерименту сімейства одновимірних залежностей електромагнітних параметрів (30) представляються у табличному вигляді.

Визначення параметрів АД за результатами польового аналізу в площині осі машини з врахуванням процесів у області торцевих кілець ротора здійснюється за допомогою розрахункової моделі, зображеної на рис. 2. Вісь координат x співпадає з віссю вала ротора. Початок координат знаходиться на середині довжини магнітопроводу машини. На рис. 2, де у площині x, y зображено четверту частину машини, позначено: 1, 2 – магнітопроводи статора і ротора; 3 – повітряний проміжок; 4 – перетин короткозамикаючого кільця. Засоби та умови реалізації цієї моделі подібні до моделі, зображеної на рис. 1. Ротор нерухомий, струми в його короткозамикаючому кільці перпендикулярні до площини аналізу. Кутова частота струму задана такою, що відповідає частоті в роторі при його ковзанні s , з яким досліджується режим роботи.

Для узгодження результатів цього аналізу у площині осі машини з результатами моделювання у площині листів магнітопроводу у якості вихідних даних потрібно знати величини частоти та модуля струму кільця ротора. Цей струм є струмом короткозамкнутого контура ротора (14), який утворено сусідніми стержнями та ділянками кілець між ними. Густина цього струму за перетином короткозамикаючого кільця змінюється залежно від інтенсивності ефекту його витіснення з масиву кільця вихровими струмами кутової частоти $s\omega_0$. Потрібний розподіл густини струму визначається за умови екіпотенціальності границь ділянки кільця за віссю z (відповідно до [6] двовимірний польовий аналіз у площині рис. 2 проведений за умови нескінченної довжини за віссю z , а результати аналізу виводяться на один метр цієї довжини). Відповідно до цього в якості вихідних даних для польового розрахунку задано величину z -складової градієнта електричного потенціалу $grad\phi$, підбираючи таке його значення, щоб модуль повного розрахункового струму у кільці дорівнював модулю струму контура ротора за робочою гармонікою $|\dot{I}_{yk}| = I_k$ (14). Відповідне нестационарне нелінійне диференціальне рівняння для векторного магнітного потенціалу, що описує двовимірне квазістационарне електромагнітне поле у нерухомому електропровідному середовищі, має такий вигляд:

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu_0\mu}\text{rot}\dot{A}\right) + j\omega\gamma\dot{A} = \gamma \cdot \text{grad}\phi. \quad (31)$$

У результаті польового розрахунку визначаємо потужність електричних втрат в одиниці об'єму струмопроводу розрахункової моделі, спираючись на величину якої визначаємо потужність втрат ділянки кільця з урахуванням її об'єму:

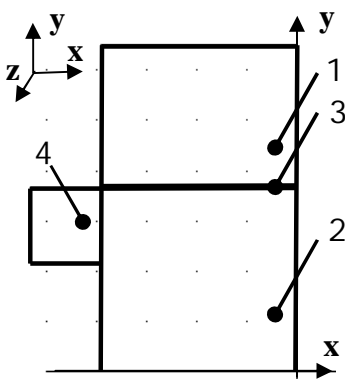


Рис. 2

$$P_k = \frac{\pi [R_r^2 - (R_r - b_k)^2] a_k}{z_2 a_k b_k} \int_{sk} \frac{J_{mk}^2}{2\gamma c_2} ds = \frac{\pi (2R_r - b_k)}{z_2} \int_{sk} \frac{J_{mk}^2}{2\gamma c_2} ds, \quad (32)$$

де sk – площа ділянки кільця; J_{mk} – поточне розрахункове значення модуля часового комплексу максимуму густини повного струму кільця; $R_r = R - \delta$ – зовнішній радіус кільця; a_k, b_k – розміри короткозамикаючого кільця в аксіальному та радіальному напрямках.

За величинами втрат (32) та визначеним при використанні розрахункової моделі (рис. 2) модулем діючого значення комплексу повного струму ділянки кільця $\dot{I}_{yk} = 0.5\sqrt{2} \int_{sk} j_{mk} ds$, який за умовами чисельного експерименту дорівнює модулю струму контура ротора (14), визначаємо опір ділянки кільця:

$$r_{yk} = P_k / I_{yk}^2 = P_k / \left((I_{yk}^R)^2 + (I_{yk}^I)^2 \right), \quad (33)$$

де $I_{yk}^R = \text{Re}(\dot{I}_{yk}), I_{yk}^I = \text{Im}(\dot{I}_{yk})$ – дійсна та уявна частини комплексу повного струму ділянки кільця за розрахунковою моделлю, зображеною на рис. 2.

При визначенні індуктивних параметрів ділянки кільця систему розподілених струмів еквівалентуємо зосередженим струмом I_{yk} електричної вітки. Реактивна потужність для зосередженого струму ділянки кільця, за умовами чисельного експерименту, визначається виразом $Q_k = \omega_0 s m_l I_{yk}^2$, де m_l – індуктивність роторного контура за шляхами потоку розсіювання кільця. Враховуємо, що $P_k = \text{Re} \left(U I_{yk}^* \right) = U I_{yk}^R$; $Q_k = \text{Im} \left(U I_{yk}^* \right) = -U I_{yk}^I$, де U – часовий комплекс напруги ділянки кільця, який відповідно до умов розрахункової моделі (рис. 2) не має уявної частини. Вилучивши з цих двох рівнянь напругу, визначимо реактивну потужність $Q_k = -P_k I_{yk}^I / I_{yk}^R$ і отримаємо вираз для визначення індуктивності ділянки кільця за результатами польового аналізу:

$$m_l = -\frac{P_k}{\omega_0 s} \cdot \frac{I_{yk}^I / I_{yk}^R}{(I_{yk}^R)^2 + (I_{yk}^I)^2} = \frac{r_{yk} \text{tg} \varphi_k}{\omega_0 s}, \quad (34)$$

де $\text{tg} \varphi_k = \left| I_{yk}^I / I_{yk}^R \right|$ – тангенс кута відставання струму кільця ротора порівняно із напругою у кільці за результатами польового аналізу за розрахунковою моделлю (рис. 2) із частотою $\omega_0 s$.

Таким чином, при польовому аналізі у площині осі машини визначено потужність втрат у ділянці кільця короткозамкненої обмотки ротора та тангенс кута запізнення струму кільця ротора. Ця інформація та отримані вирази (32)...(34) дають змогу визначати величини параметрів ділянок короткозамикаючого кільця ротора довільної конструкції (наприклад, із їх феромагнітним екрануванням), враховувати вплив на величину лобового розсіювання ротора шляхів потоку за феромагнітними елементами корпусу АД, валом, крайніми листами магнітопроводу.

Для використання отриманих виразів параметрів контурів ротора (33), (34) при розрахунках параметрів заступної схеми АД треба звести їх до статора і сформувати табличні залежності їх зміни для обраних значень ковзання ротора за робочою гармонікою у функції величини модуля зведеного струму ротора I_r' . При встановленні цієї функціональної залежності враховано зв'язок між струмом контура ротора (він дорівнює струму ділянки кільця $I_k = I_{yk}$, за умовами чисельного експерименту) та зведеним струмом ротора (15) і вирази

визначення зведених опорів [4]: $r'_{rp} = r_{rp} \frac{3}{z_2} (f_{sp}/f_{rp})^2$; $l'_{rp} = l_{rp} \frac{3}{z_2} (f_{sp}/f_{rp})^2$, де r_{rp}, l_{rp} – активний опір та індуктивність роторного контура. У результаті зведень, враховуючи, що до контура ротора входять дві ділянки кільця, маємо такі вирази визначення за результатами польового аналізу із частотою $\omega_0 s$ активного та індуктивного опорів лобової частини ротора:

$$r'_{2л} = \frac{2z_2}{3} P_k / |i'_r|^2; \quad x'_{2л} = \frac{2z_2}{3s} P_k \operatorname{tg}\varphi_k / |i'_r|^2. \quad (35)$$

Визначення параметрів ротора заступної схеми за результатами польового аналізу в ортогональних площинах з урахуванням скосу пазів здійснюється за узгодженими результатами польового аналізу у площинах листів магнітопроводу та осі машини. Для забезпечення цього узгодження табличні значення величин параметрів заступної схеми, які обумовлені опорами у стержнях ротора (19), (23) та опорами ділянок кілець (35), визначено для однакових значень ковзань та струмів ротора.

Параметри ротора (19), (23) враховують опори стержнів без урахування скосу пазів. Відповідно до зміни геометрії ротора зі скосом, довжина стержня збільшується, а ширина зменшується в однаковому ступені, квадрат якого дає змогу визначити коефіцієнт збільшення опору: збільшення має місце в $1 + h_{sk}^2 / l_{\delta}^2$ разів, де h_{sk} – величина скосу пазів ротора. Крім того, наявність скосу вносить дисбаланс для зведеного до статора ротора між власною індуктивністю ротора за основним полем та взаємною індуктивністю зі статором. Це враховується завдяки збільшенню розсіювання ротора на величину розсіювання скосу [3]:

$$x'_{2sk} = x_m (1/k_{sk}^2 - 1). \quad (36)$$

Результуючі вирази для визначення параметрів ротора заступної схеми можна отримати збільшуючи зведені параметри ротора r'_{2c} , x'_{2c} , які отримано при нехтуванні скосом та опорами ділянок торцевих кілець, у $1 + h_{sk}^2 / l_{\delta}^2$ разів, додаючи до них зведені опори двох ділянок кілець (35) і враховуючи (36). Вирази для визначення параметрів ротора заступної схеми за результатами польового аналізу в ортогональних площинах набувають виду

$$x'_2 = x'_{2нл} + x'_{2sk} = x'_{2c} (1 + h_{sk}^2 / l_{\delta}^2) + x'_{2л} + x_m (1/k_{sk}^2 - 1); \quad (37)$$

$$r'_2 = r'_{2c} (1 + h_{sk}^2 / l_{\delta}^2) + r'_{2л}, \quad (38)$$

де $x'_{2нл}$ – опір розсіювання ротора (пазового та лобового) за виключенням розсіювання скосу. За результатами чисельного експерименту з урахуванням процесів у лобових частинах ротора встановлюються такі залежності параметрів:

$$r'_2 = f_{r2}(|i'_r|, s); \quad x'_{2нл} = f_{x2}(|i'_r|, s). \quad (39)$$

Функції (39) є сімействами одновимірних залежностей електромагнітних параметрів для обраних значень ковзання ротора за робочою гармонікою МРС, що є параметром сімейств. Аргументами у залежностях (39) є модуль зведеного струму ротора. За результатами чисельного експерименту сімейства одновимірних залежностей електромагнітних параметрів (39) представляють у табличному вигляді.

Система рівнянь електричної рівноваги для дослідження процесів у АД з урахуванням параметрів (39) відрізняється від (8) врахуванням лобових параметрів та скосу. Розсіювання скосу враховано збільшенням власної індуктивності ротора за основним полем:

$$\dot{U}_s = \eta \dot{I}_s + j(x_{1н} + x_{1л} + x_m) \dot{I}_s + jx_m \dot{I}'_r; \quad (40)$$

$$0 = \frac{r'_2}{s} \dot{I}'_r + j(x'_2 + x_m) \dot{I}'_r + jx_m \dot{I}_s = \frac{r'_2}{s} \dot{I}'_r + j(x'_{2нл} + x_m / k_{sk}^2) \dot{I}'_r + jx_m \dot{I}_s,$$

де x_{1L} – індуктивний опір лобового розсіювання статора. Відповідно до розробленого алгоритму пазове розсіювання статора визначено з урахуванням взаємної індуктивності фаз за шляхами розсіювання. При визначенні власного лобового розсіювання фази аналітичними методами величина x_{1L} повинна враховувати взаємну індуктивність фаз відповідно до [4]: $x_{1L} = \omega_0 I_{sL} (k_{mLl} + 1)$, де I_{sL} – лобова власна індуктивність розсіювання фази; $|m_{sL}|$ – модуль взаємної індуктивності фаз за способами лобового розсіювання; $k_{mLl} = |m_{sL}| / I_{sL}$ – коефіцієнт співвідношення взаємної та власної індуктивностей лобового розсіювання.

Висновки. Для дослідження режимів роботи АД за результатами польового аналізу в ортогональних площинах отримано вирази для визначення величини та залежності зміни параметрів заступної схеми колової математичної моделі, що еквівалентна польовим моделям за рівнем споживання активної та реактивної потужностей, величини струмів у обмотках. За результатами польового аналізу параметри представляються сімействами одновимірних табличних функцій залежно від величини струмів та МРС для обраних значень ковзань ротора.

1. Васьковський Ю.М. Польовий аналіз електричних машин: Навч. посіб. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 192 с.
2. Войтех А.А., Попович А.Н. Моделирование переходных процессов в полюсопереключаемых асинхронных двигателях. – Киев: Наук. думка, 1989. – 152 с.
3. Вольдек А.И. Электрические машины. – Л.: Энергия, 1974. – 840 с.
4. Попович О.М. Математична модель для дослідження режимів асинхронних машин електромехатронних систем // Пр. Ін-ту електродинаміки НАН України: Зб. наук. пр. – К.: ІЕД, НАНУ, 2010. – Вип. 25. – С. 89–97.
5. Унифицированная серия асинхронных двигателей Интерэлектро / В.И. Радин, Й. Лондин, В.Д. Розенкоп и др.; Под ред. В.И. Радина – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 416 с.
6. COMSOL Multiphysics Modeling and Simulation Software – <http://www.comsol.com/>

УДК 621.313

А.Н. Попович¹, канд. техн. наук, И.В. Головань², канд. техн. наук

1, 2 – Ин-т электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина

Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя и их нелинейных зависимостей по результатам полевого анализа

Для расчета параметров схемы замещения асинхронных машин и их нелинейных зависимостей по результатам полевого анализа в ортогональных плоскостях сформированы расчетные модели для полевого анализа в плоскостях листов магнитопровода и оси вала ротора, согласованы результаты полевого анализа в ортогональных плоскостях и получена система выражений для определения параметров схемы замещения с учетом скоса пазов ротора. Библи. 6, рис. 2.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, параметры схемы замещения, нелинейность, полевой анализ, лобовые части.

О.М. Popovych¹, I.V. Golovan²

1, 2 – Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Peremogy,56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

Definition of parameters of an equivalent circuit of an asynchronous motor by results of the field analysis

For definition of parameters of an equivalent circuit of induction motors and their nonlinear dependences by results of the field analysis in orthogonal planes settlement models for the field analysis in planes of sheets magnetic conductor that axes of a shaft of a rotor are generated, results of the field analysis in orthogonal planes are coordinated and the system of expressions for definition of parameters of an equivalent circuit with the account under a corner rotor grooves is received. References 6, figures 2.

Key words: induction motors, equivalent circuit parametres, nonlinearity, field analysis, front parts.

Надійшла 13.02.2012

Received 13.02.2012