

АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ ДИСКОВОГО ТИПА

В.В. Гребеников¹, канд. техн. наук, **Р.В. Гамалея**², канд. физ.-мат. наук, **Р.Р. Гамалея**³, аспирант

¹ – Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина

^{2, 3} – ООО НПФ «Инпроект»,

ул. Антоновича, 172, оф. 1215, Киев, Украина

Рассмотрена аналитическая методика расчета двухмерных магнитных полей электродвигателей с постоянными магнитами дискового типа. Показано, что на основе предложенной аналитической методики можно осуществлять оптимизационные расчеты электродвигателей с постоянными магнитами. Библ. 5, рис. 5, таблица.

Ключевые слова: электродвигатель дискового типа, постоянные магниты, аналитическое моделирование, магнитные поля, оптимизационные расчеты.

Высокая магнитная энергия постоянных магнитов (ПМ) на основе соединения Nd–Fe–В позволяет при их применении в электрических машинах разрабатывать конкурентоспособные конструкции не только по массе и габаритам, но и по энергетическим показателям. С другой стороны, успехи в области силовой и микропроцессорной техники создали благоприятные условия для проектирования и разработки электрических машин нового поколения на базе ПМ, что позволяет применять их в различных устройствах широкого диапазона единичной мощности, в том числе в безредукторных электроприводах непосредственного действия (Direct Electric Drive) с повышенной надёжностью. Электропривод на базе таких двигателей может не только успешно конкурировать с уже известными техническими решениями, но и найти новые области применения в качестве элементной базы мехатроники и робототехники, в транспортных системах, в устройствах сложной бытовой техники, в сервоприводах, приводах насосов и вентиляторов, в приводах электромобилей и морской техники [1–3].

Среди электрических машин с ПМ получили распространение как беспазовые, так и зубцово-пазовые конструкции. Беспазовые электрические машины дискового типа имеют ряд преимуществ по сравнению с другими типами электрических машин: характеризуются отсутствием пульсаций электромагнитного момента, имеют большой удельный момент и меньшую массу, дискообразная форма позволяет размещать их в устройствах меньшего габарита и разрабатывать специальные модификации (с полым ротором, мотор-колеса, стартер-генераторы, бескорпусные встраиваемые механизмы и пр.).

В качестве иллюстрации на рис. 1 представлена конфигурация магнитной системы дискового двигателя с ПМ. Двигатель имеет двусторонний статор, состоящий из двух ферромагнитных замыкателей 1, на которых размещены обмотки управления 2. Между обмотками располагается ротор, состоящий из диска, на котором закреплены постоянные магниты 3. Обмотки управления включены таким образом, что образуют двухфазную систему, а направления токов в соседних стержнях согласное.

При проектировании дисковых двигателей с ПМ необходимо учитывать их специфику. Магнитная индукция в воздушном зазоре B_δ , и линейная токовая нагрузка A_a определяют степень использования активных материалов и габаритные размеры электрической машины заданной мощности. Чтобы получить высокую магнитную энергию, необходимо оптимальным образом выполнить проектирование магнитной системы, то есть выполнить оптимизационные расчеты. Численные методы, например, на основе метода конечных элементов при оптимизационных расчетах требуют существенного машинного времени для получения конечного результата. С другой стороны, в большинстве случаев двигатели с ПМ проектируются и выпускаются специально для каждого конкретного применения, поэтому потребность

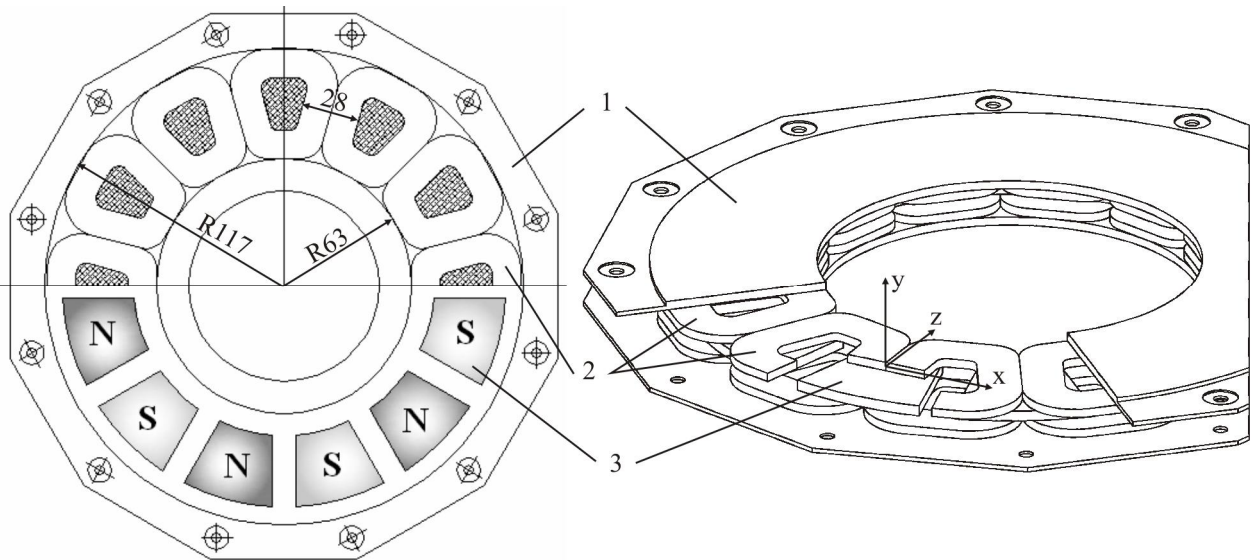


Рис. 1

в аналитических методах моделирования электромагнитных полей таких электромагнитных систем весьма актуальна.

Целью данной статьи являются аналитическое моделирование магнитного поля электродвигателей с ПМ дискового типа и проведение оптимизационных расчетов по двум критериям: минимум массы и минимум стоимости материалов.

Исходя из конструктивных особенностей, в исследуемой модели (рис. 2) отсутствует насыщение ферромагнитных элементов, поэтому магнитная проницаемость μ во всей рассматриваемой области представляется кусочно-постоянной функцией (см. таблицу).

Пренебрегая краевыми эффектами, с учетом достаточно большого внутреннего радиуса рассматриваемого дискового двигателя, будем считать, что вектор магнитной индукции практически не изменяется в радиальном направлении, то есть зависит только от двух геометрических параметров:

$$\vec{B} = \vec{B}(x, y), \quad (1)$$

тогда векторный магнитный потенциал имеет только одну компоненту $A = (0, 0, A_z)$ и с учетом симметрии задачи является периодической функцией одной из координат.

Функция A_z удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = -\mu j \quad (2)$$

в каждой подобласти, в которой $\mu = const$, $j = const$, непрерывна во всей области задачи и связана с компонентами вектора магнитной индукции соотношениями

$$B_x = -\frac{\partial A_z}{\partial y}; \quad B_y = \frac{\partial A_z}{\partial x}. \quad (3)$$

Решение соответствующего (2) однородного уравнения будем искать методом разделения переменных:

$$A_z(x, y) = X(x) \cdot Y(y). \quad (4)$$

Тогда, полагая

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = -\frac{Y''(y)}{Y(y)} = \omega_k^2 = const, \quad (5)$$

получаем

$$X_k(x) = A_k \sin(\omega_k x) + B_k \cos(\omega_k x); \quad (6)$$

$$Y_k(y) = C_k e^{\omega_k y} + D_k e^{-\omega_k y}. \quad (7)$$

Пользуясь симметрией $A_z(x, y) = A_z(x + 2\tau, y)$ рассматриваемых задач, имеем

$$\omega_k = \frac{\pi k}{\tau}. \quad (8)$$

Из уравнений (4), (6)...(8) получаем выражение для векторного магнитного потенциала в подобластях, где отсутствуют токи и ПМ:

$$A_z(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k e^{\frac{\pi k y}{\tau}} + B_k e^{-\frac{\pi k y}{\tau}}) \cos \frac{\pi k x}{\tau} + \sum_{k=1}^{\infty} (A'_k e^{\frac{\pi k y}{\tau}} + B'_k e^{-\frac{\pi k y}{\tau}}) \sin \frac{\pi k x}{\tau}. \quad (9)$$

Для подобластей с обмотками ($j = j_0 \neq 0$) будем искать частное решение уравнения (2) в виде

$$A_z^0 = -\frac{\mu j_0}{2} x(x - \tau). \quad (10)$$

С учетом симметрии разложение (10) в ряд Фурье на интервале $x \in [0; \tau]$ будет иметь вид

$$A_z^0 = -\frac{\mu j_0}{2} x(x - \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k(y) \sin \frac{\pi k x}{\tau} = 2\mu j_0 \tau^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \pi k}{(\pi k)^3} \sin \frac{\pi k x}{\tau}. \quad (11)$$

На границах полюсов магнита вектор электромагнитной индукции испытывает скачек на величину остаточной намагниченности B_0 . В случае, когда ось магнита направлена вдоль оси y , имеем

$$B_y = B_0 + \frac{\partial A'_z}{\partial x}, \quad (12)$$

где A'_z – решение уравнения Лапласа (2).

Тогда векторный магнитный потенциал в данной области можно записать в следующем виде:

$$A_z(x, y) = A'_z(x, y) + B_0 \left(x - \frac{\tau}{2} \right). \quad (13)$$

С учетом симметрии решения (13) его можно разложить в ряд Фурье по $\cos \frac{\pi k x}{\tau}$ на интервале $x \in [0; \tau]$:

$$B_0 \left(x - \frac{\tau}{2} \right) = -B_0 \frac{\tau}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} C_k(y) \cos \frac{\pi k x}{\tau} = -B_0 \frac{\tau}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[-\frac{2B_0}{\tau} \left(\frac{\tau}{\pi k} \right)^2 (1 - \cos \pi k) \right] \cos \frac{\pi k x}{\tau}. \quad (14)$$

Общее решение уравнения Пуассона для любой подобласти полюса, будь то воздушный зазор, ферромагнитный замыкатель, постоянный магнит или обмотка с током, можно представить в виде суммы общего решения уравнения Лапласа (9) и частных решений уравнения Пуассона (11), (14):

$$A_z(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[A_k e^{\frac{\pi k y}{\tau}} + B_k e^{-\frac{\pi k y}{\tau}} - \frac{2B_0}{\tau} \left(\frac{\tau}{\pi k} \right)^2 (1 - \cos \pi k) \right] \cos \frac{\pi k x}{\tau} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[A'_k e^{\frac{\pi k y}{\tau}} + B'_k e^{-\frac{\pi k y}{\tau}} + \frac{2\mu j_0}{\tau} \left(\frac{\tau}{\pi k} \right)^3 (1 - \cos \pi k) \right] \sin \frac{\pi k x}{\tau}, \quad (15)$$

где B_0 – остаточная намагниченность, а j_0 – плотность тока.

Для определения значения векторного магнитного потенциала в неоднородной области полюса электрической машины в целом необходимо определить неизвестные постоянные в соответствующих решениях уравнений магнитостатики для всех подобластей, которые представлены формулой (15).

Для определения неизвестных постоянных воспользуемся граничными условиями на разделе двух однородных сред с магнитными проницаемостями μ^1 и μ^2 , в которых были получены решения $A^1(x, y)$ и $A^2(x, y)$.

Считая, что граница раздела между зонами проходит вдоль линии $y = y_0$, запишем соответствующие граничные условия:

$$\begin{cases} A^1(x, y)|_{y=y_0} = A^2(x, y)|_{y=y_0} \\ \left. \frac{1}{\mu^1} \frac{\partial A^1}{\partial y}(x, y) \right|_{y=y_0} = \left. \frac{1}{\mu^2} \frac{\partial A^2}{\partial y}(x, y) \right|_{y=y_0} \end{cases} \quad (16)$$

или, подставляя решения (15) для потенциалов $A^1(x, y)$ и $A^2(x, y)$ в (16), в силу ортогональности функций $\cos \frac{\pi kx}{\tau}$ и $\sin \frac{\pi kx}{\tau}$ на интервале $x \in [0; \tau]$ имеем следующую систему уравнений:

$$\forall k = \overline{1, \infty}, i = \overline{1, m-1}$$

$$\begin{cases} A_k^0 e^{\frac{\pi k y_0}{\tau}} + B_k^0 e^{-\frac{\pi k y_0}{\tau}} - \frac{2B_0^0}{\tau} \left(\frac{\tau}{\pi k} \right)^2 (1 - \cos \pi k) = 0 \\ A_k'^0 e^{\frac{\pi k y_0}{\tau}} + B_k'^0 e^{-\frac{\pi k y_0}{\tau}} + \frac{2\mu^0 j_0^0}{\tau} \left(\frac{\tau}{\pi k} \right)^3 (1 - \cos \pi k) = 0 \\ A_k^i e^{\frac{\pi k y_i}{\tau}} + B_k^i e^{-\frac{\pi k y_i}{\tau}} - A_k^{i+1} e^{\frac{\pi k y_i}{\tau}} - B_k^{i+1} e^{-\frac{\pi k y_i}{\tau}} - \frac{2(B_0^i - B_0^{i+1})}{\tau} \left(\frac{\tau}{\pi k} \right)^2 (1 - \cos \pi k) = 0 \\ A_k'^i e^{\frac{\pi k y_i}{\tau}} + B_k'^i e^{-\frac{\pi k y_i}{\tau}} - A_k'^{i+1} e^{\frac{\pi k y_i}{\tau}} - B_k'^{i+1} e^{-\frac{\pi k y_i}{\tau}} + \frac{2(\mu^i j_0^i - \mu^{i+1} j_0^{i+1})}{\tau} \left(\frac{\tau}{\pi k} \right)^3 (1 - \cos \pi k) = 0 \\ \frac{1}{\mu^i} \frac{\pi k}{\tau} \left[A_k^i e^{\frac{\pi k y_i}{\tau}} - B_k^i e^{-\frac{\pi k y_i}{\tau}} \right] - \frac{1}{\mu^{i+1}} \frac{\pi k}{\tau} \left[A_k^{i+1} e^{\frac{\pi k y_i}{\tau}} - B_k^{i+1} e^{-\frac{\pi k y_i}{\tau}} \right] = 0 \\ \frac{1}{\mu^i} \frac{\pi k}{\tau} \left[A_k'^i e^{\frac{\pi k y_i}{\tau}} - B_k'^i e^{-\frac{\pi k y_i}{\tau}} \right] - \frac{1}{\mu^{i+1}} \frac{\pi k}{\tau} \left[A_k'^{i+1} e^{\frac{\pi k y_i}{\tau}} - B_k'^{i+1} e^{-\frac{\pi k y_i}{\tau}} \right] = 0 \\ A_k^m e^{\frac{\pi k y'_0}{\tau}} + B_k^m e^{-\frac{\pi k y'_0}{\tau}} - \frac{2B_0^m}{\tau} \left(\frac{\tau}{\pi k} \right)^2 (1 - \cos \pi k) = 0 \\ A_k'^m e^{\frac{\pi k y'_0}{\tau}} + B_k'^m e^{-\frac{\pi k y'_0}{\tau}} + \frac{2\mu^m j_0^m}{\tau} \left(\frac{\tau}{\pi k} \right)^3 (1 - \cos \pi k) = 0, \end{cases} \quad (17)$$

где m – число однородных подобластей полюса.

Ограничившись числом членов ряда Фурье N , можно перейти от бесконечной системы линейных уравнений (17) к системе $4mN$ уравнений с $4mN$ неизвестными.

После решения системы уравнений (17) задачу моделирования электромагнитного поля в области полюса электрической машины можно считать решенной.

Усилие, действующее на обмотку с током в пределах одного полюса на расстоянии r от центра магнитной системы, определяется по формуле

$$\overline{dF} = \left(\int_{h_i}^{h_{i+1}} \int_0^{\tau} \vec{j} \times \vec{B} dx dy \right) dr. \quad (18)$$

Для компоненты вектора dF_x , отвечающей за вращательное движение ротора, получим

$$\left(\int_{h_i}^{h_{i+1}} \int_0^\tau j \times \vec{B} dx dy \right)_x dr = -j \int_{h_i}^{h_{i+1}} \int_0^\tau \frac{\partial A_z}{\partial x} dx dy dr = -j \int_{h_i}^{h_{i+1}} (A_z(\tau, y) - A_z(0, y)) dy dr =$$

$$= j \int_{h_i}^{h_{i+1}} \sum_{k=1}^{\infty} \left[A_k e^{\frac{\pi k y}{\tau}} + B_k e^{-\frac{\pi k y}{\tau}} \right] (1 - \cos \pi k) dy dr = 2j \sum_{k=1,3,5,\dots} \frac{\tau}{\pi k} \left(A_k e^{\frac{\pi k y}{\tau}} - B_k e^{-\frac{\pi k y}{\tau}} \right) \Big|_{h_i}^{h_{i+1}} dr.$$

Соответственно момент в пределах одного полюсного деления будет иметь следующий вид:

$$M_F = \int_{r_1}^{r_2} r \cdot dF(r) = 2j \sum_{k=1,3,5,\dots} \frac{\tau}{\pi k} \left(A_k e^{\frac{\pi k y}{\tau}} - B_k e^{-\frac{\pi k y}{\tau}} \right) \Big|_{h_i}^{h_{i+1}} \frac{r_1 + r_2}{2} (r_2 - r_1), \quad (19)$$

где r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы магнитной системы; h_i, h_{i+1} – горизонтальные границы подобласти с токовой обмоткой.

Аналогичные задачи моделирования систем с постоянными магнитами, рассмотренные, например, в [4, 5], основаны на методе разделения переменных для уравнений для скалярного магнитного потенциала и не учитывают области с током. В данной работе найдено решение уравнения Пуассона (15), (17) для векторного магнитного потенциала в любой области, включая токовый слой.

Для анализа полученных решений была взята модель полюса электрической машины

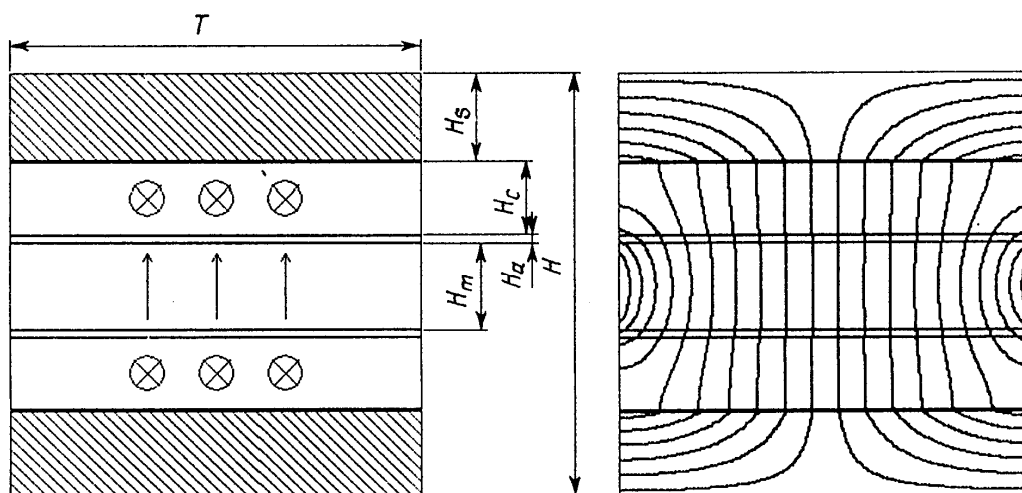


Рис. 2

дискового типа с двумя обмотками на статоре и магнитами на роторе, основные параметры которой приведены в таблице. На рис. 2 схематически изображены исследуемая модель, а также картина ее магнитного поля.

Название параметра	Значение
Ширина полюса	$\tau = 28$ мм
Толщина стального замыкателя	$H_s = 6$ мм
Толщина постоянного магнита	$H_m = 6$ мм
Толщина обмотки с током	$H_c = 5$ мм
Толщина технологического воздушного зазора	$H_a = 0,5$ мм
Остаточная намагниченность постоянного магнита	$B_r = 1,257$ Тл
Плотность тока в обмотке	$j_0 = 3$ А/м ²
Относительная магнитная проницаемость воздуха	$\mu_n = 1$
Относительная магнитная проницаемость стали	$\mu_c = 1000$
Относительная магнитная проницаемость меди в обмотке	$\mu_m = 1$
Относительная магнитная проницаемость постоянного магнита	$\mu_{nm} = 1,03$

Количество членов ряда Фурье	$N = 150$
Внутренний радиус магнитной системы	$r_1 = 63$ мм
Внешний радиус магнитной системы	$r_2 = 117$ мм

Для расчета полученной математической модели написана компьютерная программа, позволяющая выполнять следующие функции:

- вычислять значения электромагнитной индукции и векторного магнитного потенциала в любой точке области задачи;
- отображать картину электромагнитного поля;
- строить график электромагнитной индукции и ее составляющих вдоль заданной линии;
- рассчитывать значения усилия и момента, действующих на ротор в пределах одного полюса;
- рассчитывать значения оптимизирующих параметров для полюса магнитной системы, варьируя размерами обмоток с током и постоянных магнитов.

Исследуемая математическая модель проверялась сравнением основных характеристик ее электромагнитного поля с моделью, рассчитанной методом конечных элементов с помощью программного комплекса Elcut 5.6, в котором была учтена кривая намагниченности ферромагнитных элементов. В результате были получены следующие результаты:

- максимальное относительное отклонение индукции посередине рабочего зазора B составляет 0,45 %, а среднее – $0,05 \pm 0,01$ %;
- максимальное относительное отклонение момента, действующего на обмотку с током в пределах полюса, не превышает 0,35 %.

На рис. 3 показаны соответствующие сравнительные графики индукции в зазоре электрической машины, а также момента, действующего на ротор в пределах одного полюсного деления в зависимости от плотности тока в обмотках.

Поскольку момент, действующий на обмотки с током, зависит от размеров подобластей полюса электрической машины, а основными источниками магнитного поля являются постоянные магниты и обмотки с током, то целесообразно исследовать зависимость оптимизирующих целевых функций от высоты магнитов H_m и обмоток H_c .

Для оптимизации параметров математической модели электрической машины использовались следующие целевые функции:

- отношение момента, действующего на обмотку в пределах одного полюсного деления, к массе материалов полюсного деления (постоянный магнит, медный провод, ферромагнитные замыкатели) без учета лобовых частей и технологических вставок между обмотками:

$$k_m(H_m, H_c) = \frac{M_F(H_m, H_c)}{M(H_m, H_c)}; \quad (20)$$

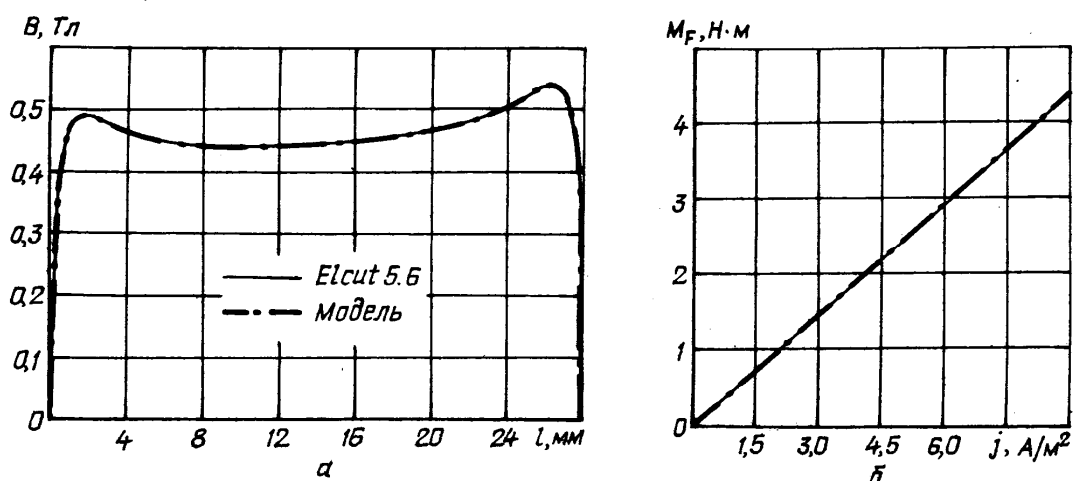


Рис. 3

– отношение момента, действующего на обмотку в пределах одного полюсного деления, к стоимости материалов полюсного деления без учета лобовых частей и технологических вставок между обмотками:

$$k_e(H_m, H_c) = \frac{M_F(H_m, H_c)}{C(H_m, H_c)}. \quad (21)$$

Так как функции k_m и k_e являются непрерывными по своим параметрам, то можно найти их оптимальные значения на ограниченной области одним из численных методов с наперед заданной точностью:

$$k_m^{opt} = \max\{k_m | (H_m, H_c) \in \Omega\} = k_m(H_m^{opt}, H_c^{opt}) = 0,638597 \pm 0,000116 \frac{\text{Нм}}{\text{кг}},$$

$$H_m^{opt} = 13,6 \pm 0,1 \text{ мм},$$

$$H_c^{opt} = 6,3 \pm 0,1 \text{ мм},$$

$$k_e^{opt} = \max\{k_e | (H_m, H_c) \in \Omega\} = k_e(H_m^{opt}, H_c^{opt}) = 0,0025548 \pm 0,0000019 \frac{\text{Нм}}{\text{грн}},$$

$$H_m^{opt} = 3,8 \pm 0,1 \text{ мм},$$

$$H_c^{opt} = 4,2 \pm 0,1 \text{ мм},$$

где $\Omega = [1 \text{ мм}; 20 \text{ мм}] \times [1 \text{ мм}; 20 \text{ мм}]$.

Иллюстрации зависимостей параметров k_m и k_e от размеров обмоток H_m и постоянных магнитов H_c представлены на рис. 4 и 5.

На рис. 4 а приведена зависимость целевой функции k_m от толщины постоянного магнита H_m для нескольких значений толщины обмотки с током H_c , а на рис 4 б – зависимость k_m от толщины обмотки с током H_c для нескольких значений толщины постоянного магнита H_m . Из рис. 4 видно, что если оптимизировать размеры магнитной системы электрической машины дискового типа по массе, то оптимальная высота постоянных магнитов равна $H_c^{opt} = 13,6 \pm 0,1$ мм, а оптимальная высота обмоток с током (токового слоя) соответственно равна $H_m^{opt} = 6,3 \pm 0,1$ мм.

На рис. 5 а представлена зависимость целевой функции k_e от толщины постоянного магнита H_m для нескольких значений толщины обмотки с током H_c , а на рис. 5 б – зависимость k_e от толщины обмотки с током H_c для нескольких значений толщины постоянного магнита H_m . Таким образом, если оптимизировать размеры магнитной системы электрической машины дискового типа по стоимости основных материалов, то оптимальная высота постоянных магнитов равна $H_m^{opt} = 3,8 \pm 0,1$ мм, а оптимальная высота обмоток с током (токового слоя) соответственно равна $H_c^{opt} = 4,2 \pm 0,1$ мм.

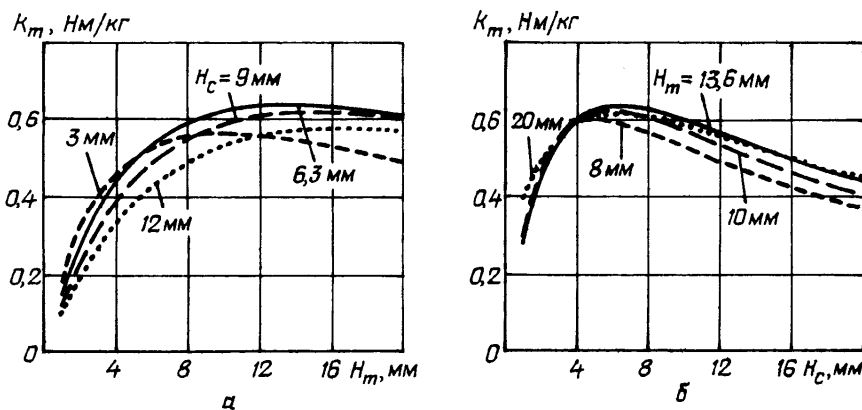


Рис. 4

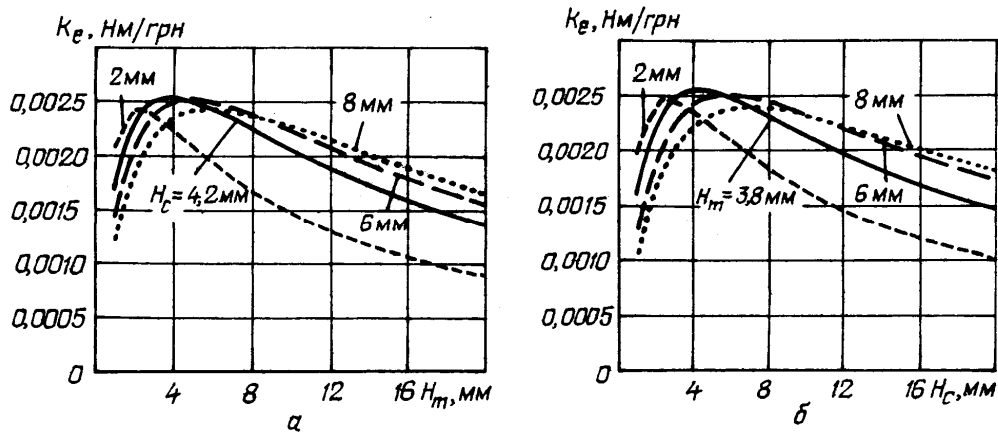


Рис. 5

Анализируя полученные результаты, следует заметить, что при оптимизации по стоимости размер постоянных магнитов меньше по сравнению с результатами оптимизации по массе. Это связано с тем, что отношение удельной стоимости редкоземельных материалов, из которых изготовлены постоянные магниты, к удельной стоимости всей магнитной системы значительно выше отношения удельного веса редкоземельных материалов к удельному весу магнитной системы.

Из изложенного следуют выводы:

1. Разработана аналитическая методика расчета двухмерных магнитных полей, электромагнитных сил и моментов для электродвигателей с постоянными магнитами дискового типа. На ее основе разработана компьютерная программа, позволяющая отображать картины магнитного поля, строить графики электромагнитной индукции и ее составляющих вдоль заданной линии, рассчитывать значения усилия и момента, действующих на ротор электродвигателя.

2. Сравнение результатов расчета основных характеристик электромагнитного поля и момента, действующего на ротор, полученных на основе предлагаемой аналитической методики и полученными с помощью метода конечных элементов в программном комплексе Elcut 5.6, показало, что для исследуемой модели электродвигателя расхождение составляет не более 0,5 %.

3. На основе предлагаемой методики и разработанной компьютерной программы можно рассчитывать двухмерные магнитные поля силы и моменты при вариации основных параметров дискового электродвигателя, приведенных в таблице, а также выполнять оптимизационные расчеты по двум критериям: минимум массы и минимум стоимости материалов, варьируя размерами обмоток с током и ПМ.

1. *Афонин А.А.* Способ повышения магнитной индукции в зазоре электромеханических преобразователей энергии с постоянными магнитами // Доп. НАН України. – 2007. – № 6. – С. 76–80.
2. *Афонин А.А., Гребеников В.В.* Инновационные технологии электрических машин с постоянными магнитами и двухсторонним возбуждением магнитного поля // Доп. НАН України. – 2008. – № 6. – С. 87–93.
3. *Ледовский А.Н.* Электрические машины с высококоэрцитивными постоянными магнитами. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 168 с.
4. *Инкин А.И., Бланк А.В.* Аналитический расчет поля возбуждения синхронной машины с постоянными магнитами на роторе // Электричество. – 2004. – № 8. – С. 44–46.
5. *Инкин А.И., Бланк А.В.* Математическое описание магнитного поля в дискретно-однородной цилиндрической подобласти на базе кусочно-непрерывных собственных функций // Научный вестник НГТУ. – 2002 – № 2 (13). – С. 155–161.

УДК 621.313.17

В.В. Гребеников¹, канд. техн. наук, **Р.В. Гамалея**², канд. фіз.-мат. наук, **Р.Р. Гамалея**³, аспірант

1 – Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна

2, 3 – ТОВ НПФ «Інпроект»,

вул. Антоновича, 172, оф. 1215, Київ, Україна

Аналітичне моделювання магнітних полів електродвигунів з постійними магнітами дискового типу

Розглянуто аналітичну методику розрахунку двовимірних магнітних полів електродвигунів з постійними магнітами дискового типу. Показано, що на основі запропонованої аналітичної методики можна здійснювати оптимізаційні розрахунки електродвигунів з постійними магнітами. Бібл. 5, рис. 5, таблиця.

Ключові слова: електродвигун дискового типу, постійні магніти, аналітичне моделювання, магнітні поля, оптимізаційні розрахунки.

V.V. Grebenikov¹, R.V. Hamaliia², R.R. Hamaliia³

1 – Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Peremogy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

2, 3 – Society of limited responsibility NPF “Inproect”

Analytical modeling of magnetic fields in disc-type motors with permanent magnets

This article examines the analytic method of calculating the two-dimensional magnetic fields of disc-type motors with permanent magnets. It is shown that the optimization calculations of electric motors with permanent magnets can be carried out on the basis of the proposed analytical method. References 5, figures 5, table.

Keywords: disk-type motor, permanent magnets, analytical modeling, magnetic fields, optimization calculations.

Надійшла 27.07.2011

Received 27.07.2011