

РОЗШИРЕНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ПРИ ОРІЄНТУВАННІ КООРДИНАТ ЗА ГОЛОВНИМ ПОТОКОЗЧЕПЛЕННЯМ

Отримано дві математичні моделі асинхронного двигуна із врахуванням магнітних втрат потужності в залізі статора та ротора при орієнтуванні обертових координат за вектором головного потокозчеплення.

Вступ. Математичний опис ідеалізованого асинхронного двигуна (АД), який широко використовується в задачах аналізу та синтезу систем керування асинхронним приводом [1, 3], не враховує магнітних втрат в осерді статора та ротора, що називаються втратами у залізі (сталі) двигуна. Проте останнім часом спостерігається зростання уваги фахівців до вивчення впливу втрат у залізі на процеси керування АД [4, 5]. Тому актуальною є побудова розширених завдяки врахуванню втрат у залізі математичних моделей АД. У статті [2] отримано розширену модель двигуна для орієнтування рухомих координат за вектором головного потокозчеплення (потокозчеплення у повітряному проміжку). У запропонованій статті зроблено продовження проведених у роботі [2] досліджень. Це дозволило отримати моделі із врахуванням втрат у залізі для двох векторів стану АД.

Метою праці є отримання математичного опису АД із врахуванням втрат потужності у залізі в зорієнтованих за головним потокозчепленням координатах для двох векторів змінних стану двигуна.

Отримання моделей АД. Симетричний АД з короткозамкненим або фазним ротором, статор якого живиться від джерела синусоїдальної напруги, у системі ортогональних рухомих координат (d, q) при врахуванні втрат у залізі може бути описаний сукупністю диференціальних та алгебричних рівнянь [2, 4]:

$$U_{sd} = R_s I_{sd} + d\Psi_{sd}/dt - \omega_0 \Psi_{sq}; \quad U_{sq} = R_s I_{sq} + d\Psi_{sq}/dt + \omega_0 \Psi_{sd}; \quad (1)$$

$$0 = R_r I_{rd} + d\Psi_{rd}/dt - (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rq}; \quad 0 = R_r I_{rq} + d\Psi_{rq}/dt + (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rd}; \quad (2)$$

$$R_z I_{zd} = d\Psi_{md}/dt - \omega_0 \Psi_{mq}; \quad R_z I_{zq} = d\Psi_{mq}/dt + \omega_0 \Psi_{md}; \quad (3)$$

$$I_{md} + I_{zd} = I_{sd} + I_{rd}; \quad I_{mq} + I_{zq} = I_{sq} + I_{rq}; \quad (4)$$

$$\Psi_{sd} = L_{s\sigma} I_{sd} + L_m I_{md}; \quad \Psi_{sq} = L_{s\sigma} I_{sq} + L_m I_{mq}; \quad (5)$$

$$\Psi_{rd} = L_{r\sigma} I_{rd} + L_m I_{md}; \quad \Psi_{rq} = L_{r\sigma} I_{rq} + L_m I_{mq}; \quad (6)$$

$$\Psi_{md} = L_m I_{md}; \quad \Psi_{mq} = L_m I_{mq}; \quad (7)$$

$$M_E = (3/2) z_p (L_m/L_r) [\Psi_{rd} (I_{sq} - I_{zq}) - \Psi_{rq} (I_{sd} - I_{zd})]; \quad (8)$$

$$M_E - M_H = J d\omega/dt, \quad (9)$$

де змінними є компоненти узагальнених векторів напруги статора $\bar{U}_s = [U_{sd}, U_{sq}]^T$, струму статора $\bar{I}_s = [I_{sd}, I_{sq}]^T$, струму ротора $\bar{I}_r = [I_{rd}, I_{rq}]^T$, струму намагнічування $\bar{I}_m = [I_{md}, I_{mq}]^T$, струму у колі втрат у залізі $\bar{I}_z = [I_{zd}, I_{zq}]^T$; потокозчеплення статора $\bar{\Psi}_s = [\Psi_{sd}, \Psi_{sq}]^T$, потокозчеплення ротора $\bar{\Psi}_r = [\Psi_{rd}, \Psi_{rq}]^T$ та головного потокозчеплення $\bar{\Psi}_m = [\Psi_{md}, \Psi_{mq}]^T$; ω_0 – кутова швидкість обертання координат (d, q) ; M_E – електромагнітний момент двигуна; M_H – момент навантаження; J – сумарний момент інерції АД; z_p

– кількість пар полюсів двигуна; ω – кутова швидкість обертання ротора; R_s, R_r – відповідно активні опори фаз статора та ротора, зведеного до статора; R_z – еквівалентний активний опір, що відображає магнітні втрати потужності у залізі двигуна; L_m – взаємна індуктивність між статором та ротором; $L_s = L_m + L_{s\sigma}, L_r = L_m + L_{r\sigma}$ – повні індуктивності фаз, а $L_{s\sigma}, L_{r\sigma}$ – індуктивності від полів розсіювання статора та ротора відповідно. Опір R_z в (3) є змінною величиною. При врахуванні магнітних втрат лише у статорі АД, які домінують у сумарних магнітних втратах, цей опір може бути представлено функціональною залежністю від частоти живлення двигуна [4].

Сформуємо вектор змінних стану \mathbf{x} динамічної системи як $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1 = [I_{sd}, I_{sq}, I_{zd}, I_{zq}, \Psi_{md}, \Psi_{mq}, \omega]^T$. Здійснивши відповідні математичні перетворення, з (1)...(9) для $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1$ отримаємо модель АД у вигляді записаної за формою Коші системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [-R_s I_{sd} - R_z I_{zd} + U_{sd}] + \omega_0 I_{sq}; \\ dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [-R_s I_{sq} - R_z I_{zq} + U_{sq}] - \omega_0 I_{sd}; \\ dI_{zd}/dt &= -(T_{r\sigma}^{-1} + K_L R_z) I_{zd} + (T_{r\sigma}^{-1} - T_{s\sigma}^{-1}) I_{sd} - L_m^{-1} T_{r\sigma}^{-1} \Psi_{md} - z_p \omega (I_{zq} - I_{sq} + K_r^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{mq}) + \omega_0 I_{zq} + L_{s\sigma}^{-1} U_{sd}; \\ dI_{zq}/dt &= -(T_{r\sigma}^{-1} + K_L R_z) I_{zq} + (T_{r\sigma}^{-1} - T_{s\sigma}^{-1}) I_{sq} - L_m^{-1} T_{r\sigma}^{-1} \Psi_{mq} + z_p \omega (I_{zd} - I_{sd} + K_r^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{md}) - \omega_0 I_{zd} + L_{s\sigma}^{-1} U_{sq}; \quad (10) \\ d\Psi_{md}/dt &= R_z I_{zd} + \omega_0 \Psi_{mq}; \\ d\Psi_{mq}/dt &= R_z I_{zq} - \omega_0 \Psi_{md}; \\ d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H), \end{aligned}$$

де електромагнітний момент двигуна визначається за виразом $M_E = (3/2) z_p [(I_{zd} - I_{sd}) \Psi_{mq} - (I_{zq} - I_{sq}) \Psi_{md}]$, а сталі часу та коефіцієнти дорівнюють $T_{s\sigma} = L_{s\sigma}/R_s; T_{r\sigma} = L_{r\sigma}/R_r; K_r = L_m/L_r; K_L = 1/L_m + 1/L_{s\sigma} + 1/L_{r\sigma}$. Модель (10) описує процеси в АД у системі координат (d, q) з довільною швидкістю обертання ω_0 .

Орієнтування рухомих координат (d, q) за вектором головного потокозчеплення, коли вісь d цих координат суміщається з $\bar{\Psi}_m$, математично виражається у вигляді умов

$$\Psi_{mq} = 0; \quad d\Psi_{mq}/dt = 0; \quad \Psi_{md} = |\bar{\Psi}_m|. \quad (11)$$

Для умов (11) із (10) отримаємо опис АД у зорієнтованих за $\bar{\Psi}_m$ координатах (d, q) як систему диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [-R_s I_{sd} - R_z I_{zd} + U_{sd}] + \omega_0 I_{sq}; \\ dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [-R_s I_{sq} - R_z I_{zq} + U_{sq}] - \omega_0 I_{sd}; \\ dI_{zd}/dt &= -(T_{r\sigma}^{-1} + K_L R_z) I_{zd} + (T_{r\sigma}^{-1} - T_{s\sigma}^{-1}) I_{sd} - L_m^{-1} T_{r\sigma}^{-1} \Psi_{md} - z_p \omega (I_{zq} - I_{sq}) + \omega_0 I_{zq} + L_{s\sigma}^{-1} U_{sd}; \quad (12) \\ dI_{zq}/dt &= -(T_{r\sigma}^{-1} + K_L R_z) I_{zq} + (T_{r\sigma}^{-1} - T_{s\sigma}^{-1}) I_{sq} + z_p \omega (I_{zd} - I_{sd} + K_r^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{md}) - \omega_0 I_{zd} + L_{s\sigma}^{-1} U_{sq}; \\ d\Psi_{md}/dt &= R_z I_{zd}; \\ d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H), \end{aligned}$$

де $M_E = (3/2) z_p (I_{sq} - I_{zq}) \Psi_{md}$, а із 6-го рівняння системи (10) отримаємо вираз для швидкості обертання вектора $\bar{\Psi}_m$ у вигляді

$$\omega_0 = R_z I_{zq} / \Psi_{md}. \quad (13)$$

Система диференціальних рівнянь (12) та вираз (13) є моделлю АД у зорієнтованих за $\bar{\Psi}_m$ координатах при врахуванні втрат у залізі двигуна для вектора стану \mathbf{x}_1 . Згідно з (12) та

(13) була побудована структурна схема АД, зображена на рисунку. Слід зазначити, що на цій схемі $p \equiv d/dt$ – оператор диференціювання, а переривчастою лінією зображені ланки із залежними від опору R_z параметрами.

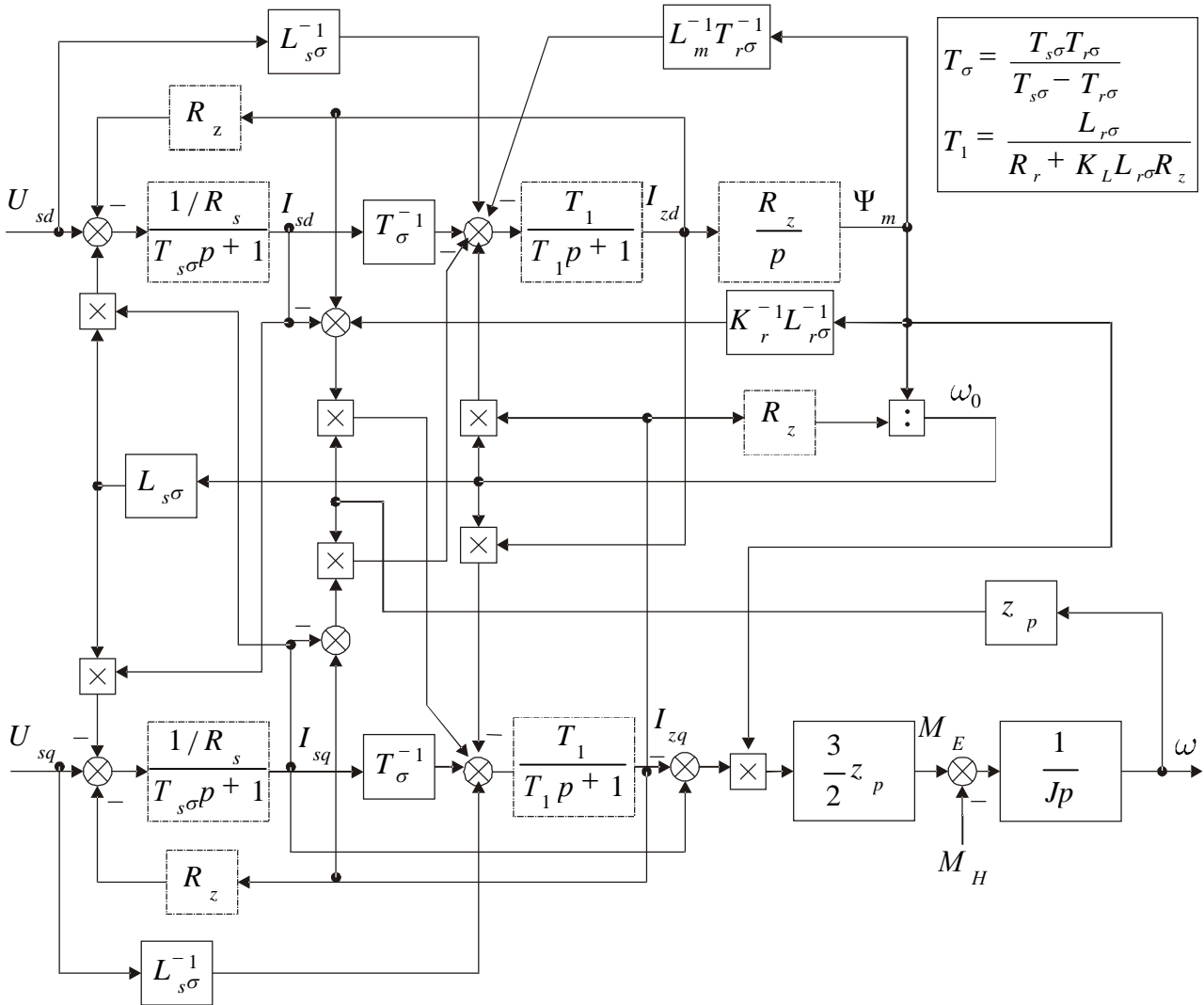


Рис. 1

Виберемо вектор змінних стану двигуна як $\mathbf{x} = \mathbf{x}_2 = [I_{sd}, I_{sq}, I_{rd}, I_{rq}, \Psi_{md}, \Psi_{mq}, \omega]^T$. Здійснивши відповідні математичні перетворення, з (1)...(9) для вектора стану \mathbf{x}_2 отримаємо модель АД у вигляді системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
 dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} \left[-(R_s + R_z) I_{sd} - R_z I_{rd} + R_z L_m^{-1} \Psi_{md} + U_{sd} \right] + \omega_0 I_{sq}; \\
 dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} \left[-(R_s + R_z) I_{sq} - R_z I_{rq} + R_z L_m^{-1} \Psi_{mq} + U_{sq} \right] - \omega_0 I_{sd}; \\
 dI_{rd}/dt &= L_{r\sigma}^{-1} \left[-R_z I_{sd} - (R_r + R_z) I_{rd} + R_z L_m^{-1} \Psi_{md} - z_p \omega \Psi_{mq} \right] + (\omega_0 - z_p \omega) I_{rq}; \\
 dI_{rq}/dt &= L_{r\sigma}^{-1} \left[-R_z I_{sq} - (R_r + R_z) I_{rq} + R_z L_m^{-1} \Psi_{mq} + z_p \omega \Psi_{md} \right] - (\omega_0 - z_p \omega) I_{rd}; \\
 d\Psi_{md}/dt &= R_z (I_{sd} + I_{rd} - L_m^{-1} \Psi_{md}) + \omega_0 \Psi_{mq}; \\
 d\Psi_{mq}/dt &= R_z (I_{sq} + I_{rq} - L_m^{-1} \Psi_{mq}) - \omega_0 \Psi_{md}; \\
 d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H),
 \end{aligned} \tag{14}$$

де електромагнітний момент визначається за виразом $M_E = (3/2)z_p [I_{rd}\Psi_{mq} - I_{rq}\Psi_{md}]$. Модель (14) описує процеси в АД у системі координат (d, q) з довільною швидкістю обертання ω_0 . Приймаючи $\omega_0 = 0$, матимемо опис двигуна у нерухомих відносно статора координатах.

Застосовуючи умови (11) до (14), отримаємо опис АД у зорієнтованих за $\bar{\Psi}_m$ координатах (d, q) як систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [-(R_s + R_z)I_{sd} - R_z I_{rd} + R_z L_m^{-1} \Psi_{md} + U_{sd}] + \omega_0 I_{sq}; \\ dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [-(R_s + R_z)I_{sq} - R_z I_{rq} + U_{sq}] - \omega_0 I_{sd}; \\ dI_{rd}/dt &= L_{r\sigma}^{-1} [-R_z I_{sd} - (R_r + R_z)I_{rd} + R_z L_m^{-1} \Psi_{md}] + (\omega_0 - z_p \omega) I_{rq}; \\ dI_{rq}/dt &= L_{r\sigma}^{-1} [-R_z I_{sq} - (R_r + R_z)I_{rq} + z_p \omega \Psi_{md}] - (\omega_0 - z_p \omega) I_{rd}; \\ d\Psi_{md}/dt &= R_z (I_{sd} + I_{rd} - L_m^{-1} \Psi_{md}); \\ d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H), \end{aligned} \quad (15)$$

де $M_E = -(3/2)z_p I_{rq} \Psi_{md}$. При цьому із 6-го рівняння системи (14) отримаємо вираз для швидкості обертання вектора $\bar{\Psi}_m$ у вигляді

$$\omega_0 = R_z (I_{sq} + I_{rq}) / \Psi_{md}. \quad (16)$$

Система диференціальних рівнянь (15) та вираз (16) є моделлю АД у зорієнтованих за $\bar{\Psi}_m$ координатах при врахуванні втрат у залізі двигуна для вектора стану $\mathbf{x} = \mathbf{x}_2$. Варто зазначити, що отримане для цього вектора стану математичне описання раціонально застосовувати в задачах керування АД з фазним ротором, оскільки у цьому разі уможлиблюється вимірювання струмів фаз як статора, так і ротора двигуна.

Підсумки. Для двох векторів стану АД завдяки врахуванню втрат потужності у залізі отримано розширені математичні моделі двигуна як в координатах з довільною швидкістю обертання, так і в зорієнтованих за вектором головного потокозчеплення обертових координатах. Отримані моделі можуть бути корисними при розв'язуванні задач аналізу та синтезу сучасних систем автоматичного керування асинхронними електроприводами з високими показниками якості.

Получены две математические модели асинхронного двигателя с учетом магнитных потерь мощности в железе статора и ротора при ориентации вращающихся координат по вектору главного потокозчепления.

Two mathematical models of induction motor in consideration of magnetic power losses in the iron of stator and rotor for the main flux vector oriented rotation frame is derived.

1. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 391 с.
2. Приймак Б.І., Благодір В.О. Модель асинхронного двигуна в зорієнтованих за головним потокозчепленням координатах при врахуванні втрат у залізі // ЕЛЕКТРОІНФОРМ. Темат. вип. “Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика”. – Львів: ЕКОінформ, 2009. – С. 99–100.
3. Рудаков В.М., Столяров И.М., Дартау В.А. Асинхронные электроприводы с векторным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, Лен. отд., 1987. – 136 с.
4. Levi E. Impact of Iron Losses on Behaviour of Vector Controlled Induction Machines // IEEE Trans. Ind. Applicat. – 1995. – Vol. 31, No. 6. – P. 1287–1296.
5. Zheng P., Wang M. Impact of iron loss on speed estimation accuracy in reactive power MRAC based sensorless rotor flux oriented induction machines // Proc. of the 5th Intern. Conf. on Elec. Machines and Systems ICEMS'01. – 2001. – Vol. 1. – P. 94–97.

Надійшла 16.08.2010