

ОСОБЕННОСТИ АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В РАЗРЯДНОЙ ЦЕПИ КОНДЕНСАТОРА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЕЕ КОНФИГУРАЦИИ

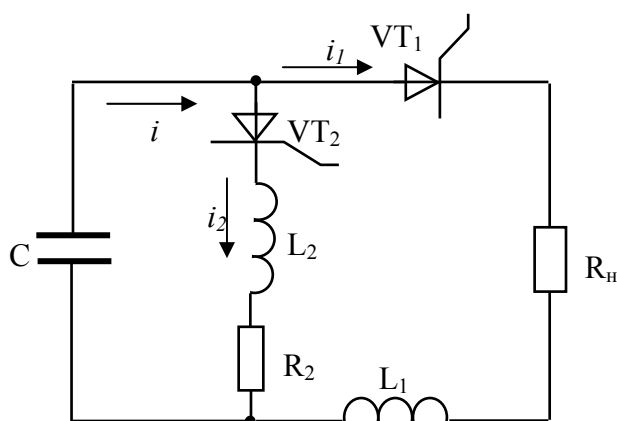
Досліджено особливості аналізу перехідних процесів у розрядному колі електроімпульсної установки при зміні конфігурації цього кола в результаті шунтування конденсатора активно-індуктивним ланцюжком. Отримано аналітичні рівняння для визначення струмів у колі навантаження та шунтуючого ланцюжка, що дає змогу досліджувати перехідні процеси у цих колах при різних параметрах використовуваних елементів.

В электроимпульсных установках, использующих тиристорные формирователи разрядных импульсов (ФРИ) (разрядная цепь которых показана на рисунке), энергетически наиболее эффективным является применение колебательных разрядов конденсатора на нагрузку, позволяющих осуществлять естественное запираание разрядного тиристора VT_1 (рисунок) и реализовывать высокую частоту зарядно-разрядных циклов [1, 4, 5].

Известны нагрузки (в частности, токопроводящий слой металлических гранул), электрическое сопротивление которых после достижения током своего максимума может возрастать во много раз, вызывая многократное увеличение длительности разрядных токов [1, 4–6]. Поскольку с увеличением активного сопротивления нагрузки добротность контура уменьшается, то колебательный режим разряда может преобразоваться в длительный апериодический, при котором невозможно реализовать высокую частоту зарядно-разрядных циклов и соответственно большую производительность электроимпульсных установок.

Для уменьшения длительности разрядных импульсов возможно подключение в некоторый момент времени t_1 дополнительной шунтирующей цепочки $VT_2-L_2-R_2$, как показано на рисунке. Параметры такой цепочки выбираются такими, чтобы после ее включения процесс разряда снова становился колебательным и происходило естественное запираание тиристора VT_1 . Такое шунтирование, например, может поддерживать работоспособность установки при большом удалении нагрузки от ФРИ.

В работе исследованы особенности анализа переходных процессов разряда конденсатора емкостью C , заряженного до напряжения U_0 , на технологическую нагрузку сопротивлением R_n до и после подключения дополнительной цепочки R_2L_2 (рисунок).



После включения разрядного тиристора VT_1 конденсатор начинает разряжаться на нагрузку R_n через индуктивность разрядного контура L_1 , составляющую обычно 1-5 мкГн. Принималось, что величина сопротивления R_n кроме собственно сопротивления электроискровой нагрузки учитывала и активное сопротивление проводов контура. Также полагалось, что до момента времени t_1 тиристор VT_2 был заперт, а процесс разряда был апериодическим.

Выражения для напряжения $u_C(t)$ на конденсаторе и тока $i(t)$ в разрядной

цепи имеют вид [3]

$$u_C(t) = \frac{U_0(p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t})}{(p_1 - p_2)}, \quad (1)$$

$$i(t) = \frac{U_0(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})}{L_1(p_1 - p_2)}, \quad (2)$$

где U_0 – начальное напряжение на конденсаторе, а p_1 и p_2 – корни характеристического уравнения, составленного для этого контура

$$p_1 = -\frac{R_H}{2L_1} + \sqrt{\frac{R_H^2}{4L_1^2} - \frac{1}{L_1 C}}, \quad p_2 = -\frac{R_H}{2L_1} - \sqrt{\frac{R_H^2}{4L_1^2} - \frac{1}{L_1 C}}.$$

В некоторый момент времени $t = t_1$, когда ток в контуре будет равен некоторому значению $i(t_1) = I_1$, а напряжение на конденсаторе – некоторому значению $u_C(t_1) = U_1$, тиристор VT_2 открывается и в контур подключается дополнительная цепочка L_2, R_2 , то есть схема меняет свою конфигурацию.

Согласно второму закону Кирхгофа для этой схемы справедлива следующая система уравнений:

$$\begin{cases} u_C + u_{L_2} + u_{R_2} = 0; \\ u_C + u_{L_1} + u_{R_H} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Поскольку $u_{L_1} = L_1 \frac{di_1}{dt}$, $u_{L_2} = L_2 \frac{di_2}{dt}$, $u_{R_H} = R_H i_1$, $u_{R_2} = R_2 i_2$, то систему уравнений (3) можно записать как

$$\begin{cases} u_C + L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = 0; \\ u_C + L_1 \frac{di_1}{dt} + R_H i_1 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Так как согласно первому закону Кирхгофа $i = i_1 + i_2$, а ток i , протекающий через конденсатор, равен $i = C \frac{du_C}{dt}$, то справедливо выражение

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{i_1}{C} + \frac{i_2}{C}. \quad (5)$$

В результате дифференцирования системы (4) с последующей подстановкой выражения (5) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} i_1 = -CL_2 \frac{d^2 i_2}{dt^2} - CR_2 \frac{di_2}{dt} - i_2; \\ i_2 = -CL_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} - CR_H \frac{di_1}{dt} - i_1. \end{cases} \quad (6)$$

Продифференцировав второе уравнение системы (6) сначала один, а потом и второй раз, запишем

$$\frac{di_2}{dt} = -CL_1 \frac{d^3 i_1}{dt^3} - CR_H \frac{d^2 i_1}{dt^2} - \frac{di_1}{dt}; \quad (7)$$

$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} = -CL_1 \frac{d^4 i_1}{dt^4} - CR_H \frac{d^3 i_1}{dt^3} - \frac{d^2 i_1}{dt^2}. \quad (8)$$

Подставив (7), (8) и второе уравнение системы (6) в первое уравнение этой системы и выполнив преобразования, получим

$$CL_1 L_2 \frac{d^4 i_1}{dt^4} + C(L_1 R_2 + L_2 R_H) \frac{d^3 i_1}{dt^3} + (L_1 + L_2 + CR_H R_2) \frac{d^2 i_1}{dt^2} + (R_H + R_2) \frac{di_1}{dt} = 0.$$

Проинтегрировав это выражение, запишем

$$CL_1L_2 \frac{d^3 i_1}{dt^3} + C(L_1R_2 + L_2R_H) \frac{d^2 i_1}{dt^2} + (L_1 + L_2 + CR_H R_2) \frac{di_1}{dt} + (R_H + R_2)i_1 + A = 0, \quad (9)$$

где A – постоянная интегрирования, которая определяется из конечных условий. Так как при $t = \infty$, конденсатор разрядится до нуля и все токи в цепи (равно как и их производные) будут равны 0, то $A=0$, и уравнение (9) примет вид

$$CL_1L_2 \frac{d^3 i_1}{dt^3} + C(L_1R_2 + L_2R_H) \frac{d^2 i_1}{dt^2} + (L_1 + L_2 + CR_H R_2) \frac{di_1}{dt} + (R_H + R_2)i_1 = 0. \quad (10)$$

После преобразований получим

$$\frac{d^3 i_1}{dt^3} + N \frac{d^2 i_1}{dt^2} + Q \frac{di_1}{dt} + S i_1 = 0, \quad (11)$$

где

$$N = \frac{R_2}{L_2} + \frac{R_H}{L_1}; \quad Q = \frac{1}{CL_2} + \frac{1}{CL_1} + \frac{R_H R_2}{L_1 L_2}; \quad S = \frac{R_H + R_2}{CL_1 L_2}.$$

(12)

Решением однородного дифференциального уравнения третьего порядка (11) будет выражение вида

$$i_1 = A_0 + A_1 e^{q_1(t-t_1)} + A_2 e^{q_2(t-t_1)} + A_3 e^{q_3(t-t_1)}, \quad (13)$$

где A_0, A_1, A_2, A_3 – постоянные интегрирования, а q_1, q_2, q_3 – корни характеристического уравнения для дифференциального уравнения (11), которое имеет вид

$$q^3 + Nq^2 + Qq + S = 0. \quad (14)$$

Коэффициенты A_0, A_1, A_2, A_3 находят из начальных и конечных условий.

Так, при $t = \infty$ конденсатор разрядится до нуля, и все токи в цепи (в том числе и i_1) будут равны 0. Подставляя в (14) $t = \infty$ и $i_1(t = \infty) = 0$, получаем

$$A_0 = 0. \quad (15)$$

В начальный момент времени при $t = t_1$, согласно законам коммутации, ток $i_1(t_1) = I_1$ (поскольку ток на индуктивности не может измениться скачком). Следовательно, из (13) имеем

$$I_1 = A_1 + A_2 + A_3. \quad (16)$$

Согласно второму закону Кирхгофа $u_C = L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2$. По первому закону Кирхгофа $i = i_1 + i_2$, откуда $i_2 = i - i_1$. Следовательно,

$$u_C = L_2 \frac{d(i - i_1)}{dt} + R_2 i_2 = L_2 \frac{di}{dt} - L_2 \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2. \quad (17)$$

Для тока i через конденсатор справедливо $i = C \frac{du_C}{dt}$, а следовательно, $\frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$.

Учитывая, что по второму закону Кирхгофа $u_C = L_1 \frac{di_1}{dt} + R_H i_1$, справедливо выражение

$$\frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2} = C \left(L_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + R_H \frac{di_1}{dt} \right). \text{ Подставляя его в (17), получаем}$$

$$u_C = L_2 \frac{d \left(CL_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + CR_H \frac{di_1}{dt} \right)}{dt} - L_2 \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 = L_2 CL_1 \frac{d^3 i_1}{dt^3} + L_2 CR_H \frac{d^2 i_1}{dt^2} - L_2 \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2. \quad (18)$$

При $t = t_1$ по законам коммутации напряжение на конденсаторе $u_C(t_1) = U_1$, а ток $i_2(t_1) = 0$. Подставив эти значения и (13) в (18), запишем

$$U_1 = L_2 CL_1 \frac{d^3 i_1}{dt^3} + L_2 CR_H \frac{d^2 i_1}{dt^2} - L_2 \frac{di_1}{dt} = L_2 CL_1 (A_1 q_1^3 + A_2 q_2^3 + A_3 q_3^3) + L_2 CR_H (A_1 q_1^2 + A_2 q_2^2 + A_3 q_3^2) - L_2 (A_1 q_1 + A_2 q_2 + A_3 q_3). \quad (19)$$

При $t = t_1$ напряжение на конденсаторе $u_C(t_1) = U_1$. Согласно второму закону Кирхгофа $u_C = L_1 \frac{di_1}{dt} + R_H i_1$. Тогда справедливо выражение $U_1 = L_1 \frac{di_1(t_1)}{dt} + R_H i_1(t_1)$, подставляя в которое (13) получаем

$$U_1 = L_1 (A_1 q_1 + A_2 q_2 + A_3 q_3) + R_H I_1. \quad (20)$$

Таким образом, имеем систему трех уравнений (16), (19), (20) с тремя неизвестными, из которой и получаем выражения для A_1, A_2, A_3 :

$$\begin{cases} A_1 + A_2 + A_3 = I_1; \\ L_2 CL_1 (A_1 q_1^3 + A_2 q_2^3 + A_3 q_3^3) + L_2 CR_H (A_1 q_1^2 + A_2 q_2^2 + A_3 q_3^2) - L_2 (A_1 q_1 + A_2 q_2 + A_3 q_3) = U_1; \\ L_1 (A_1 q_1 + A_2 q_2 + A_3 q_3) + R_H I_1 = U_1. \end{cases} \quad (21)$$

Решение этой системы дает следующие выражения для A_1, A_2, A_3 :

$$A_1 = I_1 - \left[\frac{U_1 - I_1 (L_1 q_1 + R_H)}{q_2 - L_1 q_1} - \left(\frac{U_1 - L_2 CL_1 \cdot \alpha - L_2 CR_H \cdot \beta + L_2 \cdot \gamma}{L_2 CL_1 \cdot \chi + L_2 CR_H \cdot \delta - L_2 \cdot \varepsilon} \right) \times \left(\frac{q_3 - L_1 q_1}{q_2 - L_1 q_1} \right) \right] - \left(\frac{U_1 - L_2 CL_1 \cdot \alpha - L_2 CR_H \cdot \beta + L_2 \cdot \gamma}{L_2 CL_1 \cdot \chi + L_2 CR_H \cdot \delta - L_2 \cdot \varepsilon} \right); \quad (22)$$

$$A_2 = \frac{U_1 - I_1 (L_1 q_1 + R_H)}{q_2 - L_1 q_1} - \left(\frac{U_1 - L_2 CL_1 \cdot \alpha - L_2 CR_H \cdot \beta + L_2 \cdot \gamma}{L_2 CL_1 \cdot \chi + L_2 CR_H \cdot \delta - L_2 \cdot \varepsilon} \right) \times \left(\frac{q_3 - L_1 q_1}{q_2 - L_1 q_1} \right); \quad (23)$$

$$A_3 = \frac{U_1 - L_2 CL_1 \cdot \alpha - L_2 CR_H \cdot \beta + L_2 \cdot \gamma}{L_2 CL_1 \cdot \chi + L_2 CR_H \cdot \delta - L_2 \cdot \varepsilon}, \quad (24)$$

где коэффициенты $\alpha, \beta, \gamma, \chi, \delta, \varepsilon$ определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \alpha &= q_1^3 (I_1 - k) + q_2^3 k; & \beta &= q_1^2 (I_1 - k) + q_2^2 k; & \gamma &= q_1 (I_1 - k) + q_2 k; \\ \chi &= q_1^3 (m - 1) - q_2^3 m + q_3^3; & \delta &= q_1^2 (m - 1) - q_2^2 m + q_3^2; \\ \varepsilon &= q_1 (m - 1) - q_2 m + q_3, \end{aligned} \quad (25)$$

в которых

$$k = \frac{U_1 - I_1 (L_1 q_1 + R_H)}{q_2 - L_1 q_1}; \quad m = \frac{q_3 - L_1 q_1}{q_2 - L_1 q_1}. \quad (26)$$

Решив кубическое характеристическое уравнение (14), получим выражения для его корней q_1, q_2, q_3 :

$$q_1 = x_1 - \frac{N}{3}; \quad q_2 = x_2 - \frac{N}{3}; \quad q_3 = x_3 - \frac{N}{3}, \quad (27)$$

где x_1 определяется выражением

$$x_1 = \sqrt[3]{t_1} + \sqrt[3]{t_2} = \sqrt[3]{-\frac{\mu}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{\mu}{2} - \sqrt{\left(\frac{\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{3}\right)^3}}, \quad (28)$$

x_2, x_3 – выражением

$$x_{2,3} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt[3]{-\frac{\mu}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{\mu}{2} - \sqrt{\left(\frac{\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{3}\right)^3}} \right) \pm \left[\frac{1}{4} \left(\sqrt[3]{-\frac{\mu}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{\mu}{2} - \sqrt{\left(\frac{\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{3}\right)^3}} \right)^2 - \left(\sqrt[3]{-\frac{\mu}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{\mu}{2} - \sqrt{\left(\frac{\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{3}\right)^3}} \right)^2 - \lambda \right]^{1/2}. \quad (29)$$

Здесь коэффициенты λ и μ , входящие в (28) и (29), определяются соответственно формулами

$$\lambda = \frac{1}{CL_2} + \frac{1}{CL_1} + \frac{R_H R_2}{L_1 L_2} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{R_2}{L_2} + \frac{R_H}{L_1} \right)^2; \quad (30)$$

$$\mu = \frac{2}{27} \left(\frac{R_2}{L_2} + \frac{R_H}{L_1} \right)^3 - \frac{1}{3} \left(\frac{R_2}{L_2} + \frac{R_H}{L_1} \right) \left(\frac{1}{CL_2} + \frac{1}{CL_1} + \frac{R_H R_2}{L_1 L_2} \right) + \frac{R_H + R_2}{CL_1 L_2}, \quad (31)$$

а N – выражением (12).

Таким образом, мы определили все неизвестные, входящие в выражение (13) для тока i_1 , а именно: корни характеристического уравнения q_1, q_2, q_3 (выражение (27), использующее (28), (29), (30), (31), (12)) и постоянные интегрирования A_0, A_1, A_2, A_3 (соответственно выражения (15), (22), (23), (24), использующие (26), (25) и (27)).

Подставляя во второе уравнение системы уравнений (6) выражение для тока i_1 , можно определить ток i_2 . Используя выражения для токов i_1 и i_2 , можно анализировать переходные процессы в цепях нагрузки и конденсатора.

Если при анализе полученного дифференциального уравнения 3-го порядка нет необходимости определять все токи в цепочках, а достаточно определить границы областей с разными характерами переходных процессов, тогда целесообразным является применение диаграммы Вышнеградского [2]. В таком случае при выборе параметров RL -цепочки, подключаемой к конденсатору, вычисляя значение параметров Вышнеградского, можно было бы, не решая дифференциального уравнения, судить, находятся ли они в области устойчивости системы, и если так, то в какой именно части этой области (апериодической, где все три корня характеристического уравнения действительные, или колебательной, где один корень действительный, а другие два – комплексные).

Из изложенного выше следуют выводы: 1. Если после достижения разрядным током своего максимума электрическое сопротивление нагрузки может случайным образом скачкообразно возрасти в несколько раз (как, например, в установках электроискрового диспергирования металлических гранул [1, 4–6]), в результате чего колебательный разряд конденсатора преобразуется в апериодический, то для уменьшения длительности разрядного импульса целесообразным может быть подключение дополнительной шунтирующей активно-

индуктивной цепочки в некоторый момент времени t_1 . Такое шунтирование позволяет реализовать высокую частоту зарядно-разрядных циклов и значительную мощность установки.

2. В статье проведен анализ переходных процессов в разрядной цепи конденсатора при изменении ее конфигурации и получены аналитические выражения для токов в шунтирующей цепи и цепи нагрузки, что позволяет исследовать переходные процессы в разрядных цепях конденсатора при различных параметрах используемых элементов.

Исследованы особенности анализа переходных процессов в разрядной цепи электроимпульсной установки при изменении конфигурации этой цепи в результате шунтирования конденсатора активно-индуктивной цепочкой. Получены аналитические уравнения для определения токов в цепи нагрузки и шунтирующей цепочки, что позволяет исследовать переходные процессы в этих цепях при разных параметрах используемых элементов.

Peculiarities of transient analysis in a discharge circuit of electro-pulse installation at a modification of its configuration caused by shunting of the capacitor with active-inductive chain are studied in the article. The analytical equations for definition of currents in load chain and shunting one that allows to study transients in these chains at different parameters of used elements are found.

1. Асанов У.А., Цой А.Д., Щерба А.А., Казеин В.И. Электроэрозионная технология химических соединений и порошков металлов (главы 2 и 3). – Фрунзе: Илим, 1990. – 255 с.
2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, – 1975. – 768 с.
3. Круг К.А. Переходные процессы в линейных электрических цепях. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1948. – 344 с.
4. Шидловский А.К., Щерба А.А. Повышение эффективности электропитания технологических линий электроэрозионного диспергирования металлов. – Комсомольск-на-Амуре: КАПИ, 1986. – С. 102–103.
5. Щерба А.А. Принципы построения и стабилизации параметров полупроводниковых электроимпульсных систем электроискрового диспергирования слоя токопроводящих материалов // Стабилизация параметров электрической энергии: Сб. науч. тр. – К.: ИЭД АН Украины, 1991. – С.12–30.
6. Щерба А.А. Тиристорные системы электропитания технологических установок с параметрической стабилизацией // Преобразование и стабилизация параметров электрической энергии: Сб. науч. тр. – К.: ИЭД НАНУ, 1996.– С.18–27.

Надійшла 10.09.2009