

РАСЧЕТ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ИНДУКЦИОННЫХ КАТУШЕК КАНАЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ

На основі виконаних розрахунків електромагнітного поля індуктора і допоміжної котушки індукційної каналної печі визначено коефіцієнти опору для кожного витка обох індукційних котушок. Запропоновано методику спрощеного розрахунку активних опорів цих котушок.

Индукционные каналные печи, которые служат для плавки различных металлов и сплавов, в электромагнитном отношении представляют собой электрический трансформатор, первичной обмоткой которого является индуктор, а вторичной – короткозамкнутый виток жидкого металла (канальная часть печи). Известны также печи, в каналах которых создают вращательное движение жидкого металла. Такие печи дополнительно оснащены вспомогательными катушками, намотанными сверху на индуктор и/или на боковые стержни ферромагнитного сердечника (магнитопровода) [1]. Как основные катушки печей (индукторы), так и вспомогательные обычно выполняют из полый (водоохлаждаемой) медной (реже алюминиевой) шинки (трубки).

В задачах расчета электромагнитного поля индукционных каналных печей реальная неоднородная структура указанных катушек, содержащая электропроводные (проводники) и неэлектропроводные (изоляция) элементы, с целью упрощения расчетов часто представляют однородной непроводящей средой с равномерной плотностью тока [1, 2]. Как показывают оценки, такое представление не вносит большой погрешности в распределение электромагнитного поля вне катушки (за пределами ее витков). Однако такой подход не позволяет определить параметры самой катушки, например, активное сопротивление, а следовательно, определить потери, выделяемые в ней. В работах [2, 3], посвященных расчетам электромагнитного поля индукционных каналных печей, активные сопротивления индуктора и вспомогательных катушек находились путем увеличения сопротивления катушки постоянному току r_{DC} до значения $r = k_r r_{DC}$, где k_r – коэффициент, учитывающий увеличение сопротивления катушки на переменном токе вследствие его вытеснения, который часто называют коэффициентом сопротивления. Коэффициент k_r в простейшем представлении считался заданным либо вычислялся по формулам, которые используются в расчетах обмоток обычных трансформаторов [4]. Ввиду того, что эти формулы являются приближенными, а также учитывая, что они получены для обмоток (катушек), выполненных из сплошных (не полых) проводников, расчетные значения коэффициента k_r для печей могут существенно отличаться от реальных значений.

Более точные значения этого коэффициента, а следовательно, и активного сопротивления катушек печи можно получить на основе решения задачи численного расчета электромагнитного поля катушки (в составе печи) с подробной детализацией ее структуры (выделением витков) и учетом вихревых токов в каждом витке. Однако такое представление сильно усложняет процесс расчета за счет существенного увеличения числа элементов расчетной области, особенно в случае необходимости учета еще при этом вспомогательных электропроводных конструктивных элементов печи и реального ферромагнитного сердечника. Целью данной работы является разработка упрощенного метода расчета активного сопротивления основных и вспомогательных катушек индукционных каналных печей, основанного на численном решении задачи расчета электромагнитного поля.

Будем рассматривать печь, которая для полноты кроме индуктора содержит вспомогательную катушку, состоящую из двух намотанных поверх индуктора секций. Конструкция и математическая модель расчета электромагнитного поля такой печи представлены в работе

[2]. Расчетная область этой модели включает в себя подобласти (сечения) индуктора и вспомогательной катушки, представляющие собой, как было отмечено выше, неэлектропроводную однородную среду с равномерной плотностью тока.

В отличие от [2], в настоящей работе обе катушки печи представим в виде отдельных витков, выполненных из полый электропроводной трубки прямоугольного сечения, а для упрощения задачи исключим из рассмотрения металлические каркасы печи, а ферромагнитный сердечник ее представим в виде неэлектропроводной среды с заданной магнитной проницаемостью, независимой от напряженности магнитного поля. Тогда расчетная область для этого случая будет иметь вид, показанный на рис. 1. На этом рисунке $\Omega 1$ и $\Omega 2$ – подобласти

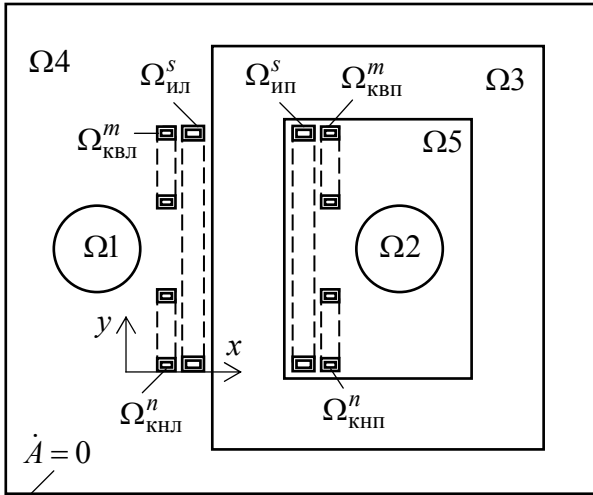


Рис. 1

цилиндрических каналов печи; $\Omega 3$ – подобласть, занятая ферромагнитным сердечником; $\Omega 4$ и $\Omega 5$ – подобласти футеровочного материала и окружающей воздушной среды; $\Omega^s_{ил}$ и $\Omega^s_{ип}$ – подобласти проводника s -го витка индуктора ($s = 1, 2, \dots, w_{и}$ – номер витка, $w_{и}$ – число витков индуктора); $\Omega^m_{квл}$ и $\Omega^m_{квп}$ – подобласти проводника m -го витка верхней (в соответствие с рис. 1) секции вспомогательной катушки ($m = 1, 2, \dots, w_{к}$, $w_{к}$ – число витков одной секции катушки); $\Omega^n_{квл}$ и $\Omega^n_{квп}$ – подобласти проводника n -го витка нижней секции вспомогательной катушки ($n = 1, 2, \dots, w_{к}$). Здесь индекс “и” относится к индуктору, индекс “к” – к вспомо-

гательной катушке, “л” и “п” означают левое и правое в соответствие с рис. 1 сечения витка, а “в” и “н” – верхняя и нижняя (на рис. 1) секции вспомогательной катушки соответственно.

С целью упрощения задачу расчета электромагнитного поля будем рассматривать при заданных токах в индукторе $\dot{I}_{и}$ и вспомогательной катушке $\dot{I}_{к}$. Тогда уравнения, описывающие электромагнитное поле в такой системе в двухмерном представлении через векторный магнитный потенциал $\vec{\dot{A}} = \{0; 0; \dot{A}\}$, будут иметь тот же вид, что и в работе [2], за исключением уравнений для поля в индукционных катушках, которые в данном случае можно представить следующим образом:

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma_{Cu}\dot{A} = \left(\dot{I}_{и} + j\omega\sigma_{Cu} \int_{\Omega^s_{ил}} \dot{A} ds \right) S_{Cuи}^{-1} - \text{в области } \Omega^s_{ил}; \quad (1)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma_{Cu}\dot{A} = \left(-\dot{I}_{и} + j\omega\sigma_{Cu} \int_{\Omega^s_{ип}} \dot{A} ds \right) S_{Cuи}^{-1} - \text{в области } \Omega^s_{ип}; \quad (2)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma_{Cu}\dot{A} = \left(-\dot{I}_{к} + j\omega\sigma_{Cu} \int_{\Omega^m_{квл}} \dot{A} ds \right) S_{Cuк}^{-1} - \text{в области } \Omega^m_{квл}; \quad (3)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma_{Cu}\dot{A} = \left(\dot{I}_{к} + j\omega\sigma_{Cu} \int_{\Omega^m_{квп}} \dot{A} ds \right) S_{Cuк}^{-1} - \text{в области } \Omega^m_{квп}; \quad (4)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma_{Cu}\dot{A} = \left(\dot{I}_k + j\omega\sigma_{Cu} \int_{\Omega_{кнл}^n} \dot{A} ds \right) S_{Cuк}^{-1} - \text{в области } \Omega_{кнл}^n; \quad (5)$$

$$\mu_0^{-1}(\nabla \times \nabla \times \dot{A}) + j\omega\sigma_{Cu}\dot{A} = \left(-\dot{I}_k + j\omega\sigma_{Cu} \int_{\Omega_{кнп}^n} \dot{A} ds \right) S_{Cuк}^{-1} - \text{в области } \Omega_{кнп}^n. \quad (6)$$

В этих выражениях $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; ω – угловая частота; σ_{Cu} – удельная электропроводность проводникового материала (меди) катушек; $S_{Cuи}$ и $S_{Cuк}$ – поперечные сечения медных шинок катушек.

Нахождение электромагнитного поля рассматриваемой печи осуществлялось путем численного решения системы уравнений, представленной в работе [2], с учетом уравнений (1)...(6).

Расчет выполнялся с использованием программного пакета Femlab [5] при следующих исходных данных: жидкий металл – алюминий ($\sigma_m = 4,6 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$); $\omega = 2\pi \cdot 50 \text{ с}^{-1}$, относительная магнитная проницаемость ферромагнитного сердечника $\mu_{Fe} = 1000$; диаметр цилиндрических каналов – 0,19 м; число витков индуктора $w_{и} = 32$, число витков одной секции вспомогательной катушки $w_{к} = 20$. Индукционные катушки печи намотаны в один слой медной трубкой прямоугольного сечения на ребро. Параметры трубки индуктора: поперечные (наружные) размеры – $(20 \times 15) \text{ мм}^2$; толщина стенки – 2,5 мм; $S_{Cuи} = 150 \text{ мм}^2$. Длина индуктора $l_{и} \approx 0,7$ м. Параметры трубки вспомогательной катушки: поперечные размеры – $(10 \times 8) \text{ мм}^2$; толщина стенки – 2 мм; $S_{Cuк} = 56 \text{ мм}^2$. Длина одной секции катушки составляет примерно 1/3 длины индуктора. Значения токов в индукторе и катушке в расчетах задавались следующими: $\dot{I}_{и} = 2000 \text{ А}$ и $\dot{I}_{к} = j500 \text{ А}$.

Полученное в результате решения рассмотренной задачи распределение плотности тока \dot{J} в поперечных сечениях витков индуктора и вспомогательной катушки позволяет вычислить активное сопротивление каждого витка, а также его коэффициент сопротивления. Определим этот коэффициент сначала для индуктора.

Потери энергии в каждой половине (левой и правой в соответствие с рис. 1) s -го витка индуктора можно вычислить следующим образом:

$$p_{ил}^s = \frac{l_{wи}}{2\sigma_{Cu}} \int_{\Omega_{ил}^s} |\dot{J}|^2 ds; \quad p_{ип}^s = \frac{l_{wи}}{2\sigma_{Cu}} \int_{\Omega_{ип}^s} |\dot{J}|^2 ds, \quad (7)$$

где $l_{wи}$ – длина витка индуктора.

Эти же мощности можно представить также в виде

$$p_{ил}^s = |\dot{I}_{и}|^2 r_{ил}^s; \quad p_{ип}^s = |\dot{I}_{и}|^2 r_{ип}^s, \quad (8)$$

где $r_{ил}^s$ и $r_{ип}^s$ – активные сопротивления левой и правой половинок (полувитков) s -го витка индуктора.

Отсюда, учитывая, что сопротивление постоянному току одного полувитка составляет $r_{иDC} = l_{wи} / (2\sigma_{Cu} S_{Cuи})$, получим выражения для вычисления коэффициентов сопротивления для левой и правой половин s -го витка индуктора:

$$k_{ил}^s = S_{Cuи} |\dot{I}_{и}|^{-2} \int_{\Omega_{ил}^s} |\dot{J}|^2 ds; \quad k_{ип}^s = S_{Cuи} |\dot{I}_{и}|^{-2} \int_{\Omega_{ип}^s} |\dot{J}|^2 ds. \quad (9)$$

Аналогичные выражения будут для коэффициентов сопротивления для витков верхней и нижней секций вспомогательной катушки печи:

$$\begin{aligned}
k_{r_{\text{квл}}}^m &= S_{\text{Сук}} |\dot{I}_{\text{к}}|^{-2} \int_{\Omega_{\text{квл}}^m} |j|^2 ds; & k_{r_{\text{квл}}}^n &= S_{\text{Сук}} |\dot{I}_{\text{к}}|^{-2} \int_{\Omega_{\text{квл}}^n} |j|^2 ds; \\
k_{r_{\text{кнл}}}^n &= S_{\text{Сук}} |\dot{I}_{\text{к}}|^{-2} \int_{\Omega_{\text{кнл}}^n} |j|^2 ds; & k_{r_{\text{кнл}}}^m &= S_{\text{Сук}} |\dot{I}_{\text{к}}|^{-2} \int_{\Omega_{\text{кнл}}^m} |j|^2 ds.
\end{aligned} \quad (10)$$

На рис. 2 и 3 представлены расчетные значения коэффициентов сопротивления для левых $k_{r_{\text{ил}}}$ и правых $k_{r_{\text{ип}}}$ полувитков индуктора в виде кривых, полученных путем соединения между собой фиксированных по длине индуктора значений этих коэффициентов, вычисленных по формулам (9). Здесь также приведены значения коэффициента сопротивления для целых (полных) витков индуктора $k_{r_{\text{иср}}}$, которые для каждого витка определялись как средние значения $k_{r_{\text{иср}}}^s = (k_{r_{\text{ил}}}^s + k_{r_{\text{ип}}}^s) / 2$. Данные рис. 2 получены без вспомогательной катушки ($\dot{I}_{\text{к}} = 0$), а данные рис. 3 – при наличии этой катушки ($\dot{I}_{\text{к}} = j500 \text{ A}$).

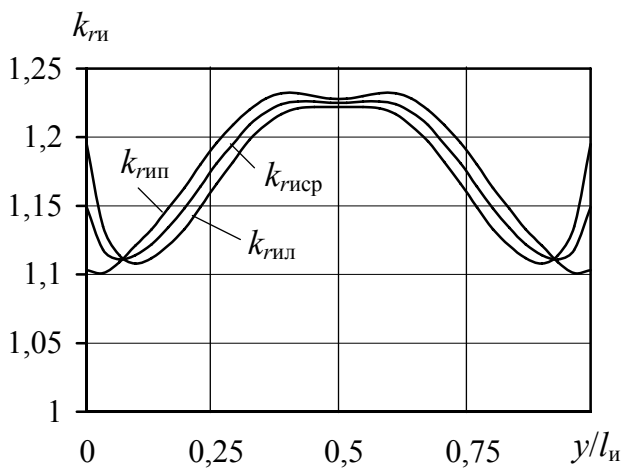


Рис. 2

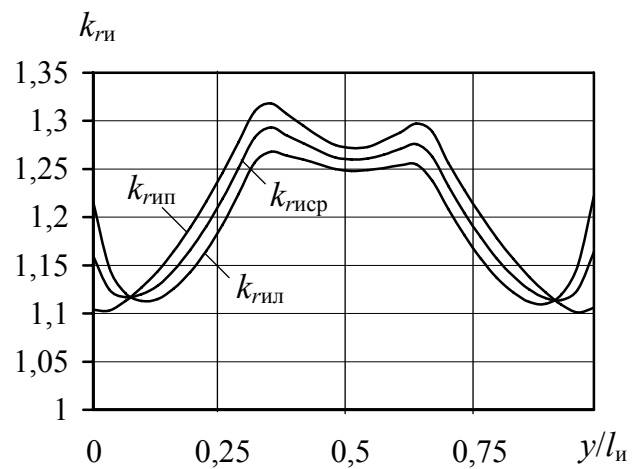


Рис. 3

Из этих рисунков следует, что представленные коэффициенты сильно меняются по длине индуктора. Для большей части индуктора коэффициент сопротивления правых полувитков превышает аналогичный коэффициент для левых и только на концах (торцах) индуктора картина меняется на обратную. В отсутствие вспомогательной катушки распределение значений коэффициентов сопротивления витков для индуктора симметрично по длине относительно средней его части (см. рис. 2). При наличии вспомогательной катушки симметрия несколько нарушается, меняется и сам вид кривых, а также увеличиваются значения этих коэффициентов (см. рис. 3).

Рассчитанные для каждого витка индуктора значения коэффициентов сопротивления позволяют определить этот коэффициент для всего индуктора в целом путем усреднения коэффициентов сопротивления всех его витков:

$$k_{ri} = w_{\text{и}}^{-1} \sum_{s=1}^{w_{\text{и}}} k_{r_{\text{иср}}}^s. \quad (11)$$

Для приведенных выше исходных данных рассчитанный таким образом коэффициент сопротивления для индуктора принял следующие значения: в отсутствие вспомогательной катушки – $k_{ri} = 1,173$; при ее наличии – $k_{ri} = 1,192$. Если сопоставить эти данные со значениями соответствующих коэффициентов для отдельных витков, представленных на рис. 2 и 3, можно заметить, что полученные значения коэффициента сопротивления индуктора очень близки по величине до значений коэффициентов витков $k_{r_{\text{иср}}}$, расположенных посередине каждой половины индуктора, т.е. витков, местоположение которых определяется координатами

$y = 0,25 l_{и}$ и $y = 0,75 l_{и}$ (см. рис. 1). В отсутствие вспомогательной катушки коэффициент этих витков составил 1,171, а при наличии ее – 1,190 (для верхней половины индуктора) и 1,204 (для нижней половины). Отсюда следует, что расхождение между коэффициентами витков, находящихся строго посередине каждой половины индуктора, и коэффициентом сопротивления для индуктора в целом не превышает 1 %.

Аналогичные результаты получены для вспомогательной катушки печи.

На рис. 4 представлены значения коэффициентов сопротивления для отдельных витков обеих секций вспомогательной катушки, привязанных к длине индуктора. Отсюда видно, что распределение этих коэффициентов практически симметрично относительно середины индуктора. Путем усреднения приведенных данных были рассчитаны коэффициенты сопротивления отдельно для каждой секции катушки. Они оказались следующими: для верхней секции – $k_{гкв} = 1,285$; для нижней – $k_{гкн} = 1,291$. Также, как и для индуктора, эти данные оказались достаточно близкими к значениям соответствующих коэффициентов для отдельных витков, расположенных посередине каждой секции. Так, для среднего витка верхней секции этот коэффициент составил 1,278, а для нижней секции – 1,283. Таким образом, и для вспомогательной катушки печи расхождение между коэффициентами витков, находящихся посередине каждой секции катушки, и коэффициентом сопротивления для катушки в целом $k_{гк} = (k_{гкв} + k_{гкн}) / 2 = (1,285 + 1,291) / 2 = 1,288$ не превысил 1 %.

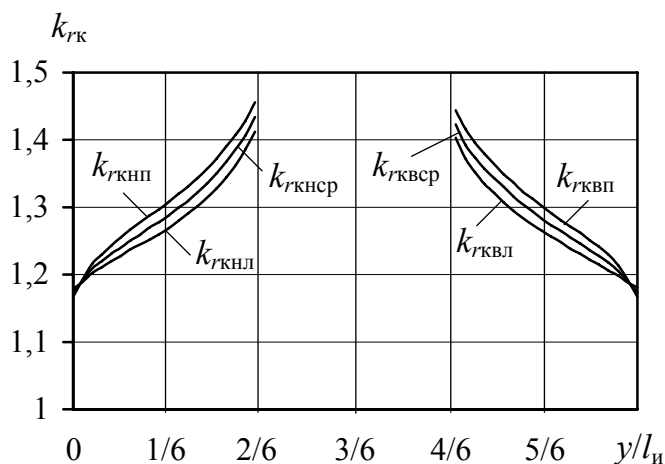


Рис. 4

Полученные таким образом расчетные данные позволяют предложить упрощенный метод расчета активного сопротивления индукционных катушек. Он заключается в том, что для нахождения, например, активного сопротивления индуктора печи нет необходимости подробно детализировать его структуру и рассчитывать электромагнитное поле (с учетом вихревых токов) в каждом витке. Для этого достаточно выделить в нем только один виток, расположенный посередине одной половины индуктора, а все остальное его сечение представить в виде неэлектропроводной среды с однородным распределением плотности тока. Найденное в результате решения полевой задачи значение коэффициента сопротивления для этого витка с достаточной точностью можно считать коэффициентом сопротивления всего индуктора, на основании чего легко может быть вычислено его активное сопротивление. То же самое касается и вспомогательной катушки печи. Для нее достаточным является выделение одного витка в любой (верхней либо нижней) секции катушки.

Построенная на основании такого подхода расчетная модель дала следующие результаты. Коэффициент сопротивления индуктора в отсутствие вспомогательной катушки составил $k_{гн} = 1,170$ (вместо $k_{гн} = 1,173$ в случае полной детализации индуктора в соответствие с рис.1), а при наличии катушки $k_{гн} = 1,201$ (вместо $k_{гн} = 1,192$). Для вспомогательной катушки этот коэффициент составил $k_{гк} = 1,283$ (вместо $k_{гк} = 1,288$ в случае полной ее детализации). Из этого следует, что предложенный подход с достаточной точностью позволяет определить коэффициент сопротивления, а значит, и активное сопротивление каждой катушки без существенного усложнения расчета электромагнитного поля печи.

Построенная на основании такого подхода расчетная модель дала следующие результаты. Коэффициент сопротивления индуктора в отсутствие вспомогательной катушки составил $k_{гн} = 1,170$ (вместо $k_{гн} = 1,173$ в случае полной детализации индуктора в соответствие с рис.1), а при наличии катушки $k_{гн} = 1,201$ (вместо $k_{гн} = 1,192$). Для вспомогательной катушки этот коэффициент составил $k_{гк} = 1,283$ (вместо $k_{гк} = 1,288$ в случае полной ее детализации). Из этого следует, что предложенный подход с достаточной точностью позволяет определить коэффициент сопротивления, а значит, и активное сопротивление каждой катушки без существенного усложнения расчета электромагнитного поля печи.

Далее покажем, насколько обоснованным для печи в целом является представление индукционных катушек при расчете электромагнитного поля в виде неэлектропроводной среды с однородным распределением плотности тока в сечении катушек. Как было отмечено

выше, такое представление использовалось нами при изучении физических процессов, протекающих в традиционных канальных печах, а также в печах с вращательным движением жидкого металла [1–3]. Ответ на этот вопрос может дать сравнение двух расчетных вариантов, в одном из которых индукционные катушки представлены в виде отдельных витков (рис. 1), а в другом – в виде сечений катушек с заданным равномерным распределением тока. Оценку указанного сравнения будем производить с помощью коэффициентов сопротивления для цилиндрических каналов, которые интегрально отражают характер распределения поля в печи. В случае равенства этих коэффициентов при одинаковом значении индуцированного тока в каналах для обоих вариантов можно утверждать, что электромагнитные поля в области каналов печи в обоих случаях одинаковые по величине и распределению.

При известном (в результате выполненных расчетов поля) распределении плотности тока \dot{J} в жидком металле коэффициент сопротивления для цилиндрических каналов печи можно вычислить следующим образом:

$$k_{rM} = S_M |\dot{I}_M|^{-2} \int_{\Omega_i} |\dot{j}|^2 ds, \quad (12)$$

где $\dot{I}_M = \int_{\Omega_i} \dot{j} ds$, $i = 1, 2$.

Здесь \dot{I}_M и S_M – индуцированный ток и поперечное сечение жидкого металла в цилиндрическом канале печи. Вычисленные таким образом коэффициенты в случае представления индукционных катушек в виде отдельных проводящих витков (в соответствие с рис. 1) оказались следующими: для левого (неохваченного ферромагнитным сердечником) канала $k_{rM} = 1,946$, для правого (охваченного сердечником) $k_{rM} = 2,126$. Ток в каждом канале при этом (при указанных выше исходных данных) составил $I_M = 63443$ А. В случае представления катушек в виде однородной неэлектропроводной среды с равномерной плотностью тока $k_{rM} = 1,949$ для левого канала и $k_{rM} = 2,130$ для правого канала при том же самом значении тока I_M . Незначительное отличие в значениях коэффициентов сопротивления каналов для сравниваемых вариантов подтверждает правомочность задания индукционных катушек в расчетах однородной средой, если нет необходимости в определении активного сопротивления соответствующих катушек.

В заключение выясним, каким образом коэффициент сопротивления индукционной катушки печи зависит от соотношения сторон полой шинки, из которой ее изготавливают. В качестве примера рассчитаем электромагнитное поле печи (без вспомогательной катушки) для нескольких вариантов однослойного индуктора, отличающихся между собой соотношением размеров поперечного сечения полой медной шинки. При этом будем исходить из того, что для всех вариантов сечение меди трубки индуктора, а также ее внутреннее сечение (для воды) одинаковые. Учитывая полученные выше результаты, ограничимся рассмотрением только одного витка, расположенного посередине одной половины индуктора, а все остальные витки заменим неэлектропроводными областями с однородным распределением тока. Расчеты поля выполнялись для четырех вариантов медной трубки со следующими значениями соотношений ее сторон $n = h/b = 0,5; 1; 1,5$ и 2 , где h – высота поперечного сечения трубки (размер по оси x на рис. 1); b – ширина трубки (размер по оси y). Для всех вариантов сечение меди $S_{Cuи}$ и внутреннее сечение отверстия трубки приняты одинаковыми и равными 150 мм^2 . Также одинаковой считалась длина индуктора ($l_{и} = 0,7$ м).

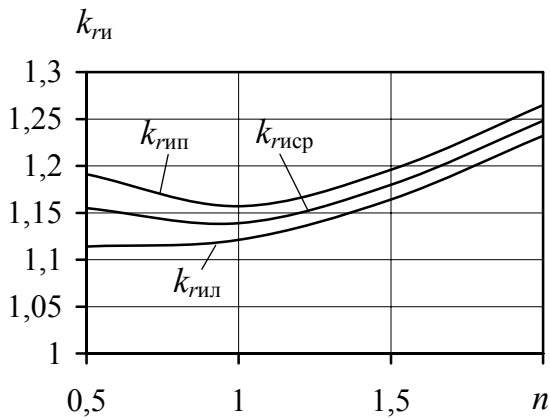


Рис. 5

На рис. 5 представлены расчетные зависимости коэффициента сопротивления витка, расположенного посередине одной половины индуктора, от соотношения n для обеих половин этого витка, а также для витка в целом. Из полученных данных следует, что коэффициент сопротивления для левого полувитка $k_{рил}$, т.е. половины витка, расположенного со стороны неохваченного сердечником канала, увеличивается с ростом соотношения n во всем исследуемом диапазоне (от $n = 0,5$ до $n = 2$). Коэффициент же сопротивления для правого полувитка $k_{рип}$ принимает минимальное значение при $n = 1$, т.е. для трубки квадратного попереч-

ного сечения. Что касается витка в целом, то для него коэффициент сопротивления $k_{рисп}$ также имеет оптимум (минимальное значение), находящийся при n , несколько меньшим единицы.

Анализируя данные рис. 5, можно также отметить, что коэффициент сопротивления для трубки, намотанной на ребро, превышает аналогичный коэффициент для той же трубки, намотанной плашмя. Так, например, для $n = 2$ (трубка намотана на ребро) коэффициент $k_{рисп} = 1,248$, в то время как для $n = 0,5$ (эта же трубка, намотанная плашмя) $k_{рисп} = 1,155$.

Заключение. Предложена методика определения активного сопротивления индуктора и вспомогательной катушки индукционной канальной печи, основанная на численном решении задачи расчета электромагнитного поля печи при упрощенном представлении обеих катушек. Указанное упрощение заключается в том, что в средней части одной половины каждой катушки выделяется и рассматривается один виток, а остальная часть ее сечения заменяется однородной неэлектропроводной средой с равномерно распределенной плотностью тока. Вычисленный в результате решения электромагнитной задачи коэффициент сопротивления выделенного витка принимается за коэффициент сопротивления всей катушки, на основании чего определяется ее активное сопротивление.

На основании выполненных расчетов электромагнитного поля индуктора и вспомогательной катушки индукционной канальной печи определены коэффициенты сопротивления для каждого витка обеих индукционных катушек. Предложена методика упрощенного расчета активных сопротивлений этих катушек.

It is ground of executed calculations of electromagnetic field of the inductor and auxiliary coil of induction channel furnace the resistance coefficients for each turn of both induction coils are determined. The technique of the simplified calculation of AC resistances of these coils is offered.

1. Гориславец Ю.М. Комп'ютерне моделювання індукційної каналної печі з обертовим рухом рідкого металу // Техн. електродинаміка. Темат. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". – 2008. – Ч.6. – С.92-95.
2. Гориславец Ю.М. Математичне моделювання електромагнітних процесів в індукційних каналних печах // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". – 2007. – №597. – С.61–65.
3. Гориславец Ю.М., Глухенький А.И. Электродинамические параметры индукционной канальной печи с вращательным движением жидкого металла // Техн. електродинаміка. – 2009. – №3. – С.35–40.
4. Тихомиров П.М. Расчет трансформаторов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 528 с.
5. FEMLAB Uzer's Guide and Introduction. – FEMLAB 2.3. – COMSOL, Inc., 1994–2002. – 436 p.