

Рассматриваются вопросы построения 2D синтетических сейсмограмм. Предлагается улучшенный алгоритм лучевого трассирования на основе уравнения эйканала, объединяющий достоинства классического лучевого и конечноразностного методов моделирования процесса распространения волн в упругой неоднородной среде. Алгоритм реализован, как блок лучевого трассирования в программе моделирования синтетических сейсмограмм Tesseral Pro.

© П.Г. Тульчинский, 2009

УДК 680.3.06

П.Г. ТУЛЬЧИНСКИЙ

ТРАССИРОВАНИЕ ЛУЧА ПО КОНЕЧНОРАЗНОСТНОЙ ДВУМЕРНОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Введение. Основной метод сейсморазведки – метод отраженных волн, основан на регистрации сейсмоприемниками, расположенными на поверхности земли акустических колебаний, возбужденных искусственными сейсмоисточниками, так же расположенными на поверхности (см. рис. 2). Горные породы отличаются по упругим свойствам и, следовательно, отличаются скоростью распространения упругих волн. Как следствие, на границах слоев, где скорости меняются, могут образоваться отраженные, преломленные и другие волны, достигающие поверхности земли. Исследование отраженных волн для поиска полезных ископаемых эффективный, но трудоемкий и неоднозначный процесс [1]. Со середины 70-х годов для повышения качества сейсморазведки используются технологии, основанные на моделировании синтетических сейсмограммами [2]. По целевому назначению их можно разделить на 3 типа скважинные или точечные (1D), площадные (2D) и объемные (3D) [3, 4]. В последние годы учитывая значительный рост производительности компьютерной техники исследования в области сейсмического моделирования приобрели особое значение [5]. Традиционно для синтетического 2D и 3D моделирования используется метод лучевого трассирования [6, 7] и последнее десятилетие метод конечных элементов [8, 9]. У каждого из этих методов есть свои недостатки.

Первая проблема лучевого моделирования – описание блоковой среды и автокодировка лучей в условиях большого количества блоков с сильно криволинейными границами, примыканиями и выклиниваниями слоев, вертикальными и субвертикальными границами. Модель среды представляется набором отражающих границ со специфическими (связанными с особенностями метода и среды) параметрами. Вторая проблема – ветвление решений прямой кинематической задачи (многоэкстремальность функционала Ферма). В работах [10] и [11] предлагается отказаться от традиционного для лучевого моделирования построения модели, как набора специфически описанных горизонтов и использовать простую решеточную параметрическую модель среды. Это приводит к ухудшению качества (соответствия) синтетических сейсмограмм.

С другой стороны, метод конечных элементов позволяет использовать модель-решетку любой сложности и дает качественный результат, но требует значительных вычислительных ресурсов [5, 12]. В варианте 2D-моделирования время расчета синтетической сейсмограммы в десятки раз превышает время расчета лучевым методом. В варианте 3D показатели конечноразностного метода еще хуже. Устойчивость конечноразностного метода зависит от шага матрицы конкретной модели, что вносит в алгоритм элемент неопределенности [13]. Кроме того, конечноразностный метод не дает информации о трассе прохождения луча между источником и приемником (важнейшей для задач сейсмической расстановки). Решению данного вопроса посвящена статья. В ней предлагается алгоритм лучевого трассирования, основанный на построении трассы луча по скоростной модели разреза любой сложности. Поскольку не ставится задача получить качественное сейсмическое изображение, а только проследить трассу луча от источника к приемнику, то алгоритм, развивающий метод, предложенный в [10], представляется целесообразным. Алгоритм разработан и реализован в программе полноволнового конечноразностного моделирования Tesseral Pro.

1. Распространение волны в неоднородной двумерной среде

Зададим скоростную сейсмическую модель глубинного разреза как решетку $V_P = \{v_p\}$, где v_p – скорость распространения продольной волны в узлах решетки.

Зададим поле времен распространения фронта продольной волны по модели V_P от источника A как решетку $E^A_P = \{e_p\}$, где e_p – время распространения продольной волны от источника A до узла решетки E^A_P (рис. 1).

Для расчета матрицы времен E^A_P используется уравнение эйканала.

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{v^2(x, y, z)}, \quad (1)$$

где v – скорость распространения волны в точке с координатами x, y, z .

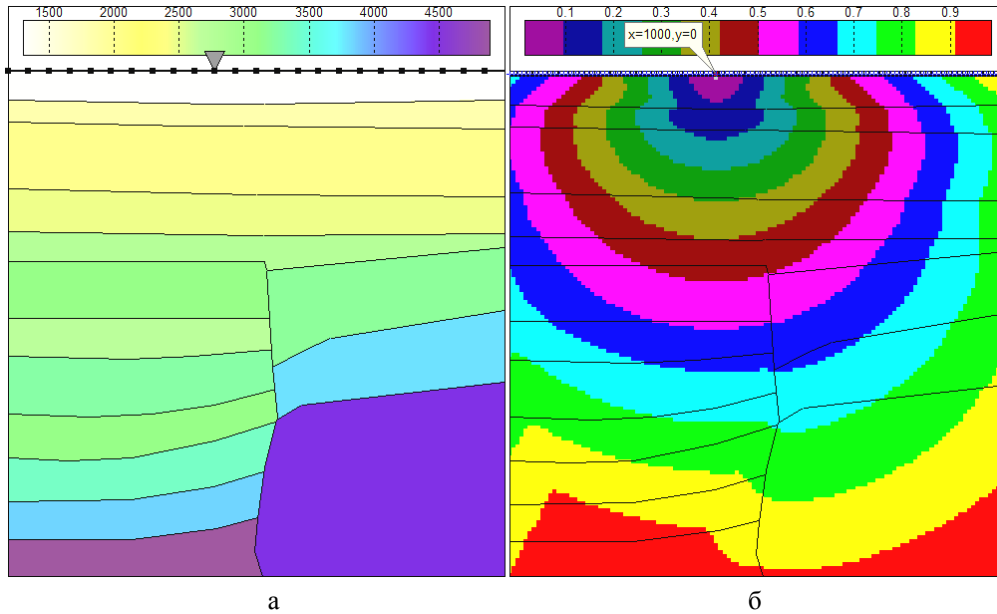


РИС. 1. Скоростная модель разреза V_p (а) и решетка E_p^A распространения волны источника A (б)

2. Расчет узлов решетки времен

J. Vidale в [14] предложил конечно-разностную схему для вычисления времен первых вступлений для двумерной среды. Алгоритм расчета распространения продольных колебаний в упругих средах на двух- и трехмерной сейсмической скоростной модели на основе уравнения эйканала приведен в [15].

Заполнение узлов решетки E_p^A источника колебаний A (рис. 1, б) выполняется последовательно сверху вниз. Для каждого узла решетки, текущего уровня j начиная от источника A , определяется минимальное время прихода волны ближайших узлов предыдущего уровня $j-1$

$$e_{ij} = \min (\{e_{kj-1} + \tilde{t}_{kj} \mid k = i - 1, i, i + 1\}); \quad (2)$$

где

$$\tilde{t}_{kj} = \frac{|\vec{r}(e_{ij}, e_{kj-1})|}{2} \left(\frac{1}{v_{ij}} + \frac{1}{v_{kj-1}} \right), \quad (3)$$

$|\vec{r}(e_{ij}, e_{kj-1})|$ – расстояние между узлами e_{ij} и e_{kj-1} .

В однородной среде распространения из (2) и (3) следует, что решетка E_p^A принимает форму параболоида с экстремумом в точке A .

3. Построение трассы луча

Обозначим точку с координатами x, y на двумерной модели сейсмического разреза как p_{xz} . Пусть $G = \{p_{xz}\}$ – координаты точек границ раздела сред с различными характеристиками распространения сигнала (в данном случае нас интересует скорость распространения продольной волны v_p). А e_{xz} – время распространения волны от источника A до точки p_{xz} .

Тогда $e_{xz} = P(E, p_{xz})$, где P – функция линейной интерполяции значений решетки E на координатную плоскость модели сейсмического разреза в точке p_{xz} . Согласно принципу Ферма, точка C (принадлежащая горизонту G) отражения луча, проходящего от источника A к приемнику B , является точкой минимального суммарного времени решеток E^A_P и E^B_P на отражающей границе G (рис. 2).

$$C = \min \{ P(E^A, p_{xz}) + P(E^B, p_{xz}) \mid p_{xz} \in G \}.$$

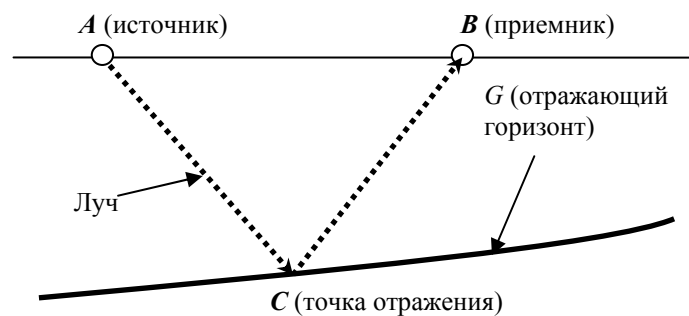


РИС. 2. Схема отражения волны от границы сред

Для нахождения трассы луча от источника A к точке отражения C и затем к приемнику B на сейсмической модели V_p , необходимо найти методом градиентного спуска по решеткам E^A_P и E^B_P множество точек P^A и P^B , соответственно, прохождения лучей AC и BC .

Классический алгоритм градиентного спуска [16] описывается уравнением:

$$\lambda^n \nabla F : e_{XZ}^n \mapsto e_{XZ}^{n-1}, \quad (4)$$

где ∇F – обратный градиент, λ – шаг градиентного спуска.

В простейшем случае, при «спуске» луча по узлам решетки E_P , функция обратного градиента (4) принимает вид

$$\nabla F(e_{ij}) = \min(E'), E' = \{e_{kl} \mid k = i-1 \dots i+1 \wedge l = j-1 \dots j+1 \wedge e_{kl} \neq e_{ij}\}, \quad (5)$$

где λ принимает дискретные значения, соответствующие расстоянию между соседними узлами решетки E_P .

Для компенсации разных расстояний $|\vec{r}(e_{ij}, e_{kl})|$ от узла e_{ij} до ближайших узлов решетки e_{kl} (рис. 3, а) и для учета разной скорости V на узлах решетки E' , целесообразно вести поправку (3) за скорость распространения волны в среде. Функция градиента с учетом поправки принимает вид

$$\nabla F(e_{ij}) = \min(E'),$$

$$E' = \{e_{kl} + \tilde{\tau}_{kl} = \frac{|\vec{r}(e_{ij}, e_{kl})|}{2} \left(\frac{1}{v_{ij}} + \frac{1}{v_{kl}} \right) | k = i-1 \dots i+1 \wedge l = j-1 \dots j+1 \wedge e_{kl} \neq e_{ij} \}. \quad (6)$$

Как видно из рис. 3, а, иллюстрирующего градиентный спуск по формулам (5)–(6), ограничение по направлению луча (только по узлам решетки), не соответствует реальной трассе луча.

Поэтому было предложено не привязывать трассу луча к узлам решетки и тогда множество вероятных направлений луча E' принимает вид (рис. 3, б).

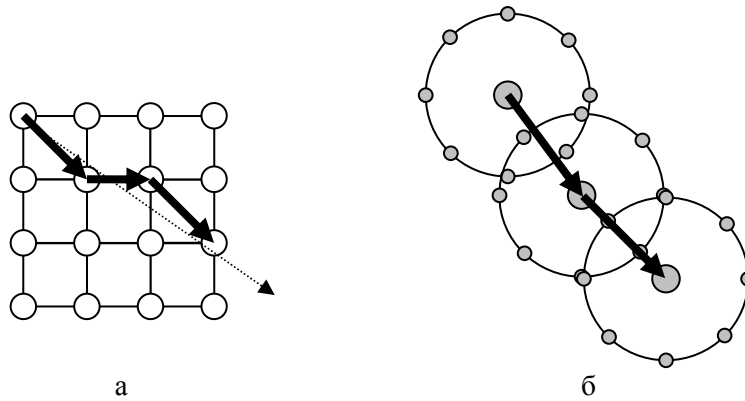


РИС. 3. Модели распространения луча (а) по узлам решетки, (б) интерполяцией, не зависимо от расположения узлов решетки

$$E'' = \left\{ \begin{array}{l} e_i = P(E, p_{\Pi\Gamma}) + \frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{P(V, p_{\Pi\Gamma})} + \frac{1}{P(V, p^n)} \right) \\ \left| \begin{array}{l} \Pi = x^n + \lambda \cos \theta \wedge \Gamma = x^n + \lambda \sin \theta \wedge \theta = \alpha, 2\alpha, \dots, 2\pi \end{array} \right. \end{array} \right\}, \quad (7)$$

где Π и Γ координаты на E_p всех точек множества E'' , θ – угол возможного поворота луча, λ – радиус поиска и шаг градиентного спуска.

Теперь (4) с учетом (7) зависит от 2-х дополнительных параметров

$$\nabla F(e_{xz}^n, \lambda, \alpha, E, V) = \min(E''). \quad (8)$$

Поскольку для построения трассы луча R должна быть постоянной, то алгоритм может расходиться [16]. Сходимость алгоритма по (7), (8) обеспечивается заранее известной точке глобального минимума решетки E_P . Итерационное выполнение градиентного спуска (4) прекращается при $|\vec{r}(e_{ij}, A)| \leq 2\lambda$, когда расстояние до источника (приемника) становится порядка шага.

4. Оптимизация параметров

Количество итераций Q построения трассы луча по (7)

$$Q = \frac{2\pi L}{\alpha \lambda}, \quad (9)$$

где L – длина всей трассы луча.

Из формулы (9) очевидно, что с одной стороны, количество итераций Q при построении луча наименьшее при наибольших λ и α , с другой – из (7) точность трассирования наилучшая при минимальных λ и α . Необходимо найти функцию $\nabla F'$ для максимальных λ' и α'

$$e'_i = \nabla F'(e''_{xz}, \lambda', \alpha', E, V), \quad (10)$$

для которых

$$e_{\text{ОПТ}} = \lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} (\nabla F'(e''_{xz}, \lambda, \alpha, E, V)) \Rightarrow e'_i \rightarrow e_{\text{ОПТ}}. \quad (11)$$

Предложено следующее решение для $\nabla F'$. Поскольку из (2) решетка времен распространения волны E^A_P – параболоид с экстремумом в источнике (E^B_P – в приемнике, соответственно), то парабола, строящаяся по точке $e_i = \nabla F()$ и ближайшим к e_i точкам e_{i-1}, e_{i+1} (7), (8) имеет экстремум близкий к искомой координате луча $e_{\text{ОПТ}}$ (11) с абсциссой:

$$x(e_{\text{ОПТ}}) = \frac{1}{2} \frac{x_{i-1}^2(z_i - z_{i+1}) + x_i^2(z_{i+1} - z_{i-1}) + x_{i+1}^2(z_{i-1} - z_i)}{x_{i-1}(z_i - z_{i+1}) + x_i(z_{i+1} - z_{i-1}) + x_{i+1}(z_{i-1} - z_i)}. \quad (12)$$

Для подбора оптимальных λ' и α' введены такие ограничения:

1) при $\alpha' > \text{atan}(2s/\lambda')$, где s шаг решетки E_P , возможно значительное нарушение формы параболы, и, следовательно, смещение экстремума от $e_{\text{ОПТ}}$, поскольку при расстоянии $\vec{r}(e_{i\pm 1}, e_i) \geq 2s$, точки e_{i-1}, e_i, e_{i+1} уже не относятся к соседним ячейкам;

2) при $\lambda' < s$ или $\alpha' < \text{atan}(s/2\lambda')$, парабола разрушается за счет линейной интерполяции между узлами решетки ($\vec{r}(e_{i-1}, e_{i+1}) \leq s$);

3) при $\lambda' > 2s$ – возникает ошибка за счет пропуска точки изменения направления луча при переходе через границу раздела сред.

Таким образом, оптимальные параметры λ и α для (9–11) – $\lambda' \sim s, \alpha' \sim \pi/4$.

5. Реализация алгоритма

Лучевое трассирование с использованием эйканала реализовано в программе моделирования синтетических сейсмограмм Tesserall Pro [17]. Tesserall Pro новая разработка канадской софтверной компании Tesserall technologies Inc. [18] (2008 г.).

Программа Tesseract Pro (рис. 4), предназначена для построения параметрической модели разреза по сейсмическим и геофизическим (скважинным) данным. На основании построенной модели с размещенными сейсмическими источниками и приемниками, выполняется расчет синтетических сейсмограмм. Расчет реализован на базе метода конечных элементов. В целях объединения в одном продукте лучших качеств обоих подходов моделирования, в программу Tesseract Pro включен блок лучевого трассирования.

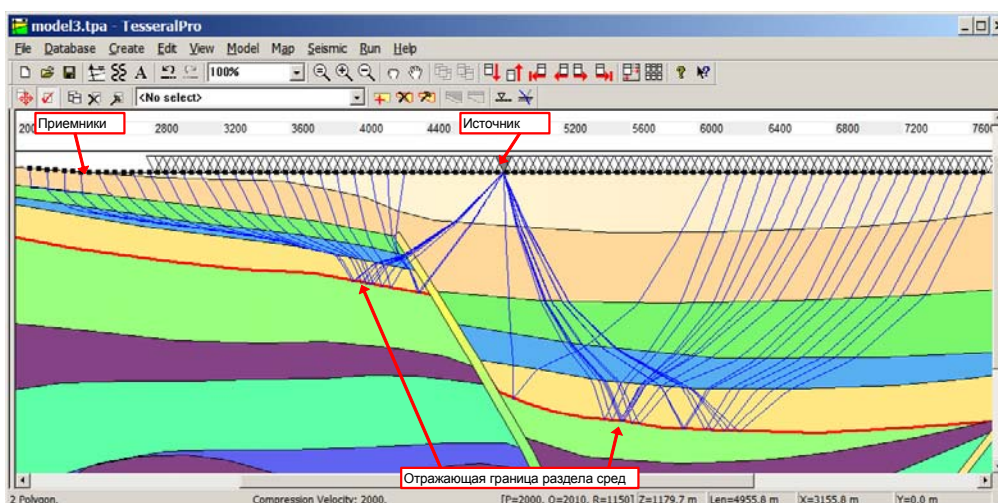


РИС. 4. Лучевое трассирование в Tesseract Pro

Заключение. Рассмотрены основные методы построения синтетических 2D сейсмограмм в упругой неоднородной среде. Проанализированы достоинства и недостатки метода конечных элементов и метода лучевого трассирования для построения волнового поля искусственного источника колебаний 2D скоростной модели среды. Предложен алгоритм 2D лучевого трассирования на основании уравнения эйканала (использование поля времени распространения волнового фронта). Проведено исследование и подбор оптимальных параметров алгоритма. Лучевое трассирование реализовано в Tesseract Pro. За рамками работы остались частные вопросы подавления головной волны (волны идущей вдоль границы раздела сред), проблема подавления краевых эффектов (отражение луча от крайних точек границы), проблема корректного исключения экстремальных участков отражающей границы при поиске точки отражения.

П.Г. Тульчинський

ТРАСУВАННЯ ПРОМЕНЯ ЗА КІНЦЕВОРІЗНОСНОЮ ДВОВИМІРНОЮ СЕЙСМІЧНОЮ МОДЕЛЛЮ

Розглядаються питання побудови 2D синтетичних сейсмограм. Пропонується поліпшений алгоритм променевого трасування на основі рівняння ейканала, що поєднує достоїнства класичного променевого й кінцеворізного методів моделювання процесу поширення хвиль у пружному неоднорідному середовищі. Алгоритм реалізовано, як блок променевого трасування в програмі моделювання синтетичних сейсмограм Tesseract Pro.

P. Tulchinsky

RAY TRACING FOR FINITE-DIFFERENCE 2D SEISMIC MODEL

The problems of 2D-synthetic seismogram construction are examined. An improved algorithm of ray tracing is proposed on the base of eikonal equation, which combines the advantages of classical ray tracing and finite-difference modelling of the wave propagation process in an elastic heterogeneous media. The algorithm is implemented as a block of ray tracing in the program Tesserall Pro of synthetic seismogram modelling.

1. *Физические основы сейсмического метода*. Отв. ред. А.В. Николаев, И.Н. Галкин. – М.: Наука, 1991. – 240 с.
2. *Claybourn J.F.* Fundamental of geophysical data processing. – New York: Mc-Graw-Hill, 1976.
3. *Хромова И.Ю.* Технология построения цифровой сейсмической модели. – М.: 2007, Lendmark МГУ. – 384 с.
4. *Yilmaz Oz.* Seismic Data Analysis. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists. – 2001. – **1**. – 1000 p.; **2**. – 1000 p.
5. *Furumura T., Kennet B., and Takenara H.* Parallel 3-D pseudospectral simulation of elastic wave propagation // *J. Geophys.* – 1998. – **63**. – P. 279–288.
6. *Cerveny V.* Ray synthetic seismograms for complex two-dimensional and three-dimensional structures // *J. Geophys.* – 1985. – **58**. – P. 2–26.
7. *Бабич В.М.* Лучевой метод вычисления интенсивностей волновых фронтов в упругой неоднородной анизотропной среде // *Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн* – Л.: Изд-во Ленингр. гос. ун-та, 1961. – **5**. – С. 39–56.
8. *Kostyukevich A.S., Starostenko V.I. and Stephenson R.A.* The full-wave images of the models of the deep lithosphere structures constructed according to DSS and CDP data interpretation // *Геофизический журнал*. – 2000. – **22**. – С. 96–98.
9. *Satinder Chopra.* Seismic Elastic Modelling. – CSEG National Convention. – 2005. – P. 424–428.
10. *Cerveny V., Hron F.* The ray series method and dynamic ray tracing system for three-dimensional inhomogeneous media // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 1980. – **70**. – P. 40–47.
11. *Rawlinson N., Hauser J. and Sambridge M.* Seismic ray tracing and wavefront tracking in laterally heterogeneous media. *Advances in Geophysics*. – 2007. – **49**. – P. 203–267.
12. *Saeger E. and Bohlen T.* Finite-difference modelling of viscoelastic and anisotropic wave propagation using the rotated staggered grid. *Geophysics*. – 2004. – **69**. – P. 583–591.
13. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979.
14. Finite-difference calculation of travel times / J. E. Vidale: *Bull. Seis. Soc. Am.* – 1988. – **78**. – P. 2062–2076.
15. *Роганов Ю.В.* 3D eikonal solver in tilted TI media. 68th EAGE Conf., Vienna, 12–15 June 2006.
16. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985.
17. *Коломиец А.В.* Совместное использование скважинных и сейсмических данных при создании скоростной модели геологической среды в пакетах Tesserall-2D и Tesserall Pro // *Проблемы програмування*. – 2008. – № 2-3. – С. 679–684.
18. <http://www.tesserall-geo.com>

Получено 03.12.2008

Об авторе:

Тулчинский Петр Григорьевич,

научный сотрудник Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.