УДК 669.046.52: 669.17.046: 001.891.513.001.5

И.А.Павлюченков[2)], В.П.Пиптюк[1)], И.Н.Логозинский[3)],
М.В.Бабенко[2)], С.В.Греков[1)], Г.А.Андриевский[2)]

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ ПЛАВЛЕНИЯ ЛЕГКОПЛАВКИХ КУСКОВЫХ ДОБАВОК НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ФАЗ «ШЛАК–МЕТАЛЛ»

Институт чёрной металлургии НАН Украины[1)]
Днепродзержинский государственный технический университет[2)]
ПАО «Днепроспецсталь»[3)]

Целью настоящей работы является разработка математической модели процессов плавления легкоплавких кусковых добавок разной геометрической формы на границе раздела фаз «шлак – металл» и её опробование для оценки продолжительности плавления таких добавок в зависимости от технологических факторов. Проведено моделирование плавления таких добавок цилиндрической и сферической формы в указанных условиях. Оценена продолжительность плавления легкоплавких добавок разного фракционного состава при вводе в заполняемый металлическим расплавом сталеразливочный ковш.

граница раздела фаз «шлак – металл», плавление, легкоплавкая добавка, математическая модель

Состояние вопроса. Разработка математических моделей, позволяющих изучать процессы плавления кусковых добавок различного состава, формы и свойств, которые используются на разных этапах производства стали, является актуальной научно–технической задачей. Наличие такого математического аппарата позволит осуществлять прогноз усвоения добавок в зависимости от условий ввода в металлический расплав и сформировать направления поиска в повышении эффективности использования не только дорогостоящих, но и импортируемых материалов.

В ранее разработанной математической модели процессов плавления тугоплавких кусковых добавок на границе раздела фаз «шлак–металл» [1] подробно рассмотрены разные периоды процесса, но недостаточно описаны особенности модели и алгоритма расчёта относительно разной геометрической формы куска–добавки. Кроме того, отмечена необходимость доработки модели плавления в части сферической формы добавки.

Разработка математической модели и её описание. Ниже представлено математическое описание разработанной математической модели процессов плавления легкоплавких кусковых добавок цилиндрической и сферической формы на границе раздела фаз «шлак–металл». Расчётная область с выделенными (рассматриваемыми) контрольными объёмами добавок разной формы представлена на рис.1.

Перед всплытием добавки на границу «шлак–металл» (далее – границу фаз) приняли, что на её поверхности уже сформирована первичная металлическая оболочка, образованная в период пребывания последней в металлическом расплаве.

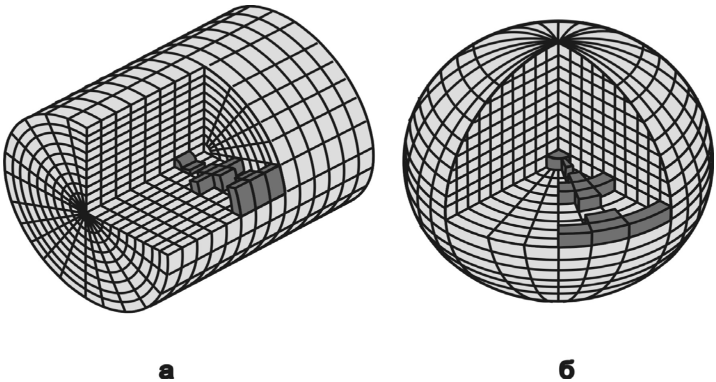

Рис.1. Схематическое представление расчётной области плавления добавки цилиндрической (а) и сферической (б) формы

Приняли также, что температуры жидкого металла $t_{ж}$ и жидкого шлака $t_{ш}$ выше температуры $t_{пл}$ плавления добавки. На верхней поверхности добавки, находящейся в расплаве шлака ($0< \vartheta < \vartheta_0$), происходит конвективный теплообмен с жидким шлаком с заданным коэффициентом теплоотдачи $\alpha_{ш}$. На остальной поверхности добавки ($\vartheta_0 < \vartheta < \pi$) происходит конвективный теплообмен с жидким металлом с заданным коэффициентом теплоотдачи $\alpha_{м}$.Уравнение теплопроводности для разных фаз плавления (твёрдой, двухфазной, жидкой) добавки цилиндрической формы имеет вид:

$$C_{эф}\rho \frac{\partial T(r,\vartheta,\tau)}{\partial \tau} = [\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}] + \frac{\lambda}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}[\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial \vartheta^2}], \quad (1)$$

$0>r<R_0 \;\; 0<\vartheta<\pi$,

где: R_0 – радиус добавки цилиндрической и сферической формы.

Распределение температуры в добавке сферической формы описывали двумерным уравнением теплопроводности:

$$C_{эф}\rho \frac{\partial T(r,\vartheta,\tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right] + \frac{\lambda}{r\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left[\frac{1}{r}\sin\vartheta \frac{\partial T}{\partial \vartheta}\right], \quad (2)$$

$0<r<R_0, 0< \vartheta < \pi$

$$c_{эф}(t)=\begin{cases} c_{ж}(t),\ t \ge t_L^T \\ c_{тв}(t)+Q_{тв}\dfrac{d\psi(t)}{dt},\ t_S^T < t < t_L^T \\ c_{тв}(t),\ t \le t_S^T \end{cases} \qquad \overline{\rho}(t)=\begin{cases} \rho_{ж}(t),\ t \ge t_L^T \\ (\rho_{тв}(t)+\rho_{ж}(t))/2,\ t_S^T < t < t_L^T \\ \rho_{тв}(t),\ t \le t_S^T \end{cases}$$

(3) (4)

$$\overline{\lambda}(t)=\begin{cases} \lambda_{ж}(t),\ t \ge t_L^T \\ (\lambda_{ж}(t)+\lambda_{тв}(t))/2,\ t_S^T < t < t_L^T \\ \lambda_{тв}(t),\ t \le t_S^T \end{cases} \tag{5}$$

где: $C_{эф}$ – эффективная теплоёмкость, ρ – плотность, λ – теплопроводность, t_L^T – температура ликвидуса, t_S^T – температура солидуса.

Уравнение распределения температуры в затвердевшей на поверхности добавки металлической оболочке имеет вид:

для добавки цилиндрической формы:

$$C_{м}\rho_{м}\frac{\partial T_{м}}{\partial \tau}=\frac{1}{r}[\frac{\partial}{\partial r}\lambda_{м} r\frac{\partial T_{м}}{\partial r}]+\frac{\lambda_{м}}{r}\frac{\partial T_{м}}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \vartheta}[\lambda_{м}\frac{\partial T_{м}}{\partial \vartheta}], \tag{6}$$

$r>Ro,\ \vartheta_{ш}<\vartheta<\pi$

для добавки сферической формы:

$$C_{м}\rho_{м}\frac{\partial T_{м}(r,\vartheta,\tau)}{\partial \tau}=\frac{\lambda_{м}}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial T_{м}}{\partial r}\right]+\frac{\lambda_{м}}{r\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left[\frac{1}{r}\sin\vartheta\frac{\partial T_{м}}{\partial \vartheta}\right], \tag{7}$$

$r>R_0,\ (\vartheta_0<\vartheta<\pi)$

Принято, что точка *Pм* соответствует границе плавления (намерзания) затвердевшей металлической оболочки . При этом условие движения границы плавления (намерзания) записано в виде:

$$\alpha_{м}\left(t_{м}(r,\vartheta,\tau)-t_{пл}^{м}\right)-\lambda\frac{\partial t_{м}(P_{м})}{\partial \overline{n}}=-\rho_{м}Q_{м}W(P_{м});\ t_{м}(P_{м})=t_{пл}^{м} \tag{8}$$

Уравнение распределения температуры в затвердевшей шлаковой оболочке имеет вид:

для добавки цилиндрической формы:

$$C_{ш}\rho_{ш}\frac{\partial T_{ш}}{\partial \tau}=\frac{1}{r}[\frac{\partial}{\partial r}\lambda_{ш} r\frac{\partial T_{ш}}{\partial r}]+\frac{\lambda_{ш}}{r}\frac{\partial T_{ш}}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \vartheta}[\lambda_{ш}\frac{\partial T_{ш}}{\partial \vartheta}], \tag{9}$$

$r > Ro,\quad 0<\vartheta<\vartheta_{ш}$

для добавки сферической формы:

$$C_{ш}\rho_{ш}\frac{\partial T_{ш}(r,\vartheta,\tau)}{\partial \tau}=\frac{\lambda_{ш}}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial T_{ш}}{\partial r}\right]+\frac{\lambda_{ш}}{r\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left[\frac{1}{r}\sin\vartheta\frac{\partial T_{ш}}{\partial \vartheta}\right], \tag{10}$$

$r>R_0,\ (0<\vartheta<\vartheta_0)$

Принято, что точка *Рш* соответствует границе плавления (намерзания) затвердевшей шлаковой оболочки. При этом условие движения границы плавления (намерзания) записано в виде:

$$\alpha_{ш}\left(t_{ш}\left(r,\vartheta,\tau\right)-t_{пл}^{ш}\right)-\lambda\frac{\partial\,t_{ш}(Рш)}{\partial\,\overline{n}}=-\rho_{ш}Q_{ш}W(P_{ш})\,;\,t_{ш}(P_{ш})=t_{пл}^{ш} \quad (11)$$

Между намерзшей металлической оболочкой и поверхностью добавки существует идеальный тепловой контакт, т.е. заданы граничные условия IV рода. В качестве начального условия выбрано распределение температуры в добавке в момент её всплытия на поверхность раздела фаз.

Для расчёта коэффициента теплоотдачи $\alpha_м$ при обтекании добавки цилиндрической формы жидкой сталью значение критерия Нуссельта в условиях вынужденной конвекции определяли из следующего критериального уравнения, в котором за характерный размер *d* принят удесятерённый диаметр цилиндра:

$$Nu_{в}=\frac{0{,}037\,\mathrm{Re}^{0{,}8}\,\mathrm{Pr}}{1+2{,}433\,\mathrm{Re}^{-0{,}11}\left(\mathrm{Pr}^{2/3}-1\right)}, \quad (12)$$

где: *Re, Pr, Nu* – критерии Рейнольдса, Прандтля и Нуссельта соответственно.

Коэффициент теплоотдачи от жидкой стали при естественной конвекции определяли в виде:

$$\alpha_E=2500\left(t_м-t_{vil}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (13)$$

Коэффициент теплоотдачи от жидкой стали в условиях смешанной конвекции определяли следующим выражением:

$$\alpha_м=\lambda ж\frac{\sqrt{Nu_в^2+Nu_e^2}}{10D_0} \quad (14)$$

Коэффициент теплоотдачи $\alpha_м$ в жидкой стали в зависимости от диаметра добавки сферической формы и скорости её обтекания определяли по формулам**:**

$$re=\frac{v_0\cdot D_0}{\nu_S}\,;\ gr=\frac{9.81\cdot D_0^{\,3}\cdot\beta_S\cdot(t_{gm}-t_{vil})}{\nu_S^{\,2}}\,;\ rgr=\frac{gr\cdot\nu_S}{asg}\,;$$

$$\alpha_m=\frac{\lambda_{sg}}{D_0}\cdot\{(2+0.386\cdot(\frac{(re\cdot\nu_S)}{asg})^{\frac{1}{2}})^2+(2+0.45\cdot rgr^{\frac{1}{4}})^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

Уравнения баланса теплоты для расчёта процесса плавления добавки цилиндрической формы

Для решения задачи применили метод элементарных тепловых балансов (метод контрольного объёма) [2–4]. В предлагаемом алгоритме расчёта использовали явную разностную схему. Формировали координатную сетку на половине поперечного сечения цилиндра. Для этого разбивали рассматриваемую половину сечения радиусами r_i, где $1 \le i \le M$ на *M* полукругов и лучами ϑ_j, где $1 \le j \le N$ на *N* секторов. В итоге получили контрольные объёмы с координатами *i,j*. Задали *Mo* – начальное количество узлов по радиусу. Значение *M>Mo* и учитывает максимально возможное количество намёрзших слоёв металла или шлака. Вводили матрицы температур $t_{i,j}^{n+1}$ и $t_{i,j}^{n}$ ($1 \le i \le M$; $1 \le j \le N$) для *(n)* и *(n+1)* временных слоев. Вводили матрицы теплофизических параметров плотности $\rho_{i,j}^{n}$, теплопроводности $\lambda_{i,j}^{n}$ и теплоемкости $C_{i,j}^{n}$, куда заносили соответствующие значения параметров материала цилиндра, затвердевших слоёв металла и шлака.

Рассматривали внутренние контрольные объёмы ($2 \le \mathrm{i} \le \mathrm{M}-1, 2 \le j \le N-1$), центральные контрольные объёмы ($i=1, 1 \le j \le N$) и поверхностные контрольные объёмы ($i=M, 1 \le j \le N$). Уравнение баланса теплоты для центральных контрольных объёмов (i=1, 1<=*j*<=*N*) имеет вид:

$$V \cdot \rho_{1,j}^{n} \cdot C_{1,j}^{n} \frac{t_{1,j}^{n+1}-t_{1,j}^{n}}{\Delta\tau} = 0 - \frac{Ss}{\left(\dfrac{\Delta r}{2\lambda_{1,j}^{n}}+\dfrac{\Delta r}{2\lambda_{2,j}^{n}}\right)}\left(t_{1,j}^{n}-t_{2,j}^{n}\right) + \frac{S\textit{б}}{\left(\dfrac{\Delta r\cdot\Delta\vartheta}{4\lambda_{1,j-1}^{n}}+\dfrac{\Delta r\cdot\Delta\vartheta}{4\lambda_{1,j}^{n}}\right)}\left(t_{1,j-1}^{n}-t_{1,j}^{n}\right) - \frac{S\textit{б}}{\left(\dfrac{\Delta r\cdot\Delta\vartheta}{4\lambda_{1,j}^{n}}+\dfrac{\Delta r\cdot\Delta\vartheta}{4\lambda_{2,j}^{n}}\right)}\left(t_{1,j}^{n}-t_{2,j}^{n}\right) \quad (16)$$

Значения контрольного объёма *V*, верхней поверхности *Ss* и боковых поверхностей *Sб* определяли в виде:

$$V = \frac{\Delta r}{2}\cdot\frac{\Delta r}{2}\cdot\Delta\vartheta\cdot\Delta z, \qquad Ss = \frac{\Delta r}{2}\cdot\Delta\vartheta\cdot\Delta z, \qquad S_{\textit{б}} = \frac{\Delta r}{2}\cdot\Delta z \cdot$$

В расчётах (при *j*=1) исключали второе слагаемое в правой части уравнения (16); (при *j*=*N*) исключали третье слагаемое в правой части того же уравнения.

Уравнения баланса теплоты для внутренних контрольных объёмов ($1<i<M(j),\ 1<=j<=N$) имеют вид:

$$V \cdot \rho_{i,j}^{n} \cdot C_{i,j}^{n} \frac{t_{i,j}^{n+1}-t_{i,j}^{n}}{\Delta\tau} = \frac{Ss}{\left(\dfrac{\Delta r}{2\lambda_{i,j}^{n}}+\dfrac{\Delta r}{2\lambda_{i+1,j}^{n}}\right)}\left(t_{i+1,j}^{n}-t_{i,j}^{n}\right) - \frac{Sj}{\left(\dfrac{\Delta r}{2\lambda_{i,j}^{n}}+\dfrac{\Delta r}{2\lambda_{i-1,j}^{n}}\right)}\left(t_{i,j}^{n}-t_{i-1,j}^{n}\right) -$$

$$-\frac{Sb}{\left(\dfrac{\Delta r\cdot(i-1)\cdot\Delta\vartheta\cdot\Delta z}{2\lambda_{i,j}^{n}}+\dfrac{\Delta r\cdot(i-1)\cdot\Delta\vartheta\cdot\Delta z}{2\lambda_{i,j+1}^{n}}\right)}\left(t_{i,j}^{n}-t_{i,j+1}^{n}\right)+ \qquad (17)$$

$$+\frac{Sb}{\left(\dfrac{\Delta r\cdot(i-1)\cdot\Delta\vartheta\cdot\Delta z}{2\lambda_{i,j-1}^{n}}+\dfrac{\Delta r\cdot(i-1)\cdot\Delta\rho\cdot\Delta z}{2\lambda_{i,j}^{n}}\right)}\left(t_{i,j-1}^{n}-t_{i,j}^{n}\right)$$

Значения контрольных объёмов V, верхней поверхности Ss, нижней поверхности Sj и боковых поверхностей $Sб$ определяли уравнениями вида:

$$V = r_i \cdot \Delta r \cdot \Delta\vartheta \cdot \Delta z = (i-1)\cdot\Delta r\cdot\Delta r\cdot\Delta\vartheta\cdot\Delta z\,;$$

$$S_s = \left(i-\frac{1}{2}\right)\cdot\Delta r\cdot\Delta\vartheta\cdot\Delta z\,;$$

$$S_j = \left(i-1\frac{1}{2}\right)\cdot\Delta r\cdot\Delta\vartheta\cdot\Delta z\,; \qquad Sб=\Delta r\cdot\Delta z\,;$$

В расчётах (при j=1) исключали четвёртое слагаемое в правой части уравнения (17); (при j=N) исключали третье слагаемое в правой части того же уравнения. Согласно метода Дюзимбера при намерзании и последующем плавлении оболочек металла и шлака температура поверхностного слоя принимает значение соответствующей температуры плавления (намерзания), т.е. расчёт поля температур производится с граничными условиями I рода [5,6]. Для расчёта процесса намерзания (плавления) металлической или шлаковой оболочек на поверхностных контрольных объёмах определяли избыточную температуру Tiz из уравнения баланса теплоты:

$$V \cdot \rho^{n}_{M,j} \cdot C^{n}_{M,j}\,\frac{Tiz - Tpl}{\Delta \tau} = \frac{S_j}{\left(\dfrac{\Delta r}{2\lambda^{n}_{M-1,j}} + \dfrac{\Delta r}{2\lambda^{n}_{M,j}}\right)}\left(t^{n}_{M-1,j} - Tpl\right) - S_S \cdot \alpha_j \left(Tpl - t^{ж}_{j}\right) +$$

$$+ \frac{Sb}{\left(\dfrac{\Delta r \cdot M \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z}{2\lambda^{n}_{M,j-1}} + \dfrac{\Delta \cdot M \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z}{2\lambda^{n}_{M,j}}\right)}\left(t^{n}_{M,j-1} - Tpl\right) - \qquad (18)$$

$$- \frac{Sb}{\left(\dfrac{\Delta r \cdot M \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z}{2\lambda^{n}_{M,j}} + \dfrac{\Delta r \cdot M \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z}{2\lambda^{n}_{M,j+1}}\right)}\left(Tpl - t^{n}_{M,j+1}\right)$$

Значения контрольных объёмов V, верхней поверхности Ss, нижней поверхности Sj и боковых поверхностей $Sб$ определяли уравнениями вида:

$$V = r_M \cdot \Delta r \cdot \Delta \rho = M \cdot \Delta r \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z\,; \qquad S_j = \left(M - \frac{1}{2}\right) \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z\,;$$

$$S_s = \left(M + \frac{1}{2}\right) \cdot \Delta r \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta z\,; \qquad Sb = \Delta r \cdot \Delta z\,.$$

<u>Уравнения баланса теплоты для расчёта процесса плавления добавки сферической формы</u>

Для решения задачи формировали координатную сетку. Для этого разбивали сектор сферы на контрольные объёмы с координатами i,j. Значения температуры определяли в центре контрольных объёмов. Задали M_0 –заданное количество узлов по радиусу сферы, N_0–заданное количество секторов по углу θ сферы. Вывели уравнения баланса теплоты для внутренних контрольных объёмов. На рис.2 спредставлена схема, соответствующих контрольных объёмов.

Рис.2. Схема внутренних контрольных объёмов сферы $1<i<M_0$, $1<j<N_0$

Вершины сферического сектора, указанного на рис.2, имеют координаты: A(R, φ, θ), B(R, φ, θ+dθ), C(R+dR, φ, θ+dθ), D(R+dR, φ, θ), A_1(R, φ+dφ, θ), B_1(R, φ+dφ, θ+dθ), C_1(R+ dR, φ+dφ, θ+dθ), D_1(R+ dR, φ+dφ, θ).

Для вывода уравнений баланса теплоты вычисляли значения площадей граней, участвующих в теплообмене, и объём сферического сектора (контрольного объёма) с координатами *i,j*.

Площадь грани ABA_1B_1 вычисляли по уравнению:

$$S_{ABA_1B_1} = A \cdot A_1 \cdot AB = \left[\left(R - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \sin\theta \cdot \Delta\phi\right] \cdot \left(R_0 - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \Delta\theta = \tag{19}$$

$$= \left[\left(i \cdot \Delta r - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \sin\theta \cdot \Delta\phi\right]\left(i \cdot \Delta r - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \Delta\theta = \left[\Delta r\left(i - \frac{1}{2}\right)\right]^2 \cdot \sin\theta \cdot \Delta\theta \cdot \Delta\phi$$

Площадь грани DC_1CD_1 вычисляли по уравнению:

$$S_{DCC_1D_1} = DC \cdot DD_1 = \left[\left(R + \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \sin\theta \cdot \Delta\phi\right] \cdot \left(R + \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \Delta\theta = \tag{20}$$

$$= \left[\left(i \cdot \Delta r - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \sin\theta \cdot \Delta\phi\right]\left(i \cdot \Delta r + \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \Delta\theta = \left[\Delta r\left(i + \frac{1}{2}\right)\right]^2 \cdot \sin\theta \cdot \Delta\theta \cdot \Delta\phi$$

Площадь грани AA_1DD_1 вычисляли по уравнению:

$$S_{AA_1DD_1} = AA_1 \cdot D_1D = \left[\left(R - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \sin\theta \cdot \Delta\phi\right] \cdot \Delta r = \tag{21}$$

$$= \left[\left(i \cdot \Delta r - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \sin\theta \cdot \Delta\phi\right] \cdot \Delta r = \left(i - \frac{1}{2}\right) \cdot \Delta r^2 \cdot \sin\theta \cdot \Delta\phi$$

Площадь грани BB_1CC_1 вычисляли по уравнению:

$$S_{BB_1CC_1} = BB_1 \cdot BC = \left[\left(R - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \sin\left(\theta \cdot \Delta\theta\right) \cdot \Delta\phi\right] \cdot \Delta r = \tag{22}$$

$$= \left[\left(i \cdot \Delta r - \frac{\Delta r}{2}\right) \cdot \sin\left(\theta \cdot \Delta\theta\right) \cdot \Delta\phi\right] \cdot \Delta r = \left(i - \frac{1}{2}\right) \cdot \Delta r^2 \cdot \sin\left(\theta \cdot \Delta\theta\right) \cdot \Delta\phi$$

Объём сферического сектора вычисляли по уравнению:

$$\Delta V = S_{ABA_1B_1} \cdot \Delta r = \left[\Delta r\left(i - \frac{1}{2}\right)\right]^2 \cdot \Delta r \cdot \sin\theta \cdot \Delta\theta \cdot \Delta\varphi \tag{23}$$

Уравнение баланса теплоты для внутренних контрольных объёмов имеет вид:

$$\Delta v \cdot \rho_{i,j} \cdot c_{i,j} \frac{t_{i,j}^{n+1} - t_{i,j}^{n}}{\Delta \tau} = S_{ABA_1B_1} \cdot \frac{2\lambda_{i,j} \cdot \lambda_{i-1,j}}{\lambda_{i,j} + \lambda_{i-1,j}} \cdot \frac{t_{i-1,j}^{n} - t_{i,j}^{n}}{\Delta r} -$$

$$-S_{DCC_1D_1} \frac{2\lambda_{i,j} \cdot \lambda_{i+1,j}}{\lambda_{i,j} + \lambda_{i+1,j}} \cdot \frac{t_{i,j}^{n} - t_{i+1,j}^{n}}{\Delta r} + S_{AA_1DD_1} \cdot \frac{2\lambda_{i,j-1} \cdot \lambda_{i,j}}{\lambda_{i,j} + \lambda_{i,j-1}} \cdot \frac{t_{i,j-1}^{n} - t_{i,j}^{n}}{\Delta \theta} - \tag{24}$$

$$-S_{BB_1CC_1} \frac{2\lambda_{i,j} \cdot \lambda_{i,j+1}}{\lambda_{i,j} + \lambda_{i,j+1}} \cdot \frac{t_{i,j}^{n} - t_{i,j+1}^{n}}{i \cdot \Delta r \cdot \Delta \theta}$$

В расчётах (при j=1) исключали третье слагаемое в правой части уравнения (24); (при j=N) исключали четвёртое слагаемое в правой части того же уравнения.

Ниже (рис.3) представлена схема центральных контрольных объёмов.

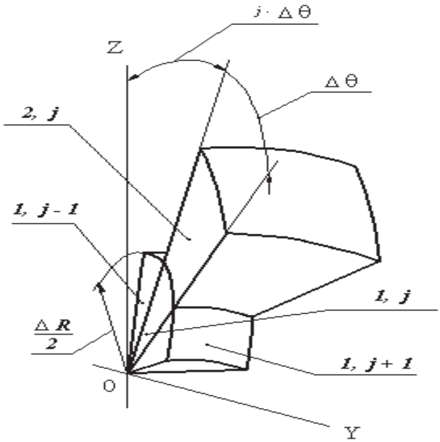

Рис.3. Схема центральных контрольных объёмов сферы

Уравнение баланса теплоты для центральных (i=1, 1≤j≤N_0) контрольных объёмов имеет вид:

$$\Delta v \cdot \rho \cdot c \frac{t_{1,j}^{n+1} - t_{1,j}^{n}}{\Delta \tau} = 0 - S_{DCC_1D_1} \lambda \cdot \frac{t_{1,j}^{n} - t_{2,j}^{n}}{\Delta r} + S_{ODD_1} \lambda \cdot \frac{t_{1,j-1}^{n} - t_{1,j}^{n}}{\Delta r \cdot \Delta \theta} - S_{OBB_1} \lambda \cdot \frac{t_{1,j}^{n} - t_{1,j+1}^{n}}{\Delta r \cdot \Delta \theta} \tag{25}$$

В расчётах (при j=1) исключали второе слагаемое в правой части уравнения (25); (при j=N) исключали третье слагаемое в правой части того же уравнения.

Уравнение баланса теплоты для расчёта намерзания и последующего плавления металлической и шлаковой оболочек

В поверхностном контрольном объёме с координатами M_j, j $(1 \le j \le N_0)$ может происходить намерзание (плавление) шлакового или/и металлического расплавов. Для этого определяли избыточную температуру t_u^j для каждого поверхностного контрольного объёма.

Уравнение баланса теплоты (по углу θ) для расчётов избыточной температуры t_u^j при намерзании и плавлении шлаковой или металлической оболочек на поверхностных контрольных объёмах имеет вид:

$$\Delta v \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{t_u^j - t_{пл}}{\Delta\tau} = S_{ABA_1B_1} \cdot \frac{2\lambda_{M_J-1,j} \cdot \lambda_{M_J,j}}{\lambda_{M_J-1,j} + \lambda_{M_J,j}} \cdot \frac{t^n_{M_J,j} - t_{пл}}{\Delta r} - S_{DCC_1D_1} \cdot \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{M_j})^2 \cdot \alpha \cdot \frac{t_{пл} - t_{ж}}{\Delta r} + \tag{26}$$

$$+ S_{AA_1DD_1} \cdot \frac{\lambda_{M_J,j} \cdot \lambda_{M_J,j-1}}{\lambda_{M_J,j} + \lambda_{M_J,j-1}} \cdot \frac{t^n_{M_J,j-1} - t_{пл}}{(M_j \cdot \Delta r \cdot \Delta\vartheta)^2} - S_{BB_1CC_1} \cdot \frac{2\lambda_{M_J,j} \cdot \lambda_{M_J,j+1}}{\lambda_{M_J,j} + \lambda_{M_J,j+1}} \cdot \frac{t_{пл} - t^n_{M_J,j+1}}{(M_j \cdot \Delta r \cdot \Delta\vartheta)^2}]$$

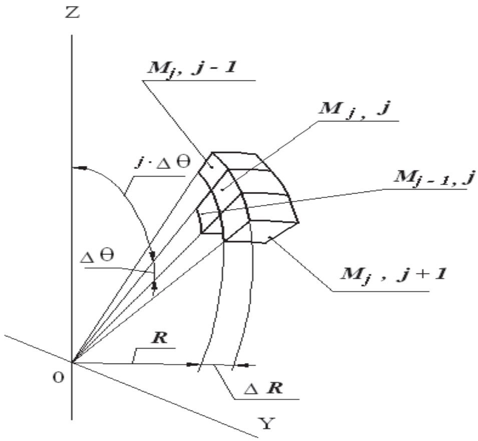

Рис.4. Схема поверхностных контрольных объёмов сферы

Если $j \le Jh$ то: $\rho = \rho_ш$; $c = c_ш$; $t_{пл} = t_{пл}^ш$; $\alpha = \alpha_ш$; $t_ж = t_ж^ш$.

Если $j > Jh$ то: $\rho = \rho_м$; $c = c_м$; $t_{пл} = t_{пл}^м$; $\alpha = \alpha_м$; $t_ж = t_ж^м$.

В расчётах (при j=1) исключали третье слагаемое в правой части уравнения (26); (при j=N) исключали четвёртое слагаемое в правой части того же уравнения.

Значение *Jh* обозначает количество секторов (по *j*) добавки находящихся в шлаковом расплаве и зависит от плотности добавки и массы намёрзшего шлака и металла на поверхности добавки.

Уравнение баланса теплоты (по углу θ) при расчёте избыточной температуры t_u^j при плавлении первоначальной металлической оболочки расплава имеет вид:

$$\Delta v \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{t_u^j - tvil}{\Delta\tau} = S_{ABA_1B_1} \cdot \frac{2\lambda_{M_J-1,j} \cdot \lambda_{M_J,j}}{\lambda_{M_J-1,j} + \lambda_{M_J,j}} \cdot \frac{t^n_{M_J,j} - tvil}{\Delta r} - S_{DCC_1D_1} \cdot \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{M_j})^2 \cdot \alpha \cdot \frac{tvil - t_{ж}}{\Delta r} + \tag{27}$$

$$+ S_{AA_1DD_1} \cdot \frac{\lambda_{M_J,j} \cdot \lambda_{M_J,j-1}}{\lambda_{M_J,j} + \lambda_{M_J,j-1}} \cdot \frac{t^n_{M[j],j-1} - tvil}{(M_j \cdot \Delta r \cdot \Delta\vartheta)^2} - S_{BB_1CC_1} \cdot \frac{2\lambda_{M_J,j} \cdot \lambda_{M_J,j+1}}{\lambda_{M_J,j} + \lambda_{M_J,j+1}} \cdot \frac{tvil - t^n_{M_J,j+1}}{(M_j \cdot \Delta r \cdot \Delta\vartheta)^2}]$$

В расчётах (при *j*=1) исключали третье слагаемое в правой части уравнения (27); (при *j*=*N*) исключали четвёртое слагаемое в правой части того же уравнения.

Исходные данные и результаты исследования. На рис.5 представлены результаты численной оценки продолжительности плавления легкоплавкого ферросилиция марки ФС65 в виде кусков (диаметры фракций 10, 25 и 50мм) цилиндрической и сферической формы в условиях протекания процессов на границе раздела фаз «шлак – металл». Расчёты выполнены для разных значений температуры жидкой стали (1550,1600 и 1650^{0}С), разной толщины намёрзшей первоначальной металлической оболочки (1 и 2 мм) и без неё (0 мм) на введённом в расплав куске. В расчётах учтена различная скорость обтекания нижней части куска–добавки, погруженной в расплав стали, металлом (0,004; 0,01 и 1,0 м/с). Значения выбранной скорости являются характерными для условий ввода добавок в сталеразливочный ковш во время выпуска плавки из плавильного агрегата [7]. Использованные в расчётах физические и теплофизические свойства ФС65 взяты по данным [8], а стали и шлака – по данным [9].

Результаты оценки продолжительности плавления кускового ФС65 свидетельствуют о более длительном процессе в рассматриваемых условиях по сравнению с его протеканием в глубине ванны [7] при температуре стали 1600^{0}С и независимо от формы добавки. Это можно объяснить

менее благоприятными условиями плавления верхней части куска, находящейся в жидком шлаке с коэффициентом теплоотдачи значительно ниже, по сравнению с жидким металлом. В целом, определено, что плавление на границе раздела фаз сферического куска менее продолжительное по сравнению с куском цилиндрической формы, что, вероятно, связано с повышенными коэффициентами теплоотдачи для сферы по сравнению с куском цилиндрической формы. Последнее обстоятельство особенно характерно для кусков мелких фракций (10 и 25мм).

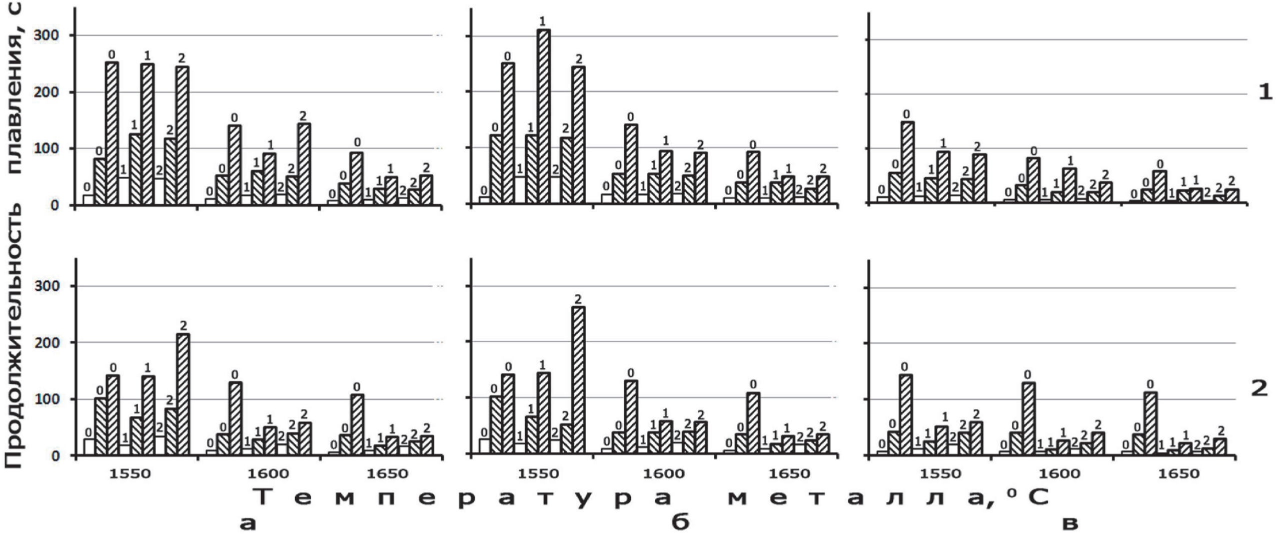

Рис.5. Продолжительность плавления кускового ферросилиция (ФС65) цилиндрической (1) и сферической (2) формы (фракции: – 10мм, – 25мм и – 50мм) при различных температурах металла, имеющего скорость обтекания куска 0,004м/с (а), 0,01м/с (б), 1м/с (в). Цифры над столбцами – толщина намёрзшего металла (мм).

Подтверждены также ранее установленные (для условий плавления добавок в глубине металлической ванны) закономерности о влиянии температуры жидкого металла и скорости обтекания куска–добавки металлическим расплавом на продолжительность плавления последнего.

На этом этапе исследований не установлено однозначного влияния толщины намёрзшей первоначальной металлической оболочки на кинетику плавления легкоплавких добавок в этих условиях. Сопоставительным анализом приведённых выше результатов с данными авторов [10,11], экспериментально изучавших продолжительность плавления ферросилиция марок ФС25, ФС45 и ФС75, определено расхождение. Это обстоятельство можно объяснить разными условиями плавления добавок: в нашем случае учитывался слой шлака на поверхности металлического расплава, который окружал верхнюю часть добавки, а при экспериментальном изучении добавка вводилась в расплав, находящийся в инертной атмосфере и практически без слоя шлака. Поэтому окончательный вывод установленного факта будет сделан после разработки и моделирования в соответствие с условиями эксперимента.

Заключение. Приведённые результаты оценки длительности плавления легкоплавких добавок будут использованы в дальнейших исследованиях с целью повышения эффективности их использования в различных вариантах внепечной обработки стали. Планируется расширение теоретических исследований в направлении разработки и использования математических моделей процессов плавления и усвоения ведущих элементов жидким металлом из сверхтугоплавких, тугоплавких и легкоплавких добавок в условиях их протекания на границе раздела фаз «шлак – металл», а также уточнение имеющихся данных о кинетике процессов плавления и усвоения добавок разного состава, формы и назначения при вводе в металлическую ванну на разных этапах сталеплавильного передела.

Проверка адекватности результатов численных исследований будет проведена после разработки математических моделей и соответствующей оценки длительности процессов массопереноса продуктов плавления (растворения) в металлической ванне с учётом её гидродинамического и теплового состояний.

1. *Разработка* моделей и исследование процессов плавления тугоплавких добавок на границе раздела фаз / И.А.Павлюченков, В.П.Пиптюк, М.В.Бабенко и др. // Сб. «Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии, 2009. – Вып. 20. – С.100–113.

2. *Теплообмен* и тепловые режимы в промышленных печах / В.И.Тимошпольский, И.А.Трусова, А.Б.Стеблов, И.А.Павлюченков – Минск, Вышейшая школа, 1992. –217с.

3. *Элементы* теории систем и численные методы моделирования процессов тепломассопереноса / В.С.Швыдкий, Н.А.Спирин, М.Г.Ладытичев и др. –М: Интермет инжиниринг, 1999. –520с.

4. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784с.

5. *Бабенко М.В., Павлюченков И.А.* Алгоритм расчёта (на основе метода Дюзимбера) двухмерной задачи плавления цилиндра в расплаве.// Металургійна теплотехніка: Зб. наук. пр. НМетАУ. – Дніпропетровськ: ПП Грек О.С., 2006. – С.3–7.

6. *Павлюченков И.А.* Численное моделирование (на основе метода Дюзимбера) процессов плавления тел в расплаве // Математичне моделювання. – 1997. – №2. – С. 37 – 43.

7. *Вихлевщук В.А., Харахулах В.С., Бродский С.С.* Ковшевая доводка стали. Днепропетровск: Системные технологии, 2000. – 190с.

8. *Пиптюк В.П., Петров А.Ф., Греков С.В., Буршитин В.А.* Прогнозирование свойств стандартных марганец– и кремнийсодержащих ферросплавов. Сб. «Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии, 2008. –Вып. 17. – С.218–230.

9. *Влияние* защитной оболочки и утяжелителя на кинетику плавления алюминиевого слитка на границе шлак – металл сталеразливочного ковша. / И.А.Павлюченков, М.В.Бабенко, Р.В.Волошин и др.//Теория и практика металлургии. – 2010. – №№1–2. – С.49–53.

10. *Изучение* влияния технологических факторов на время плавления кремнистых ферросплавов в жидком металле. / Е.Ю.Лозовая, А.В.Некрасов, В.И.Жучков и др.// Расплавы. – 2001.– №3. – С.10–17.

11. *Математическое* моделирование процессов плавления ферросплавов в железоуглеродистом расплаве / А.В.Некрасов, Е.Ю.Лозовая А.С.Носков и др. // Тр.Всероссийской науч.–техн. конф. «Моделирование, программное обеспечение и наукоёмкие технологии в металлургии» Под общей редакцией С.П. Мочалова. СибГИУ. – Новокузнецк, 2001. – 497с.

Статья рекомендована к печати
докт. техн. наук, проф. В.Ф.Поляковым

І.О.Павлюченков, В.П.Піптюк, І.М.Логозинський, М.В.Бабенко, С.В.Греков , Г.О.Андрієвський

Дослідження кінетики плавлення легкоплавких грудкових добавок на межі розділу фаз «шлак – метал».

Розроблено математичну модель і алгоритм розрахунку процесів плавлення легкоплавких грудкових добавок на межі розділу фаз «шлак–метал». Проведено моделювання плавлення цих добавок циліндричної та сферичної форми у вказаних умовах. Оцінено тривалість плавлення легкоплавких добавок різного фракційного складу при введенні в заповнюваний металевим розплавом сталерозливний ківш.