Доповіді
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

11 • 2008

ЕНЕРГЕТИКА

УДК 621.318.001.2

Член-корреспондент НАН Украины **А. Е. Божко**

О двухтактном электромагнитном вибростенде с полигармоническим управлением

The possibility for the reproduction of polyharmonic vibrations on a two-stroke electromagnetic vibrobench is investigated.

Двухтактные электромагнитные вибровозбудители (ДЭМВ) рассматриваются в работах [1–3]. Однако в них отсутствует решение задачи о воспроизведении ДЭМВ полигармонических вибраций. Известно [4, 5], что в эксплуатационных условиях транспортных средств вибрации представляют собой полигармонические процессы и поэтому испытания деталей, узлов и самих транспортных и других объектов на действие полигармонических вибраций позволяет более точно оценить надежность испытуемых изделий. В связи с этим важно знать поведение ЭМВ в системе испытательного стенда при подаче на его вход полигармонического сигнала

$$U(t) = \sum_{kj=1}^{n} U_{ak} \sin \omega_k t, \qquad (1)$$

где U_{ak}, ω_k — амплитуда и круговая частота k-й гармоники соответственно; t — время; n — число гармоник.

В работе [4] изложены принципы и особенности воспроизведения полигармонических вибраций однотактными электромагнитными вибраторами. В отличие от однотактных ЭМВ, ДЭМВ воспроизводят управляющие сигналы в виде вибраций подвижных частей с теми же частотами, что и задающие входные напряжения [3]. А это значит, что на ДЭМВ стенде можно более точно воспроизводить необходимые гармонические воздействия. Но ДЭМВ с одной обмоткой и последовательным диодом с ней на каждом магнитопроводе не позволяет точно воспроизводить полигармонические вибрации [2]. Возникает вопрос: как быть? На наш взгляд, имеется, кроме нескольких магнитопроводов со своими обмотками, два варианта включения в ДЭМВ полигармонического сигнала. Схемы ДЭМВ, соответствующие этим вариантам, изображены на рис. 1, 2, где Я1, Я2 — якори; М1, М2 — магнитопроводы; ПР1, ПР2 — пружины; Ш — штоки; К — корпус; δ — воздушный зазор; О11–О1n,

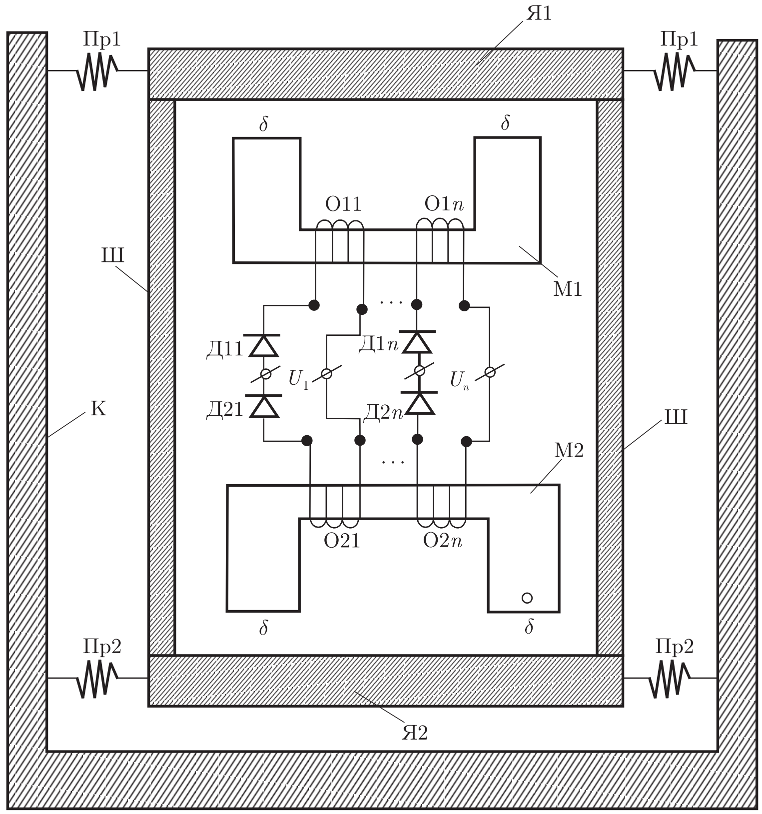

Рис. 1

О21–О2n — электрические обмотки; U_1, U_n — гармонические электрические напряжения; Д11–Д1n, Д21–Д2n — диоды.

На рис. 2 приведена только схема соединения U_1–U_n с одной обмоткой на М1 и на М2, в схеме на рис. 1 — несколько обмоток О1 — Оn, а в схеме на рис. 2 — по одной обмотке на каждом магнитопроводе, но имеется два сумматора — СМ1 и СМ2.

Принцип функционирования электрических и магнитных цепей в этих вариантах ДЭМВ разный. В первом варианте по каждой обмотке О_k, $k = \overline{1,n}$, идет ток $i_k(t)$, который в силу закона полного тока [5]

$$i_k w_k G = \Phi_k, \qquad (2)$$

где w_k — число витков обмотки О_k; $G = \mu_0 S/(2\delta)$ — магнитная проводимость ЭМВ; μ_0 — магнитная проницаемость воздуха; S — площадь поперечного сечения магнитопровода, создает магнитный поток Φ_k. Суммарный магнитный поток $\Phi_\Sigma = \sum\limits_{k=1}^{n} \Phi_k$ создает в одну полуволну $i_k(t)$ тяговое усилие $F_{1\Sigma}$, а во вторую — тяговое усилие $F_{2\Sigma}$, которые заставляют вибрировать систему якорей Я1 + Я2 + 2Ш, находящихся на пружинах 2Пр1, 2Пр2.

Во втором варианте в один полупериод U_k, $k = \overline{1,n}$, с выхода См1 на обмотку О1 поступает $\sum\limits_{k=1}^{n} U_k \Big|_0^{T_k/2}$, где T — период k-й гармоники, создающей в О1 электрический ток

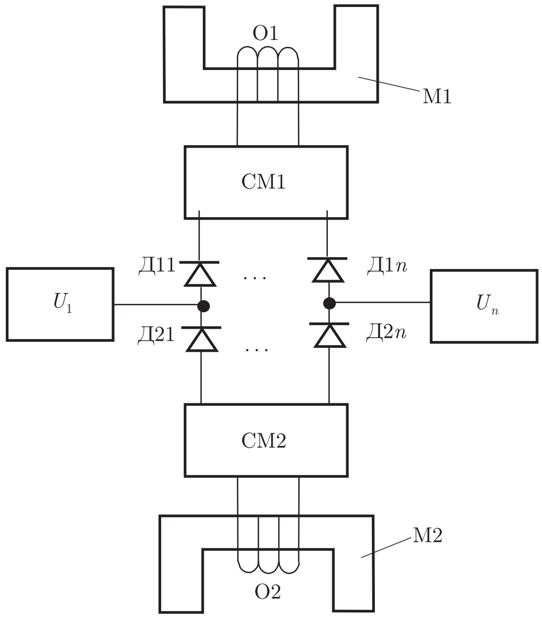

Рис. 2

$\sum\limits_{k=1}^{n} i_k\Big|_0^{T_k/2}$, который, в свою очередь, в магнитной системе ЭМВ1 наводит магнитный поток $\Phi_{1\Sigma} = \sum\limits_{k=1}^{n} \Phi_{1k}\Big|_0^{T_k/2}$, обусловливающий возникновение тягового усилия $F_{1\Sigma}$, а во втором полупериоде — $\sum\limits_{k=1}^{n} U_k\Big|_0^{T_k/2}$ в О2 создается $\sum\limits_{k=1}^{n} i_k\Big|_0^{T_k/2}$, $\Phi_{2\Sigma} = \sum\limits_{k=1}^{n} \Phi_{2k}\Big|_0^{T_k/2}$ и $F_{2\Sigma}$. В результате действия $F_{1\Sigma}$ и $F_{2\Sigma}$ якорная система Я1 + Я2 + 2Ш вибрирует.

Представим математическую интерпретацию рассматриваемых вариантов ДЭМВ. В соответствии с [3] тяговое усилие ДЭМВ в каждый полупериод $U_k(t) = U_{ak}\sin\omega_k t$ при $k = 1$ определяется по формуле

$$F_k(t) = \frac{U_{ak}^2}{4\omega_k^2 w_k^2 \mu_0 S}(1 - \cos\omega_k t). \tag{3}$$

Как видно из (3), тяговое усилие F_k имеет постоянную составляющую

$$F_{0k} = \frac{U_{ak}^2}{4\omega_k^2 w_k^2}\mu_0 S$$

и переменную

$$F_{nk} = \frac{-U_{ak}^2 \cos\omega_k t}{4\omega_k^2 w_k^2 \mu_0 S}.$$

Но так как в каждый полупериод U_k, F_k противоположны, то F_{0k1} компенсируется F_{0k2}, и этим самым происходят колебания подвижной системы ДЭМВ под действием F_{k1} и F_{k2}. Однако при полигармоническом управлении (1) ДЭМВ происходят в последнем процессы, несколько отличающиеся от ДЭМВ с моногармоническим управлением $U = U_a \sin\omega t$.

Так, в первом варианте (см. рис. 1) уравнение для тока в k-й обмотке следующее [4]:

$$i_k + \frac{w_k}{w_l \omega_k} \frac{d^2 i_k}{dt^2} = \frac{U_k}{\omega_k L_k} - \frac{1}{w_k} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{n} \frac{w_l}{\omega_l} \frac{d}{dt} \left(\frac{U_l}{\omega_l L_l} - \frac{1}{w_l} \sum_{\substack{m=2,\ m \neq l \\ l \neq k}}^{n} \frac{w_m}{\omega_m} \frac{di_m}{dt} \right), \qquad k = \overline{1, n}. \tag{4}$$

Интегрирование (4) осуществляется в течение каждого полупериода k, l, m-гармоник. Поэтому при использовании (2) получаем выражение тягового усилия в каждый полупериод с учетом работ [3, 5] в виде

$$F_{\mathrm{I,II}} = \frac{1}{\mu_0 S} \left\{ \sum_{k=1}^{n} \frac{\Phi_{ak}^2}{2} (1 - \cos \omega_k t) + \sum_{\substack{k=1,\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} \Phi_{ak} \Phi_{al} \left[\cos\left(\frac{\omega_k - \omega_l}{2} \right) t - \cos\left(\frac{\omega_k + \omega_l}{2} \right) t \right] \right\}, \tag{5}$$

где $C_n^2 = n(n-1)/2$ — число сочетаний из n по два.

Как видно из (5), в F_{I} и F_{II} присутствуют постоянные составляющие

$$F_{\mathrm{I,II}}(0) = \frac{1}{\mu_0 S} \sum_{k=1}^{n} \frac{\Phi_{ak}^2}{2},$$

которые направлены противоположно друг другу, компенсируя этим самым постоянное смещение подвижной части, т. е. постоянное смещение якоря Я1+Я2 $x_{\text{я}0} = 0$. Кроме того, из (5) также видно, что в F_{I} и F_{II} присутствуют переменные гармонические составляющие с частотами ω_k, $(\omega_k - \omega_l)/2$, $(\omega_k + \omega_l)/2$. Число частот ω_k равно n, а других частот $C_n^2 = n(n-1)/2$.

Во втором варианте (см. рис. 2), согласно [4], тяговые усилия в каждый полупериод F_{I} и F_{II} описываются тем же выражением (5) и обладают упомянутыми ранее свойствами. Исходя из того, что обычно в ЭМВ индуктивное сопротивление $x_L = \omega L$ значительно больше активного сопротивления r, амплитуда тока $I_{ak} = U_{ak}/(\omega_k w_k)$ и с учетом (2) в выражении (5) будут $\Phi_{ak} = U_{ak}/(\omega_k w_k)$, $\Phi_{al} = U_{al}/(\omega_l w_l)$. Подвижная часть ДЭМВ по рис. 1, являясь колебательной системой, описывается уравнением

$$m_{\text{я}} \frac{d^2 x}{dt^2} + b_{\text{я}} \frac{dx}{dt} + c_{\text{я}} x = F_{\mathrm{I,II}}, \tag{6}$$

где $m_{\text{я}}$ — масса; $b_{\text{я}}$, $c_{\text{я}}$ — коэффициенты диссипации и упругости соответственно.

Правая часть $F_{\mathrm{I,II}}$ в (6) обозначает то, что в один полупериод действует F_{I}, притягивая Я1 + Я2 к М1, а во второй полупериод действует F_{II}, притягивая Я1 + Я2 к М2. Этим самым получаются гармонические колебания подвижной системы совместно с испытуемым объектом в виде

$$x(t) = \sum_{k=1}^{n} x_{ak1} \cos(\omega_k t - \varphi_{xk1}) + \\ + \sum_{\substack{k=1,\ l=1 \\ k \neq l}}^{C_n^2} x_{ak2} \left\{ \cos\left[\frac{1}{2}(\omega_k - \omega_l) - \varphi_{xk2} \right] - \cos\left[\frac{1}{2}(\omega_k + \omega_l) - \varphi_{xk3} \right] \right\}, \tag{7}$$

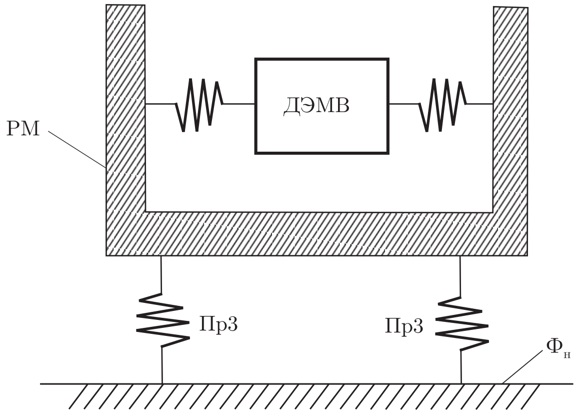

Рис. 3

где x_{ak1}, x_{ak2} — амплитуды гармонических колебаний Я1 + Я2; φ_{xk} — угол сдвига перемещения $x_k(t)$ относительно $F_k(t)$. В (7) величины $x_{ak1,2}$ и φ_{xk} определяются соотношениями [6]

$$x_{ak1,2} = \frac{F_{a\mathrm{I,II}}}{m_{я}\sqrt{(\omega_k^2 - \omega_{0я}^2)^2 + \left(\dfrac{b_{я}\omega_k}{m_{я}}\right)^2}}, \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} \varphi_{xk1} &= \operatorname{arctg}\frac{\omega_k b_{я}}{m(\omega_k^2 - \omega_{0я}^2)}, \\ \varphi_{xk2} &= \operatorname{arctg}\frac{(\omega_k - \omega_l)b_{я}}{m_{я}[(\omega_k - \omega_l)^2 - \omega_{0я}^2]}, \\ \varphi_{xk3} &= \operatorname{arctg}\frac{(\omega_k + \omega_l)b_{я}}{m_{я}[(\omega_k + \omega_l)^2 - \omega_{0я}^2]}, \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

$\omega_{0я}^2 = \sqrt{c_{я}/m_{я}}$ — собственная частота колебаний подвижной системы ДЭМВ.

В электромагнитных вибростендах с целью уменьшения влияния колебаний (Я1 + Я2) на фундамент встраивают реактивную массу РМ, соединенную с (Я1 + Я2) пружинами, и так же — пружинами с корпусом. В нашем случае (см. рис. 1) корпус К может служить реактивной массой и ее можно соединить с фундаментом через дополнительные пружины (см. рис. 3), где $Ф_{н}$ — фундамент. Подвижная часть ДЭМВ с РМ представляет собой колебательную систему (КС) с двумя степенями свободы. Механическая схема этой КС изображена на рис. 4, где $m_{я}$ — масса (Я1 + Я2); m_p — масса РМ; $c_{я}$, $c_{р}$ — коэффициенты жесткости; $b_{я}$, $b_{р}$ — коэффициенты диссипации; $x_{я}$, $x_{р}$ — перемещение $m_{я}$ и m_p соответственно; F — тяговое усилие.

Уравнения движения этой КС следующие:

$$\left.\begin{aligned} m_{я}\frac{d^2x_{я}}{dt^2} + b_{я}\frac{dx_{я}}{dt} + c_{я}x_{я} &= F + b_{я}\frac{dx_p}{dt} + c_{я}x_{р}, \\ m_p\frac{d^2x_p}{dt^2} + (b_{я} + b_p)\frac{dx_p}{dt} + (c_{я} + c_p)x_p &= b_{я}\frac{dx_{я}}{dt} + c_{я}x_{я}. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

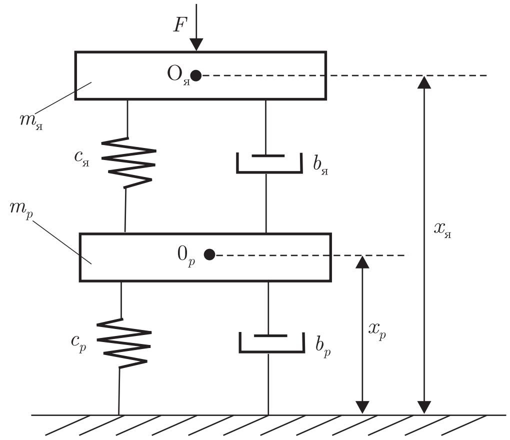

Рис. 4

Данная КС является линейной. Поэтому к ней может быть применен принцип суперпозиции и тогда при F_{I}, F_{II}, $F_{\mathrm{I,II}\ (0)}$

$$x_я = \sum_{л=1}^{т} x_{k1} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2} x_{k2}. \tag{11}$$

Подставляя (7) в (10), получим

$$\begin{gathered}
m_я\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{d^2x_{яk1}}{dt^2} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2}\frac{d^2x_{яk2}}{dt^2}\right) + b_я\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{dx_{яk1}}{dt} + \frac{dx_{яk2}}{dt}\right) + \\
+ c_я\left(\sum_{k=1}^{n}x_{яk1} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2}x_{яk2}\right) = \sum_{л=1}^{т}F_{k1} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2}F_{k2} + \\
+ b_я\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{dx_{pk1}}{dt} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2}\frac{dx_{pk2}}{dt}\right) + c_я\left(\sum_{k=1}^{n}x_{\mathrm{p}k1} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2}x_{\mathrm{p}k2}\right), \\
m_p\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{d^2x_{pk1}}{dt^2} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2}\frac{d^2x_{pk2}}{dt^2}\right) + (b_я + b_p)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{dx_{pk1}}{dt} + \frac{dx_{pk2}}{dt}\right) + \\
+ (c_я + c_p)\left(\sum_{k=1}^{n}x_{pk1} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2}x_{pk2}\right) = \\
= b_я\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{dx_{яk1}}{dt} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2}\frac{dx_{яk2}}{dt}\right) + c_я\left(\sum_{k=1}^{n}x_{яk1} + \sum_{\substack{k=1,\ l=1\\ k\neq l}}^{C_n^2}x_{яk2}\right).
\end{gathered} \tag{12}$$

Здесь

$$
\begin{aligned}
&x_{\text{я}k1}(t) = x_{\text{ая}k1}\cos(\omega_k t - \varphi_{x\text{я}k1}),\\
&x_{\text{я}k2}(t) = x_{\text{ая}k2}\{\cos[(\omega_k - \omega_l)t - \varphi_{x\text{я}k2}] - \cos[(\omega_k + \omega_l)t - \varphi_{x\text{я}k2}]\},\\
&x_{pk1}(t) = x_{\text{а}pk1}\cos(\omega_k t - \varphi_{pk1}),\\
&x_{pk2}(t) = x_{\text{а}pk2}\{\cos[(\omega_k - \omega_l)t - \varphi_{pk2}] - \cos[(\omega_k + \omega_l)t - \varphi_{pk2}]\},
\end{aligned}
$$

где амплитуды $x_{a\text{я}k1,2}$, $x_{apk1,2}$ и углы $\varphi_{xk\text{i}}$, x_{pki}, $i = 1, 2$, могут определяться по формулам (8), (9). Причем в этих формулах для амплитуд $x_{a\text{я}ki}$, x_{apki}, $i = 1, 2$, должны включаться соответствующие амплитуды воздействий, представленных в (12), а для x_{apki}, $i = 1, 2$, в знаменателе должны быть $b_{\text{я}} + b_p$. Также выражение $b_{\text{я}} + b_p$ должно фигурировать в формуле, соответствующей (9) для φ_{pki}, $i = \overline{1, 2}$.

Как было отмечено ранее, возможно проектирование ДЭМВ с несколькими электромагнитами (ЭМ), действующими на один якорь (Я). В этом случае, согласно работам [3, 4], тяговое усилие определяется суммой индивидуальных тяговых усилий в виде

$$
F_k = \frac{1}{2\mu_0 S_k}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{U_{ak}}{\omega_k w_k}\right)^2[1 - \cos(\omega_k t - \varphi_k)]. \tag{13}
$$

Из (13) видно, что в тяговом усилии якоря, а также далее в его колебаниях присутствуют только заданные гармоники.

Данное конструктивное решение в проектировании ДЭМВ более громоздкое и дорогостоящее по сравнению с представленными, но жизнеспособно. Рассмотренные теоретические исследования прошли экспериментальную проверку в Институте проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины и полностью были подтверждены правильностью решения.

1. *Вибрации* в технике: В 4-х т. / Под ред. Э. Э. Лавенделла. – Москва: Машиностроение, 1981. – Т. 4. – 510 с.
2. *Божко А. Е., Мягкохлеб К. Б.* О некоторых особенностях двухтактных электромагнитных вибровозбудителей // Доп. НАН України. – 2005. – № 5. – С. 76–80.
3. *Божко А. Е., Личкатый Е. А., Мягкохлеб К. Б.* О двухтактном электромагнитном вибровозбудителе // Там само. – 2006. – № 5. – С. 90–93.
4. *Божко А. Е.* Принципы и особенности воспроизведения полигармонических вибраций электромагнитными вибраторами // Пробл. машиностроения. – 2004. – **7**, № 2. – С. 32–38.
5. *Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники. – Москва: Высш. шк., 1978. – 528 с.
6. *Божко А. Е., Голуб Н. М.* Динамико-энергетические связи колебательных систем. – Киев: Наук. думка, 1980. – 188 с.

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 14.08.2007