УДК 621.3.011.74.005

АНАЛІЗ ЗАЛЕЖНОСТІ СТАЛИХ ІНТЕГРУВАННЯ У РІВНЯННЯХ, ЩО ОПИСУЮТЬ ПРОЦЕСИ У *RLC*-КОЛАХ ПРИ СИМЕТРИЧНОМУ КЕРУВАННІ ПЕРЕМИКАННЯМИ ЄМНОСТІ ТА РІЗНИМИ СПІВВІДНОШЕННЯМИ МІЖ ПЕРІОДАМИ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ І ДЖЕРЕЛА ЖИВЛЕННЯ

Н.А. Шидловська, член-кореспондент НАН України,
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.

Досліджено залежності сталих інтегрування від співвідношення між періодами напруги живлення, керуючого сигналу та періоду власних коливань системи при симетричному керуванні перемиканнями ємності у послідовному RLC-колі синусоїдної напруги. Розглянуто характерні випадки, коли період керуючого сигналу вдвічі більший, рівний та вдвічі менший періоду вхідної напруги. Аналіз проведено за допомогою методів теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією. Одержано співвідношення для сталих інтегрування, що включають коефіцієнти, залежні від параметрів кола, змінюючи які, можна в певних межах вибирати кількість перемикань, необхідних для досягнення усталеного режиму. Бібл. 3.
Ключові слова: *RLC*-кола, сталі інтегрування, перемикання, період.

Генерування реактивної потужності можна досягти за допомогою примусового реверсування реактивного елемента в послідовному *RLC*-колі синусоїдної напруги [3]. Така операція не змінює структуру кола, проте стрибкоподібно змінює в момент перемикання початкові умови. Це робить доцільним використання для аналізу зазначених кіл теорії диференціальних рівнянь з імпульсною дією [1]. Крім того, оскільки вигляд розв’язку диференціального рівняння, що описує процеси у зазначеному колі, також незмінний, особливу увагу слід приділити сталим інтегрування. Задача ускладнюється тим, що сталі інтегрування при кожному наступному перемиканні залежать від сталих інтегрування на всіх попередніх ділянках між перемиканнями.

Метою роботи є аналіз залежності сталих інтегрування від співвідношення між періодами напруги живлення, керуючого сигналу та періоду власних коливань системи при симетричному керуванні перемиканнями у послідовному *RLC*-колі синусоїдної напруги. При цьому будемо розглядати характерні випадки співвідношень між періодами вхідного та керуючого сигналу.

Для зменшення громіздкості співвідношень знехтуємо втратами при аналізі коливального режиму у колі з реверсуванням ємності.

Розв’язком диференціального рівняння, що описує процеси у зазначеному колі між перемиканнями, буде

$$q = A_{1n}\cos\omega_0 t + A_{2n}\sin\omega_0 t + \frac{U_m}{L(\omega_0^2-\omega_1^2)}\sin(\omega_1 t+\varphi_1),$$
$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 A_{1n}\sin\omega_0 t + \omega_0 A_{2n}\cos\omega_0 t + \frac{U_m\omega_1}{L(\omega_0^2-\omega_1^2)}\cos(\omega_1 t+\varphi_1), \tag{1}$$

де q – заряд на конденсаторі; i – струм; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – власна частота; L – індуктивність; C – ємність; U_m – максимальне значення напруги; ω_1 – кутова частота; φ_1 – початкова фаза; n – номер перемикання; A_{1n}, A_{2n} – сталі інтегрування.

За початкових умов $\quad q\big|_{t=0} = Q_0; \qquad \left.\frac{dq}{dt}\right|_{t=0} = 0 \qquad (2)$

сталі інтегрування для першого включення мають вигляд

$$A_{10} = Q_0 - K_0 \sin\varphi_1; \qquad A_{20} = -K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos\varphi_1, \tag{3}$$

і для перших чотирьох реверсувань можемо записати

$$A_{11} = -(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\cos\omega_0\tau + K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\omega_0\tau - 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{\tau}{2} + \varphi_1\right)\cos\omega_0 \frac{\tau}{2};$$

$$A_{21} = -(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\sin\omega_0\tau - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\omega_0\tau - 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{\tau}{2} + \varphi_1\right)\sin\omega_0 \frac{\tau}{2};$$

$$\begin{gathered}
A_{12} = (Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\cos\omega_0\tau + K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\omega_0\tau + \\
+ 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{\tau}{2} + \varphi_1\right)\cos\omega_0 \frac{3\tau}{2} - 2K_0 \sin(\omega_1\tau + \varphi_1)\cos\omega_0\tau; \\
A_{22} = (Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\sin\omega_0\tau - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\omega_0\tau + \\
+ 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{\tau}{2} + \varphi_1\right)\sin\omega_0 \frac{3\tau}{2} - 2K_0 \sin(\omega_1\tau + \varphi_1)\sin\omega_0\tau; \\
A_{13} = -(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\cos\omega_0 2\tau + K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\omega_0 2\tau + 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{\tau}{2} + \varphi_1\right)\cos\omega_0 \frac{3\tau}{2} + \\
+ 2K_0 \sin(\omega_1\tau + \varphi_1)\cos\omega_0 2\tau - 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{3\tau}{2} + \varphi_1\right)\cos\omega_0 \frac{3\tau}{2}; \\
A_{23} = -(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\sin\omega_0 2\tau - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\omega_0 2\tau + 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{\tau}{2} + \varphi_1\right)\sin\omega_0 \frac{3\tau}{2} + \\
+ 2K_0 \sin(\omega_1\tau + \varphi_1)\sin\omega_0 2\tau - 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{3\tau}{2} + \varphi_1\right)\sin\omega_0 \frac{3\tau}{2}; \\
A_{14} = (Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\cos\omega_0 2\tau + K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\omega_0 2\tau - 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{\tau}{2} + \varphi_1\right)\cos\omega_0 \frac{5\tau}{2} - \\
- 2K_0 \sin(\omega_1\tau + \varphi_1)\cos\omega_0 2\tau + 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{3\tau}{2} + \varphi_1\right)\cos\omega_0 \frac{5\tau}{2} - 2K_0 \sin(\omega_1 2\tau + \varphi_1)\cos\omega_0 2\tau; \\
A_{24} = (Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\sin\omega_0 2\tau - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\omega_0 2\tau - 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{\tau}{2} + \varphi_1\right)\sin\omega_0 \frac{5\tau}{2} - \\
- 2K_0 \sin(\omega_1\tau + \varphi_1)\sin\omega_0 2\tau + 2K_0 \sin\left(\omega_1 \frac{3\tau}{2} + \varphi_1\right)\sin\omega_0 \frac{5\tau}{2} - 2K_0 \sin(\omega_1 2\tau + \varphi_1)\sin\omega_0 2\tau,
\end{gathered} \tag{4}$$

де

$$K_0 = \frac{U_m}{L(\omega_0^2 - \omega_1^2)}. \tag{5}$$

Тут τ – період керуючого сингалу.

Позначимо період власних коливань системи через $T_0 = 2\pi/\omega_0$. Нехай також $\omega_1 > \omega_0$. Тоді період вхідної напруги T буде меншим за T_0, а , отже

$$T = T_0 - \Delta T. \tag{6}$$

Розглянемо рівняння для сталих інтегрування в залежності від співвідношення між періодами вхідної напруги та керуючого сигналу. Оскільки

$$\sin\omega_0 \frac{T}{2} = \sin\omega_0\left(\frac{T_0}{2} - \frac{\Delta T}{2}\right) = \sin\left(\frac{\omega_0 T_0}{2} - \frac{\omega_0 \Delta T}{2}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\omega_0 \Delta T}{2}\right) = \sin\frac{\omega_0 \Delta T}{2};$$

$$\cos\omega_0 \frac{T}{2} = \cos\left(\frac{\omega_0 T_0}{2} - \frac{\omega_0 \Delta T}{2}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\omega_0 \Delta T}{2}\right) = -\cos\frac{\omega_0 \Delta T}{2},$$

таким чином, для сталих інтегрування можемо записати:

при $\tau = 2T$

$$A_{11} = -\left(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1\right)\cos 2\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin 2\omega_0 \Delta T - 2K_0 \sin\varphi_1 \cos\omega_0 \Delta T \;;$$

$$A_{21} == \left(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1\right)\sin 2\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos 2\omega_0 \Delta T + 2K_0 \sin\varphi_1 \sin\omega_0 \Delta T \;;$$

$$A_{12} = \left(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1\right)\cos 2\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin 2\omega_0 \Delta T + 2K_0 \sin\varphi_1 \cos 3\omega_0 \Delta T;$$

$$A_{22} = -\left(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1\right)\sin 2\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos 2\omega_0 \Delta T - 2K_0 \sin\varphi_1 \sin 3\omega_0 \Delta T;$$

$$A_{13} = -\left(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1\right)\cos 4\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin 4\omega_0 \Delta T \;; \qquad (7)$$

$$A_{23} = \left(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1\right)\sin 4\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos 4\omega_0 \Delta T \;;$$

$$A_{14} = \left(Q_0 - 5K_0 \sin\varphi_1\right)\cos 4\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin 4\omega_0 \Delta T \;;$$

$$A_{24} = -\left(Q_0 - 5K_0 \sin\varphi_1\right)\sin 4\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos 4\omega_0 \Delta T \;;$$

при $\tau = T$

$$A_{11} = -\left(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1\right)\cos\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\omega_0 \Delta T - 2K_0 \sin\varphi_1 \cos\omega_0 \frac{\Delta T}{2} \;;$$

$$A_{21} = \left(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1\right)\sin\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\omega_0 \Delta T + 2K_0 \sin\varphi_1 \sin\omega_0 \frac{\Delta T}{2} \;;$$

$$A_{12} = \left(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1\right)\cos\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\omega_0 \Delta T + 2K_0 \sin\varphi_1 \cos\omega_0 \frac{3}{2}\Delta T;$$

$$A_{22} = -\left(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1\right)\sin\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\omega_0 \Delta T - 2K_0 \sin\varphi_1 \sin\omega_0 \frac{3}{2}\Delta T; \qquad (8)$$

$$A_{13} = -\left(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1\right)\cos 2\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin 2\omega_0 \Delta T \;;$$

$$A_{23} = \left(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1\right)\sin 2\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos 2\omega_0 \Delta T \;;$$

$$A_{14} = \left(Q_0 - 5K_0 \sin\varphi_1\right)\cos 2\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin 2\omega_0 \Delta T \;;$$

$$A_{24} = -\left(Q_0 - 5K_0 \sin\varphi_1\right)\sin 2\omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos 2\omega_0 \Delta T \;;$$

при $\tau = T/2$

$$A_{11} = \left(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1\right)\cos\omega_0 \frac{\Delta T}{2} + K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\omega_0 \frac{\Delta T}{2} - 2K_0 \cos\varphi_1 \sin\omega_0 \frac{\Delta T}{4} \;;$$

$$A_{21} = -\left(Q_0 + K_0 \sin\varphi_1\right)\sin\omega_0 \frac{\Delta T}{2} + K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\omega_0 \frac{\Delta T}{2} \;;$$

$$A_{12} = -\left(Q_0 + K_0 \sin\varphi_1\right)\cos\omega_0 \frac{\Delta T}{2} + K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\omega_0 \frac{\Delta T}{2} - 2K_0 \cos\varphi_1 \sin\omega_0 \frac{3}{4}\Delta T;$$

$$A_{22} = \left(Q_0 + K_0 \sin\varphi_1\right)\sin\omega_0 \frac{\Delta T}{2} + K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\omega_0 \frac{\Delta T}{2} - 2K_0 \cos\varphi_1 \cos\omega_0 \frac{3}{4}\Delta T;$$

$$A_{13} = -\left(Q_0 + K_0 \sin \varphi_1\right) \cos \omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \sin \omega_0 \Delta T - 4K_0 \cos \varphi_1 \sin \omega_0 \frac{3}{4} \Delta T; \quad (9)$$

$$A_{23} = \left(Q_0 + K_0 \sin \varphi_1\right) \sin \omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \cos \omega_0 \Delta T - 4K_0 \cos \varphi_1 \cos \omega_0 \frac{3}{4} \Delta T;$$

$$A_{14} = \left(Q_0 - K_0 \sin \varphi_1\right) \cos \omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \sin \omega_0 \Delta T;$$

$$A_{24} = -\left(Q_0 - K_0 \sin \varphi_1\right) \sin \omega_0 \Delta T - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \cos \omega_0 \Delta T .$$

В усіх трьох випадках співвідношення для першого періоду керуючого сигналу дуже схожі на аналогічні з (4), проте для другого періоду деякі з них взаємно компенсуються. Більш того, у третьому випадку A_{14} та A_{24} містять лише по два доданки.

Зазначимо, що рівняння (7)−(9) демонструють суттєву залежність сталих інтегрування від різниці між періодом власних коливань системи та періодом вхідної напруги.

Оскільки коло містить джерело живлення з конкретним $T = \text{const}$, можливі наступні характерні випадки:

1). $\Delta T = \dfrac{T_0}{k_1}$, $k_1 = \text{const}$; тоді

$$T = T_0 \left(\frac{k_1 - 1}{k_1} \right); \qquad \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{k_1}{k_1 - 1}; \qquad K_0 = \frac{U_m \left(k_1 - 1\right)^2}{L\omega_0^2 \left(1 - 2k_1\right)}. \quad (10)$$

2). $\Delta T = \dfrac{T}{k_2}$, $k_2 = \text{const}$; тоді

$$T = T_0 \left(\frac{k_2}{k_2 + 1} \right); \qquad \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{k_2 + 1}{k_2}; \qquad K_0 = \frac{-U_m k_2^2}{L\omega_0^2 \left(2k_2 + 1\right)}. \quad (11)$$

3). $\Delta T \to 0$, $T_0 \to T$, проте $T_0 \neq T$ – режим близький до резонансного. Тоді

$$\frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{1 - \dfrac{\Delta T}{T_0}} \Rightarrow 1; \qquad K_0 \approx \frac{-U_m}{2L\omega_0^2 \dfrac{\Delta T}{T_0}}. \quad (12)$$

Зазначимо, що при $k_1 = k_2 + 1$ перший і другий випадки співпадають.

Аналізуємо детальніше сталі інтегрування для першого випадку. Співвідношення (7)−(9) перетворяться до вигляду:

при $\tau = 2T$

$$A_{11} = -\left(Q_0 - K_0 \sin \varphi_1\right) \cos \frac{4\pi}{k_1} - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \sin \frac{4\pi}{k_1} - 2K_0 \sin \varphi_1 \cos \frac{2\pi}{k_1};$$

$$A_{21} = \left(Q_0 - K_0 \sin \varphi_1\right) \sin \frac{4\pi}{k_1} - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \cos \frac{4\pi}{k_1} + 2K_0 \sin \varphi_1 \sin \frac{2\pi}{k_1};$$

$$A_{12} = \left(Q_0 - 3K_0 \sin \varphi_1\right) \cos \frac{4\pi}{k_1} - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \sin \frac{4\pi}{k_1} + 2K_0 \sin \varphi_1 \cos \frac{6\pi}{k_1};$$

$$A_{22} = -\left(Q_0 - 3K_0 \sin \varphi_1\right) \sin \frac{4\pi}{k_1} - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \cos \frac{4\pi}{k_1} - 2K_0 \sin \varphi_1 \sin \frac{6\pi}{k_1}; \quad (13)$$

$$A_{13} = -\left(Q_0 - 3K_0 \sin \varphi_1\right) \cos \frac{8\pi}{k_1} - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \sin \frac{8\pi}{k_1};$$

$$A_{23} = \left(Q_0 - 3K_0 \sin \varphi_1\right) \sin \frac{8\pi}{k_1} - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \cos \frac{8\pi}{k_1};$$

$$A_{14} = \left(Q_0 - 5K_0 \sin \varphi_1\right) \cos \frac{8\pi}{k_1} - K_0 \frac{\omega_1}{\omega_0} \cos \varphi_1 \sin \frac{8\pi}{k_1};$$

$$A_{24} = -(Q_0 - 5K_0 \sin\varphi_1)\sin\frac{8\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\frac{8\pi}{k_1};$$

при $\tau = T$

$$A_{11} = -(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\cos\frac{2\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\frac{2\pi}{k_1} - 2K_0\sin\varphi_1\cos\frac{\pi}{k_1};$$

$$A_{21} = (Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\sin\frac{2\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\frac{2\pi}{k_1} + 2K_0\sin\varphi_1\sin\frac{\pi}{k_1};$$

$$A_{12} = (Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1)\cos\frac{2\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\frac{2\pi}{k_1} + 2K_0\sin\varphi_1\cos\frac{3\pi}{k_1};$$

$$A_{22} = -(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1)\sin\frac{2\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\frac{2\pi}{k_1} - 2K_0\sin\varphi_1\sin\frac{3\pi}{k_1}; \qquad (14)$$

$$A_{13} = -(Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1)\cos\frac{4\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\frac{4\pi}{k_1};$$

$$A_{23} = (Q_0 - 3K_0 \sin\varphi_1)\sin\frac{4\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\frac{4\pi}{k_1};$$

$$A_{14} = (Q_0 - 5K_0 \sin\varphi_1)\cos\frac{4\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\frac{4\pi}{k_1};$$

$$A_{24} = -(Q_0 - 5K_0 \sin\varphi_1)\sin\frac{4\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\frac{4\pi}{k_1};$$

при $\tau = T/2$

$$A_{11} = (Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\cos\frac{\pi}{k_1} + K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\frac{\pi}{k_1} - 2K_0\cos\varphi_1\sin\frac{\pi}{2k_1};$$

$$A_{21} = -(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\sin\frac{\pi}{k_1} + K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\frac{\pi}{k_1} - 2K_0\cos\varphi_1\cos\frac{\pi}{2k_1};$$

$$A_{12} = -(Q_0 + K_0 \sin\varphi_1)\cos\frac{\pi}{k_1} + K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\frac{\pi}{k_1} - 2K_0\cos\varphi_1\sin\frac{3\pi}{2k_1};$$

$$A_{22} = (Q_0 + K_0 \sin\varphi_1)\sin\frac{\pi}{k_1} + K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\frac{\pi}{k_1} - 2K_0\cos\varphi_1\cos\frac{3\pi}{2k_1};$$

$$A_{13} = -(Q_0 + K_0 \sin\varphi_1)\cos\frac{2\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\frac{2\pi}{k_1} - 4K_0\cos\varphi_1\sin\frac{3\pi}{2k_1}; \qquad (15)$$

$$A_{23} = (Q_0 + K_0 \sin\varphi_1)\sin\frac{2\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\frac{2\pi}{k_1} - 4K_0\cos\varphi_1\cos\frac{3\pi}{2k_1};$$

$$A_{14} = (Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\cos\frac{2\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \sin\frac{2\pi}{k_1};$$

$$A_{24} = -(Q_0 - K_0 \sin\varphi_1)\sin\frac{2\pi}{k_1} - K_0\frac{\omega_1}{\omega_0}\cos\varphi_1 \cos\frac{2\pi}{k_1}.$$

За допомогою співвідношень (13)–(15), змінюючи k_1, можемо на власний розсуд (у певних межах) вибирати момент досягнення усталеного режиму. Так, для випадку $\tau = T/2$ усталений режим досягається за чотири перемикання (один період вхідної напруги T) при $k_1 = 2$. Різні знаки у сталих інтегрування при підключенні кола до джерела живлення та при подальших перемиканнях пов'язані з тим, що при розгляді процесів з боку джерела живлення реверсується конденсатор, а з боку конденсатора – реверсується решта кола. Зазначимо, що кожному значенню k_1 ставиться у відповідність конкретне значення ω_0 і, як наслідок, параметри кола L і C.

1. *Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А.* Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. − М.: Высшая школа, 1989. – 383 с.

2. *Шидловская Н.А.* Процессы в *RLC*-цепи синусоидального напряжения с управляемым реверсированием емкости // Техн. електродинаміка. – 2011. – №1. – С. 3–11.

3. *Шидловский А.К., Федий В.С.* Частотно-регулируемые источники реактивной мощности. – Киев: Наукова думка, 1980. – 304 с.

УДК 621.3.011.74.005

АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ ПОСТОЯННЫХ ИНТЕГРИРОВАНИЯ В УРАВНЕНИЯХ, ОПИСЫВАЮЩИХ ПРОЦЕССЫ В *RLC*-ЦЕПЯХ ПРИ СИММЕТРИЧНОМ УПРАВЛЕНИИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ ЕМКОСТИ И РАЗЛИЧНЫМИ СООТНОШЕНИЯМИ МЕЖДУ ПЕРИОДАМИ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ И ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ

Н.А. Шидловская, член-корреспондент НАН Украины
Институт электродинамики НАН Украины, пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.

Исследованы зависимости постоянных интегрирования от соотношения между периодами напряжения питания управляющего сигнала и периода собственных колебаний системы при симметричном управлении переключениями емкости в последовательной RLC-цепи синусоидального напряжения. Рассмотрены характерные случаи, когда период управляющего сигнала вдвое больше, равен и вдвое меньше периода входного напряжения. Анализ проводился при помощи методов теории дифференциальных уравнений с импульсным действием. Получены соотношения для постоянных интегрирования, включающие коэффициенты, зависящие от параметров цепи, изменяя которые возможно в определенных границах выбирать количество переключений, необходимых для достижения установившегося режима. Библ. 3.

Ключевые слова: *RLC*-цепи, постоянные интегрирования, переключения, период.

THE ANALYSIS OF DEPENDENCE OF CONSTANTS OF INTEGRATION IN THE EQUATIONS DESCRIBING PROCESSES IN RLC-CIRCUITS AT SYMMETRIC CONTROL BY SWITCHINGS OF CAPACITY AND VARIOUS PARITIES BETWEEN THE PERIODS OF OWN FLUCTUATIONS OF SYSTEM AND THE POWER SUPPLY

N.A. Shydlovska
Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,
Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.

Dependences of constants of integration on a parity between the periods of supply voltage of an operating signal and the period of own fluctuations of system are investigated at symmetric control of capacity switchings in a series RLC-circuit of sinusoidal voltage. Cases when the period of an operating signal twice more, is equal and twice less period of input voltage are considered. The analysis used methods of the theory of the differential equations with pulse action. Parities for the integration constants, the including factors depending on parameters of a circuit are received, changing which is possible in certain borders to choose quantity of the switchings necessary for achievement of the steady-state mode. References 3.

Keywords: *RLC*-circuit, constant of integration, switching, the period.

1. *Samoilenko A.M., Krivosheia S.A., Perestiuk N.A.* Differential equations: examples and tasks. – Moskva: Vysshaia shkola, 1989. – 383 p. (Rus)

2. *Shidlovskaia N.A.* The processes in sin voltage *RLC*-circuit with controlled reversing of capacity // Tekhnichna elektrodynamika. – 2011. – №1. – Pp. 3–11. (Rus)

3. *Shidlovskii A.K., Fedii V.S.* Frequency requlating reactive power sources. – Kyiv: Naukova dumka, 1980. – 304 p. (Rus)

Надійшла 18.07.2012
Received 18.07.2012