

УДК 621.315

А.А.Щерба, член-корр. НАН України (Институт электродинамики НАН Украины, Киев), М.А.Щерба (Национальный технический университет Украины “КПИ”, Киев)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ, ВОЗМУЩЕННОГО ПРОВОДЯЩИМИ МИКРОВОКЛЮЧЕНИЯМИ РАЗНЫХ РАЗМЕРОВ И КОНФИГУРАЦИЙ

*Разработана математическая модель для численного расчета низкочастотного электрического поля в диэлектрической среде с учетом его возмущения различными гетерогенными проводящими микровключениями. Установлены новые закономерности влияния размеров и конфигураций таких включений на неоднородность электрического поля в диэлектрике. Выявлено, что максимальная локальная напряженность электрического поля и величина относительного напряженного объема в диэлектрической среде инвариантны относительно изменения размеров проводящих включений при сохранении подобия их конфигураций. Показано, что максимальная напряженность электрического поля в диэлектрике экспоненциально возрастает при увеличении длины проводящего эллипсоидального включения вдоль поля и убывает при увеличении сечения включения перпендикулярно полю. Установлено, что при увеличении такого сечения эллипсоидального проводящего включения напряженный объем в изоляции сначала увеличивается, а затем уменьшается, невзирая на увеличение объема включения. При уменьшении величины допустимой напряженности электрического поля увеличивается соотношение длины включения вдоль поля к его максимальному сечению в перпендикулярном направлении, при котором возникает максимум кривой, характеризующей зависимость локального напряженного объема в изоляции от указанного соотношения. Установлено, что, если на подобных проводящих включениях разных размеров имеются оди-наковые микровыступы, то чем больше размеры включения, тем больше напряженность электрического поля и напряженный объем возникают в изоляции возле микровыступа. Подтверждено, что при увеличении высоты микровыступа на поверхности включения напряженность ЭП и напряженный объем в изоляции возрастают.*

*Розроблено математичну модель для чисельного розрахунку низькочастотного електричного поля в діелектричному середовищі з урахуванням його збурення різними гетерогенними провідними микровключеннями. Встановлено нові закономірності впливу розмірів і конфігурацій таких включень на неоднорідність електричного поля в діелектрику. Виявлено, що максимальна напруженість електричного поля і величина відносного напруженого об'єму в діелектричному середовищі інваріантні щодо зміни розмірів провідних включень при збереженні подібності їхніх конфігурацій. Показано, що максимальна напруженість електричного поля в діелектрику експоненційно зростає при збільшенні довжини провідного еліпсоїдального включення вздовж поля і спадає при збільшенні перерізу включення перпендикулярно полю. Встановлено, що при збільшенні такого перерізу еліпсоїдального провідного включення напружений об'єм в ізоляції спочатку збільшується, а потім зменшується, незважаючи на збільшення об'єму включення. При зменшенні величини допустимої напруженості електричного поля збільшується співвідношення довжини включення вздовж поля до його максимального перерізу в перпендикулярному напрямі, за якого виникає максимум кривої, що характеризує залежність локального напруженого об'єму в ізоляції від вказаного співвідношення. Встановлено, що, якщо на подібних провідних включеннях різних розмірів є однакові микровиступи, то чим більші розміри включення, тим більші напруженість електричного поля і напружений об'єм в ізоляції виникають біля микровиступа. Підтверджено, що при збільшенні висоти микровиступа на поверхні включення напруженість ЕП і напружений об'єм в ізоляції зростають.*

**Введение.** Исследование закономерностей возмущения низкочастотного электрического поля (ЭП) в диэлектрической среде проводящими микровключениями различных размеров и конфигураций является актуальной научной задачей теоретической электротехники и имеет важные практические приложения, связанные с оценкой степени влияния электромагнитных полей на человека и другие живые организмы [1,7,8,13], а также уточнением механизмов электрической деградации полимерной изоляции высоковольтных кабелей, изоляторов и других электротехнических изделий [2,5,10–12].

В работах [2–6,9,12] анализ возмущения ЭП проводящими гетерогенными включениями в диэлектрической среде проводился по оценке максимальной напряженности поля при изменении пара-

метров включений, и требования к качеству изоляции для сверхвысоковольтных кабелей сводились к отсутствию в ней включений размерами более 80 мкм [5]. В публикациях [10,11,14,15] было обосновано, что кроме расчета максимальной напряженности ЭП в изоляции возле проводящих микровключений целесообразно определять также так называемые "напряженные объемы", то есть локальные объемы изоляции, напряженность ЭП в которых выше заданного критического значения. В работе [14] на примерах подобных сферических и эллипсоидальных конфигураций проводящих включений было также показано, что при увеличении размеров включений максимальная напряженность ЭП может оставаться неизменной, а напряженный объем изоляции может увеличиваться во много раз. Важно уточнить закономерности возмущения ЭП проводящими включениями более сложных форм.

Для распределения потенциалов и напряженности ЭП в диэлектрической среде с проводящим сферическим включением известны аналитические выражения [2–4,6]. Для напряженности поля в среде с эллипсоидальным включением также есть аналитические выражения [4], но их сложность исключает возможность получения точных расчетов. Для расчета ЭП, возмущенных включениями более сложных конфигураций, использовать аналитические методы пока невозможно, поэтому для расчета таких полей используют численные методы. В настоящее время для расчета неоднородных электромагнитных полей широко применяют метод конечных элементов, который реализован в пакете программ Comsol Multiphysics, имеющем обширные сервисные программы для упрощения компьютерных экспериментов, повышения точности и наглядности получаемых результатов [16].

Поэтому *целью настоящей работы* являлась разработка численной математической модели для расчета неоднородного электрического поля в диэлектрической среде с проводящим микровключением, а также анализ влияния различных размеров и конфигураций такого включения на возмущение электрического поля и величину напряженного объема в диэлектрической среде (в частности, в полимерной изоляции сверхвысоковольтных кабелей).

**Постановка задачи расчета ЭП.** Характеристики электромагнитного поля в произвольной среде связаны системой уравнений Максвелла, которые в дифференциальной форме имеют вид [2–4, 6].

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{полн}}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \quad (1,2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad (3,4)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  – векторы напряженностей электрического и магнитного полей;  $\mathbf{D}$  – вектор электрической индукции (или вектор смещения);  $\mathbf{B}$  – вектор магнитной индукции;  $\mathbf{J}_{\text{полн}}$  – вектор плотности полного тока;  $\rho$  – объемная плотность свободных электрических зарядов;  $t$  – текущее время.

Обобщенное уравнение для вектора плотности полного тока имеет несколько составляющих

$$\mathbf{J}_{\text{полн}} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 + \mathbf{J}_3 + \mathbf{J}_4, \quad (5)$$

где  $\mathbf{J}_1 = \gamma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_1)$  – вектор плотности тока проводимости, возникающего в проводящей среде при воздействии напряженностей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{E}_1$  внешнего и наведенного ЭП;  $\mathbf{J}_2 = \partial \mathbf{D} / \partial t$  – вектор плотности тока смещения, возникающего в диэлектрической среде в результате смещения связанных электрических зарядов при изменении во времени ЭП;  $\mathbf{J}_3 = \rho_1 \mathbf{v}_1$  – вектор плотности тока переноса свободных зарядов  $\rho_1$  со скоростью  $\mathbf{v}_1$  в исследуемой среде;  $\mathbf{J}_4 = \gamma (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{B})$  – составляющая плотности тока, обусловленная движением электропроводящей среды со скоростью  $\mathbf{v}_2$  относительно магнитного поля с индукцией  $\mathbf{B}$ ,  $\gamma$  – удельная проводимость среды.

В статье разрабатывается математическая модель для расчета внешнего гармонического электрического поля в диэлектрической среде с проводящим микровключением. В качестве примера анализируется возмущение гармонического ЭП, создаваемого переменным напряжением промышленной частоты  $f=50$  Гц, которое приложено к полиэтиленовой изоляции сверхвысоковольтных кабелей, расположенной между алюминиевой потенциальной жилой и медным заземленным экраном. Приняты допущения, что ЭП является гармоническим, а расчетная среда – линейной и изотропной, поэтому при анализе уравнений электромагнитного поля можно воспользоваться методом комплексных амплитуд, позволяющим представлять векторные величины в виде вещественных частей комплексных величин, что существенно упрощает уравнения, освобождая их от временной зависимости.

Для векторов комплексных амплитуд параметров гармонического электромагнитного поля в произвольной линейной и изотропной среде уравнения Максвелла можно записать в виде

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = \dot{\mathbf{J}}, \quad \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = -i\omega \dot{\mathbf{B}}, \quad (6,7)$$

$$\operatorname{div} \dot{\mathbf{B}} = 0, \quad \operatorname{div} \dot{\mathbf{D}} = \rho. \quad (8,9)$$

При изменении поля с частотой 50 Гц выполняется условие  $l \ll \lambda$ , где  $l$  – размеры расчетной области среды,  $\lambda = 1/(f \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu})$  – длина волны электромагнитного поля,  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м и  $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$  Гн/м – электрическая и магнитная постоянные,  $\varepsilon$  и  $\mu$  – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Допускалось, что электромагнитные процессы происходят медленно и изменение поля в части среды мгновенно передается во все ее точки (то есть эффектом запаздывания процессов мы пренебрегали и фазу изменения поля во всех точках среды считали одинаковой).

При возникновении переменного ЭП в поляризуемой диэлектрической среде основной составляющей полного тока является ток смещения, возникающий в результате смещения связанных зарядов под действием сил внешнего поля. При наличии в изоляции проводящих (в большинстве случаев водных) микровключений в них будут возникать токи проводимости, которые могут быть сравнимы с токами смещения, поэтому токи проводимости в уравнениях (5) и (6) также учитывались. Но допускалось, что остальные составляющие полного тока гораздо меньше указанных.

Возникающий переменный ток создает, конечно, в изоляции переменное магнитное поле, но индуцированная им напряженность  $\mathbf{E}_1$  очень мала по сравнению с напряженностью  $\mathbf{E}$  внешнего ЭП, поэтому было принято допущение, что в уравнении (7) производная  $-i\omega \dot{\mathbf{B}} = 0$ , и взаимную связь между электрическим и магнитным полями можно не учитывать. Поэтому расчет распределения внешнего низкочастотного гармонического ЭП в полиэтиленовой изоляции с водным микровключением был сведен к решению квазиэлектростатической задачи, определяемой уравнениями

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = \operatorname{div} \dot{\mathbf{J}} = 0, \quad \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = 0, \quad \dot{\mathbf{J}} = \gamma \dot{\mathbf{E}} + i\omega \dot{\mathbf{B}}. \quad (10-12)$$

Отметим, что уравнение (10) является следствием не одних только математических выкладок, а имеет выраженный физический смысл. Уравнение демонстрирует, что расхождение вектора плотности полного тока, которое дает скорость накопления заряда в объеме диэлектрика со знаком минус, равно нулю. Таким образом, выражение (10) является уравнением непрерывности и показывает неизменность полного заряда в объеме изоляции.

Учитывая, что напряженность  $\dot{\mathbf{E}}$  является гармонической функцией и что полиэтиленовая изоляция является линейной и изотропно поляризуемой средой, то есть вектор ее поляризации  $\dot{\mathbf{P}} = \alpha \dot{\mathbf{E}}$ , для вектора электрического смещения  $\dot{\mathbf{D}}$  можно записать

$$\dot{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \dot{\mathbf{E}} + \dot{\mathbf{P}} = \varepsilon_0 \dot{\mathbf{E}} + \alpha \dot{\mathbf{E}} = \varepsilon_0 (1 + k_e) \dot{\mathbf{E}} = \varepsilon_0 \dot{\varepsilon} \dot{\mathbf{E}}, \quad (13)$$

где  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности между векторами  $\dot{\mathbf{P}}$  и  $\dot{\mathbf{E}}$ ;  $k_e = \alpha/\varepsilon_0$  – коэффициент электрической восприимчивости среды.

Тогда уравнение (12) можно записать в виде

$$\dot{\mathbf{J}} = (\gamma + i\omega \varepsilon_0 \dot{\varepsilon}) \dot{\mathbf{E}}, \quad (14)$$

где  $i^2 = -1$ ,  $\gamma$  и  $\varepsilon$  – удельные проводимость и диэлектрическая проницаемость среды (для полиэтилена  $\gamma_1 = 10^{-14}$  См/м и  $\varepsilon_1 = 2,4$ , а для воды  $\gamma_2 = 10^{-2}$  См/м и  $\varepsilon_2 = 80$ ). Причем для полиэтилена диэлектрическую проницаемость мы будем считать комплексной величиной  $\dot{\varepsilon} = \varepsilon' - i\varepsilon''$ , действительная часть  $\varepsilon'$  которой учитывает только реактивные токи в изоляции, а мнимая часть  $\varepsilon''$  – диэлектрические потери, аналогичные потерям в ней электрической мощности при протекании токов проводимости.

Из уравнения (14) видно, что вектор плотности полного тока также линейно зависит от вектора  $\dot{\mathbf{E}}$  напряженности внешнего ЭП. Согласно уравнению (11) ЭП является безвихревым (потенциальным), что позволяет ввести для такого поля скалярный потенциал  $\phi$  из соотношения

$$\dot{\mathbf{E}} = -\operatorname{grad} \phi. \quad (15)$$

Из уравнений (10), (14) и (15) получаем расчетное уравнение для распределения потенциала

$$\operatorname{div} [-(\gamma + i\omega \varepsilon_0 \dot{\varepsilon}) \operatorname{grad} \phi] = 0. \quad (16)$$

Напряженный объем, то есть объем, в котором напряженность поля  $E$  превышает определенную критическую величину  $E_{кр}$ , как и в работах [14, 15], определялся по формуле

$$V_{но} = \int_V f(E) dV = 2\pi \int_S f(E) \cdot r(S) dS, \quad (17)$$

в которой  $V$  – расчетный объем изоляции,  $S$  – площадь переменного сечения напряженного объема вдоль ЭП,  $r$  – переменный радиус сечения этого объема перпендикулярного полю. Принималось, что при  $E_{кр.} \leq E \leq E_{max}$  функция  $f(E)=1$ , а при  $E < E_{кр.}$  –  $f(E)=0$ .

Учитывая, что в работе анализировалось распределение ЭП, возмущаемого только осесимметричными микровключениями, то разрабатывалась двухмерная осесимметричная расчетная модель. Внутри каждой расчетной ячейки среда принималась однородной, изотропной и линейной. Но принималось, что на границе раздела двух сред параметры могут изменяться скачком при переходе от одной ячейки к другой в соответствии с граничными условиями. Условия на границе проводник-диэлектрик определялись для тангенциальных и нормальных составляющих напряженностей электрического поля сред 1 и 2, то есть для  $\dot{E}_{1r}, \dot{E}_{2r}, \dot{E}_{1n}, \dot{E}_{2n}$ , и соответственно для потенциалов  $\dot{\phi}_1$  и  $\dot{\phi}_2$  и их производных  $\partial \dot{\phi}_1 / \partial n$  и  $\partial \dot{\phi}_2 / \partial n$  по направлению нормали к поверхности.

Из уравнений (11) и (14) для напряженностей  $\dot{E}_{1r}, \dot{E}_{2r}, \dot{E}_{1n}, \dot{E}_{2n}$  учитывалось, что

$$\dot{E}_{1r} = \dot{E}_{2r}, \quad (\gamma_1 + i\omega\epsilon_0 \dot{\epsilon}_1) \dot{E}_{1n} = (\gamma_2 + i\omega\epsilon_0 \dot{\epsilon}_2) \dot{E}_{2n}, \quad (18,19)$$

а для потенциалов  $\dot{\phi}_1$  и  $\dot{\phi}_2$  и их производных  $\partial \dot{\phi}_1 / \partial n$  и  $\partial \dot{\phi}_2 / \partial n$  согласно уравнению (15) принималось

$$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2, \quad (\gamma_1 + i\omega\epsilon_0 \dot{\epsilon}_1) \partial \dot{\phi}_1 / \partial n = (\gamma_2 + i\omega\epsilon_0 \dot{\epsilon}_2) \partial \dot{\phi}_2 / \partial n. \quad (20,21)$$

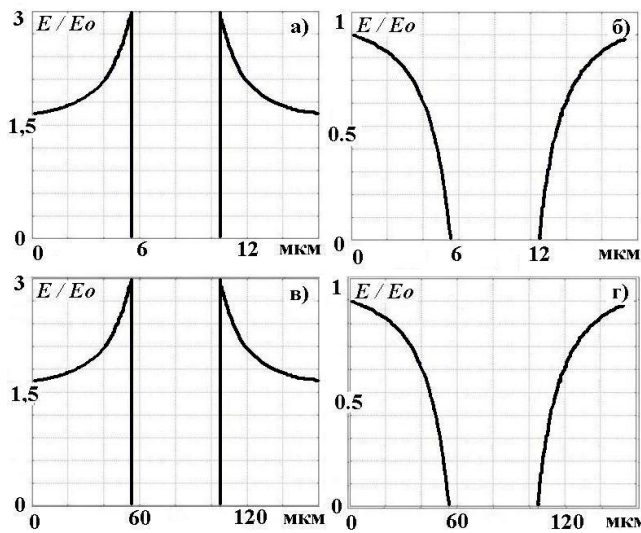


Рис. 1

Анализ результатов расчета. Напряженности ЭП в полиэтиленовой изоляции с водным сферическим включением будем определять как отношение  $|E|/E_0$ , где  $E_0=10$  кВ/мм – величина напряженности в однородной изоляции. Проведенные на модели расчеты показали, что значение  $E/E_0$  в изоляции вдоль ЭП возрастало от 1,5 до  $E_{max}/E_0=3$  (рис. 1, а), и убывало практически до нуля в перпендикулярном направлении (рис. 1, б). При увеличении диаметра включения в  $N=10$  раз отношение  $E_{max}/E_0$  не изменялось ни вдоль вектора  $E$  (рис. 1, а и рис. 1, в), ни по ортогональной оси (рис. 1, б и рис. 1, г). В то же время градиент напряженности ЭП в изоляции возле микровключения уменьшался также в  $N=10$  раз, а объем  $V_{но}$  увеличивался в  $N^3=1000$  раз. Таким образом, значение величин  $R|\text{grad } E|$  (где  $R$  – расстояние до точки измерения  $E$ ) и отношение напряженного объема к объему микровключения остаются постоянными.

Для напряженности электрического поля в среде со сферическим включением известны аналитические выражения, приведенные в сферических координатах [2–4,6]

$$E = E_0[(1 + 2R^3/r^3)\cos\theta \mathbf{i} - (1 - R^3/r^3)\sin\theta \mathbf{j}], \quad (22)$$

где  $R$  – радиус включения;  $r$  – длина радиус-вектора из центра сферы к точке, в которой определяется значение  $E(r \leq R)$ ;  $\theta$  – угол наклона относительно оси симметрии, т.е. оси, параллельной вектору  $E$ ;  $\mathbf{i}$  и  $\mathbf{j}$  – единичные векторы вдоль осей координат.

Определим модуль вектора  $E$

$$E = E_0[(1 - R^3/r^3)^2 + 3R^3/r^3(2 + R^3/r^3)\cos^2\theta]^{1/2}. \quad (23)$$

Обозначив для удобства  $A \equiv R^3/r^3$ , для произведения  $R|\text{grad } E|$  получим выражение

$$R|\text{grad } E| = E_0/2[3(1-A)^2(2A-3\cos^2\theta)^2 + 36A(2+A)\sin^2\theta \cos^2\theta]^{1/2}[(1-A)^2 + 3A(2+A)\cos\theta]^{-1/2}. \quad (24)$$

Расчеты согласно уравнениям (22)–(24) согласуются с расчетами на численной модели.

Из уравнений (22)–(24) получено, что если  $A \equiv R^3/r^3 = \text{const}$  и угол  $\theta = \text{const}$ , то  $E \neq E(R)$  и  $R|\text{grad } E| \neq f(R)$ , подтверждая таким образом расчеты, проведенные на численной модели.

На модели проводились также расчеты изменения напряженности ЭП в изоляции, имеющей проводящие эллипсоидальные включения и включения более сложных форм. Расчеты показали, что при пропорциональном изменении размеров проводящих включений по трем координатам  $E_{max}$  и

$R|\text{grad } E|$  остаются величинами постоянными. Наиболее интересным результатом является неизменность максимальной напряженности ЭП возле микровыступа, несмотря на увеличение его радиуса скругления при сравнении разноразмерных подобных микровключений.

Проводился анализ изменения напряженных объемов в изоляции, определяемых из выражения (17). На рис. 2, а затененными областями отражено распределение  $E$  возле включения диаметром 60 мкм, где более темные зоны соответствуют большей напряженности ЭП.

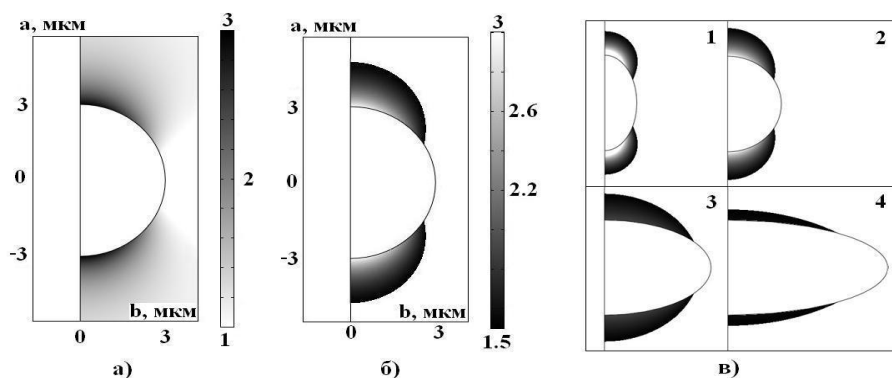


Рис. 2

Для удобства на рис. 2, б применены инверсные затененные области, отражающие напряженные объемы вдоль ЭП при условии  $E_{кр.}=1,5E_0$  (чем насыщеннее инверсная затененная область, тем меньше напряженность ЭП). Анализируя насыщенность тона, можно судить об интенсивности поля в различных областях вблизи сферы. Были исследованы изменения напряженности  $E$  и величины  $V_{но}$  при деформации эллипсоидального микровключения, осуществляемой изменением соотношения  $b/a$  (где  $b=\text{const}$  – вертикальные размеры эллипсоида вдоль ЭП и  $a=\text{var}$  – его горизонтальные размеры; при  $b=a$  эллипсоид превращается в сферу). Полученная зависимость  $E_{\text{max}}/E_0$  от соотношения  $b/a$  отражена на рис. 3, а, из которого видно, что при  $b/a \rightarrow 0$  величина  $E_{\text{max}}$  экспоненциально возрастает, а при увеличении  $b/a$  величина  $E_{\text{max}} \rightarrow E_0$ , то есть возмущение поля исчезает.

Для наглядности наблюдаемого процесса рассмотрим диаграмму изменения локализации  $V_{но}$  на рис. 2, в, на котором величина  $V_{но}$  сначала увеличивается до максимального значения на кадре 3, а затем уменьшается, невзирая на увеличение объема включения.

На рис. 3, а показаны зависимости напряженных объемов  $V_{но1}$ ,  $V_{но2}$  и  $V_{но3}$  от соотношения  $b/a$  для разных уровней напряженности  $E_1$ , равных  $E_{кр1}=1,4E_0$ ,  $E_{кр2}=1,2E_0$  и  $E_{кр3}=1,1E_0$ .

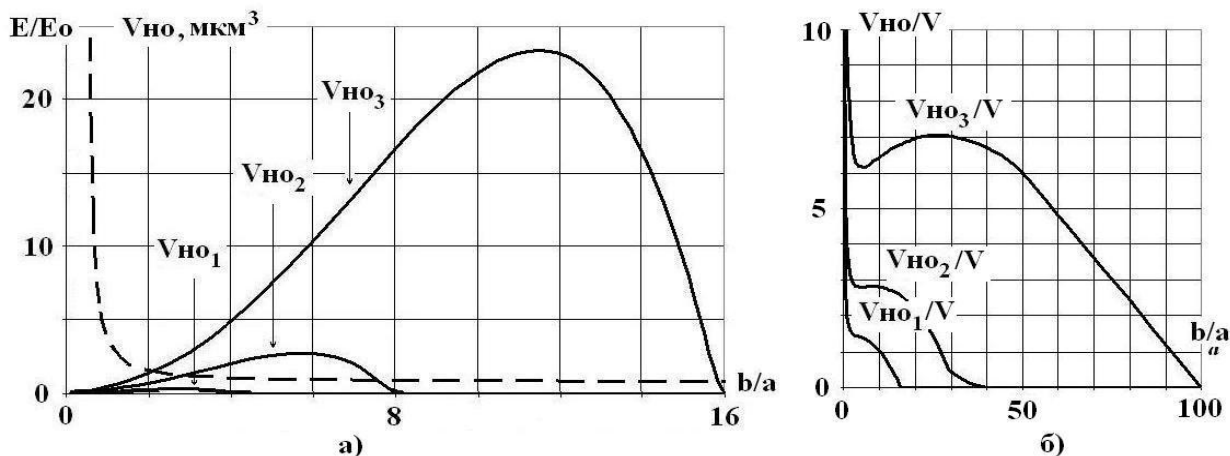


Рис. 3

Видно, что при увеличении соотношения  $b/a$  напряженный объем  $V_{но}$  сначала возрастает до своего максимального значения, а затем убывает, невзирая на увеличение объема эллипсоида. Видно также, что при уменьшении величины допустимой напряженности  $E_{кр.}$  максимальные значения  $V_{но}$  возрастают и наступают они при увеличенных соотношениях  $b/a$ . Это явление можно объяснить тем, что по мере вытягивания включения поперек поля возмущение, оказываемое им, уменьшается.

На рис. 3, б показаны зависимости относительных напряженных объемов  $V_{но1}/V$ ,  $V_{но2}/V$  и  $V_{но3}/V$  от соотношения  $b/a$  для разных напряженностей  $E_{кр.}$ , равных  $E_{кр1}=1,4E_0$ ,  $E_{кр2}=1,2E_0$  и  $E_{кр3}=1,1E_0$ .

На рис. 4, а показана диаграмма, а на рис. 4, б – графики изменения  $E_{\max}/E_0$  от размеров микровыступа высотой  $h$  на сфере диаметром  $D$  (где  $D + h = H$  – суммарная протяженность включения вдоль ЭП). Микровыступ моделировался цилиндром со скруглением полусферой на вершине, что позволяло избегать острых углов и связанных с ними сложностей по определению величины ЭП.

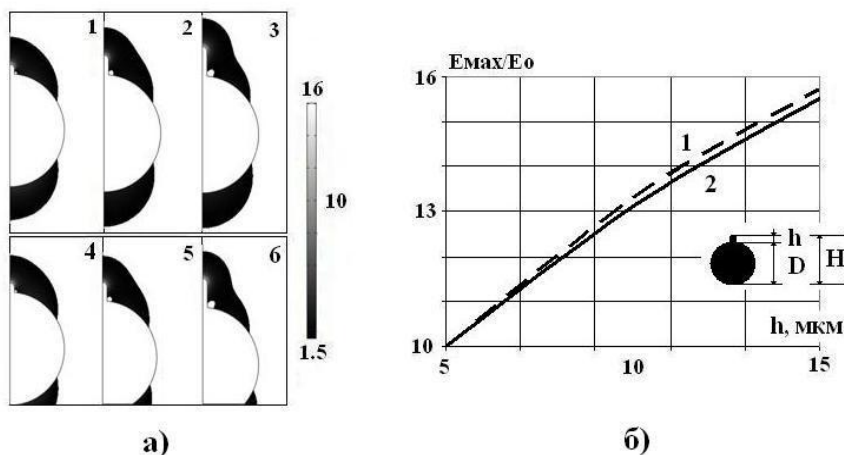


Рис. 4

Зависимость 1 (кадры 1–3) отражает изменение  $E_{\max}/E_0$  при увеличении  $h$ , при котором также увеличивается  $H$  (при  $D = \text{const}$ ), а зависимость 2 (кадры 4–6) соответствует увеличению  $h$  при  $H = \text{const}$  и  $D = \text{const}$ , но нижняя часть сферы не учитывалась. Из рис. 4, б видно, что чем больше высота  $h$ , тем больше значение  $E_{\max}/E_0$ . Рис. 4, б подтверждает определяющую роль длины микровыступа при возмущении ЭП и меньшую роль протяженности включения вдоль поля при сохранении радиуса сферы постоянным.

На рис. 5 показано изменение  $E_{\max}/E_0$  при изменении диаметра сферы (высота микровыступа при этом оставалась постоянной).

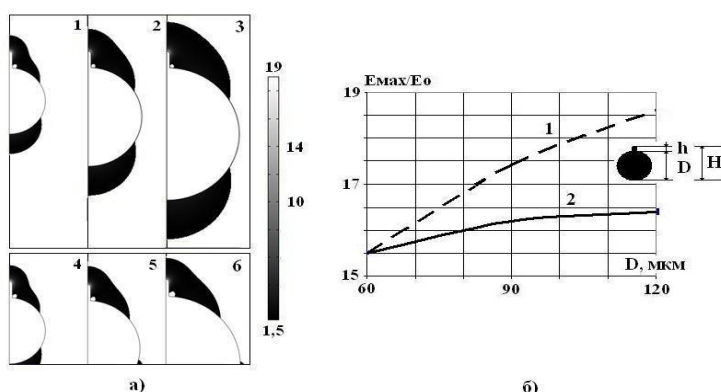


Рис. 5

Кривая 1 (и кадры 1–3) отражают изменение  $E_{\max}/E_0$  при увеличении диаметра сферы  $D$  и величины  $H$  при  $h = \text{const}$ , а кривая 2 (и кадры 4–6) – изменение  $E_{\max}/E_0$  при увеличении  $D$  при  $h = \text{const}$ ,  $H = \text{const}$ , ( $D$  увеличивается с одновременным отсечением сферы снизу). Таким образом, можно сделать вывод, что напряженность ЭП возле микровыступа зависит не только от его размеров, а и от размеров сферы, на которой он находится. Этот вывод наглядно подтверждается диаграммой на рис. 5, а.

На рис. 6, б показана зависимость  $E_{\max}/E_0$  от длины  $L$  эллипсоидального проводящего включения, на котором имеется цилиндрический микровыступ высотой  $h = \text{const}$  и общей высотой включения  $H = \text{const}$ . Из рис. 6, б видно, что при увеличении размеров включения перпендикулярно ЭП значение  $E_{\max}/E_0$  убывает, что отражено также на диаграмме рис. 6, а.

#### Выводы.

1. Разработана математическая модель с применением пакета прикладных программ Comsol Multiphysics, позволяющая численно рассчитывать распределение ЭП и величину напряженного объема в изоляции с гетерогенными включениями разных конфигураций.

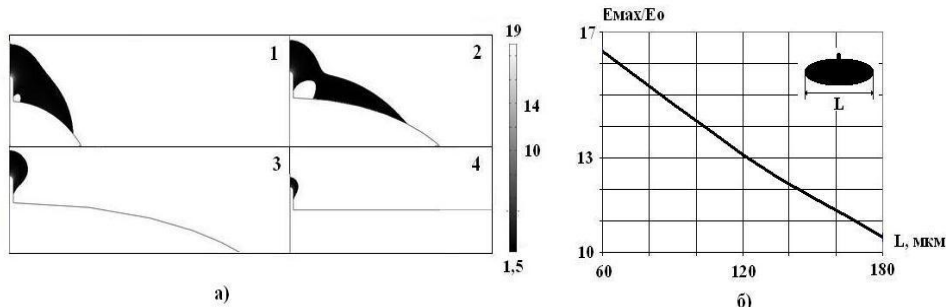


Рис. 6

2. Показано, что максимальная напряженность ЭП в диэлектрической среде не зависит от размеров подобных проводящих включений, если их рас-

положение относительно поля не меняется.

3. Продемонстрировано, что величина напряженного объема в изоляции возле проводящих осесимметричных включений произвольной формы, которые являются подобными фигурами, изменяется прямо пропорционально изменению величины объема включения.

4. Установлено, что максимальная напряженность электрического поля в диэлектрике экспоненциально возрастает при увеличении длины проводящего эллипсоидального включения вдоль поля и убывает при увеличении сечения включения перпендикулярно полю.

5. Выявлено, что при увеличении такого сечения эллипсоидального проводящего включения напряженный объем в изоляции сначала увеличивается, а затем уменьшается, невзирая на увеличение объема включения. При уменьшении величины допустимой напряженности ЭП увеличивается соотношение длины включения вдоль поля к его максимальному сечению в перпендикулярном направлении, при котором возникает максимум кривой, характеризующей зависимость локального напряженного объема в изоляции от указанного соотношения.

6. Подтверждено, что при увеличении высоты микровыступа на поверхности проводящего включения напряженность ЭП и напряженный объем в изоляции возрастают. Установлено, что если имеются одинаковые микровыступы на подобных включениях разных размеров, то чем больше размеры включения, тем сильнее локальное электрическое поле и тем больше напряженный объем в изоляции возле микровыступа.

1. Бондина Н.Н., Хавина И.П. Физические поля в биологических объектах. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2001. – 203 с.

2. Васецкий Ю.М. Электродинамика. Основні поняття, потенціальні та квазістаціонарні поля. – К.: НАУ-друк., 2009. – 160 с.

3. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. Т.3.– СПб.: Питер, 2003. – 377 с.

4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1980. – 560 с.

5. Мецанов Г.И., Шувалов М.Ю., Каменский М.К., Образцов Ю.В., Овсиенко В.Л. Кабели на напряжении 10–500 кВ: состояние и перспективы развития (анализ, прогноз, исследования) // Кабели и провода. – 2008. – № 5 (312). – С. 32–38.

6. Никольский В.В. Теория электромагнитного поля. – М.: Высшая школа, 1964. – 384 с.

7. Пресман А.С. Электромагнитные поля и живая природа. – М.: Наука, 1968. – 288 с.

8. Резинкина М.М., Щерба А.А. Анализ влияния низкочастотных электромагнитных полей на биоэлектрическую активность головного мозга человека // Техн. электродинамика. – 2007. – № 6. – С. 28–32.

9. Техніка і електрофізика високих напруг / За ред. В.О.Бржезицького та В.М.Михайлова. – Харків: Торнадо, 2005. – 930 с.

10. Шидловский А.К., Шумилов Ю.М., Щерба А.А. Высоковольтные полимерные изоляторы. – Киев: Сучасність, 2008. – 253 с.

11. Шидловский А.К., Щерба А.А., Золотарев В.М., Перетятко Ю.В. Анализ микронеоднородности электрического поля как фактора повышения интенсивности пороговых электрофизических процессов в полимерной изоляции высоковольтных кабелей и самонесущих изолированных проводов // Техн. электродинамика. – 2008. – № 4. – С. 3–14.

12. Шидловский А.К., Щерба А.А., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Моделирование и анализ неоднородных электрических полей в высоковольтных кабельных линиях с учетом поверхностных и объемных дефектов в их полиэтиленовой изоляции // Техн. электродинамика. Тем. вип. "Силовая електроніка та енергоефективність". – 2006. – Ч.1. – С. 96–105.

13. Щерба А.А., Резинкина М.М. Электромагнитные поля и их воздействие на объекты. – К.: Наук. думка, 2009. – 192 с.

14. Щерба М.А., Еришов С.Е., Спицун Л.Ю. Зависимость градиента электрического поля и напряженного объема в диэлектрической среде от размеров и формы проводящего включения // Доповіді за матер. МНТК "Сучасні проблеми електроенерготехніки та автоматики". – Київ: Політехніка, 2009. – С. 326–329.

15. Щерба А.А., Перетятко Ю.В., Золотарев В.М. Моделирование электрических полей и расчет объемов с критической напряженностью в полимерной изоляции высоковольтных кабелей и СИП // Техн. электродинамика. Тем. вип. "Проблеми сучасної електротехніки". – 2008. – Ч.2. – С. 113–119.

16. Comsol Multiphysics 3.5. User's Guide and introduction. - Comsol, Inc. – [www.comsol.com](http://www.comsol.com)

Надійшла 01.07.2010