

УДК 621.313.32

**Ю.В.Васьковський**, докт.техн.наук, **А.А.Гераскин** (Нац. техн. ун-т України «КПІ», Київ)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В КОРТКОЗАМКНУТОМ АСИНХРОННОМ ДВИГАТЕЛЕ С ПОВРЕЖДЕННОЙ ОБМОТКОЙ РОТОРА

*Сформирована математическая модель для анализа электромагнитных полей в короткозамкнутых асинхронных двигателях при наличии поврежденной обмотки ротора. Показано, что сравнительный анализ спектрограмм магнитной индукции позволяет проводить эффективную диагностику характера поврежденной обмотки ротора.*

*Сформовано математичну модель для аналізу електромагнітних полів в короткозамкнених асинхронних двигунах при наявності ушкоджень обмотки ротора. Показано, що порівняльний аналіз спектрограм магнітної індукції дозволяє проводити ефективну діагностику характеру ушкоджень обмотки ротора.*

**Введение.** Мощные асинхронные двигатели (АД) с короткозамкнутой обмоткой ротора типа «беличья клетка» широко применяются для привода механизмов собственных нужд ТЭС и АЭС, на электро-транспорте и в ряде ответственных технологических систем. Условия эксплуатации таких двигателей, как правило, характеризуются высоким уровнем нагрузок, частыми пусками, быстрыми изменениями режимов работы, высоким уровнем вибраций, повышенным нагревом и другими факторами, снижающими надежность их функционирования и обуславливающими повышенную повреждаемость.

Одним из наиболее нагруженных узлов конструкции АД является короткозамкнутая обмотка ротора. Повреждения обмотки ротора в двигателях собственных нужд и тяговых двигателях составляют около 80% всех повреждений, связанных с ротором АД [8]. Разрушение конструкции обмотки ротора возникает не только из-за первичных технологических дефектов ее изготовления (некачественная пайка стержней и короткозамыкающих колец, наличие пустот, каверн и трещин в материале), но и в результате постепенной деградации конструкции в условиях высоких нагрузок. Постепенное ослабление крепления стержней в пазах ротора ведет к увеличению их вибрации, образованию и быстрому росту трещин и затем – к обрыву стержней. Поломка хотя бы одного стержня ведет к нарушению симметрии параметров обмотки ротора и, как следствие, к существенному ухудшению всех эксплуатационных показателей АД. При этом, как показано в работе [3], возникают условия для дальнейшего ускоренного разрушения обмотки ротора и внезапного аварийного отказа АД.

Известен ряд методов непрерывного контроля и диагностики дефектов обмотки ротора АД. Среди них следует выделить методы вибрационной диагностики [7] и спектрального анализа тока обмотки статора [6,8]. Эти методы основаны на регистрации изменений вибраций или токов обмотки статора, возникающих при появлении в клетке дефектных стержней.

Известно, что повреждение «беличьей клетки» ведет к нарушению симметрии распределения токов в стержнях клетки и, как следствие, к деформации магнитного поля в воздушном зазоре. При этом интенсивность и характер деформации поля зависит от объема и характера повреждений клетки. Поэтому достоверный анализ электромагнитного поля короткозамкнутого АД методами математического моделирования позволяет не только идентифицировать вид повреждения обмотки его ротора, но и служит основой для систем контроля и диагностики технического состояния АД. Алгоритмы диагностики основаны на сравнительном анализе результатов расчета электромагнитного поля в АД при различных повреждениях обмотки ротора и текущих экспериментальных данных по измерению магнитного поля в воздушном зазоре.

В статье сформирована математическая модель и приведены результаты моделирования магнитного поля АД при наличии поврежденных стержней обмотки ротора.

**Математическая модель.** Общее векторное уравнение для расчета распределения электромагнитного поля в активной зоне АД в статорной системе координат имеет следующий вид [1]:

$$\Delta \bar{A} - \mu\gamma \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \mu\gamma\omega_R (\bar{R} \times \text{rot } \bar{A}) = -\mu \bar{J}_{\text{стоп}} + \mu\gamma \text{grad } \varphi, \quad (1)$$

где  $\bar{A}$  – векторный магнитный потенциал;  $\mu, \gamma$  – магнитная проницаемость и электропроводность среды;  $\bar{J}_{\text{стоп}}$  – плотность посторонних токов;  $\omega_R$  – угловая скорость вращения ротора,  $\bar{R}$  – радиус-вектор произвольной точки;  $\text{grad } \varphi$  – градиент скалярного электрического потенциала. Для величин, периодически изменяющихся во времени с угловой частотой  $\omega$ , для двумерных полей в декартовых координатах уравнение (1) преобразуется в следующее скалярное уравнение относительно комплексной амплитуды единственной аксиальной составляющей векторного магнитного потенциала  $\dot{A}_z$ :

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial y^2} - j\omega\mu\gamma \dot{A}_z - \mu\gamma\omega_R \left( x \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial y} + y \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x} \right) = -\mu \dot{J}_{\text{зстоп}} + \mu\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (2)$$

В тех случаях, когда рассмотрение задачи ведется в роторной системе координат, принимаем  $\omega = \omega_1 s$ ,  $\omega_R = 0$  и из (2) получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial y^2} - j\omega_1 s \mu\gamma \dot{A}_z = -\mu \dot{J}_{\text{зстоп}} + \mu\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (3)$$

где  $\omega_1$  – угловая частота вращения поля статора,  $s$  – скольжение ротора.

Как показано в [4], использование роторных координат в большинстве случаев является предпочтительным. Слагаемое  $\mu\gamma \partial\varphi/\partial z$  в правой части характеризует источники поля, обусловленные появлением свободных электрических зарядов на торцах ротора из-за несимметричности конструкции клетки ротора. Например, если один из стержней клетки отсоединился от короткозамыкающего кольца и ток по нему не протекает, то в любой момент времени суммарное сопротивление клетки для токов одного направления не равно ее сопротивлению для токов другого (обратного) направления. В результате при протекании тока на торцах ротора накапливаются свободные заряды, которые влияют на распределение поля в активной зоне. При этом предполагается, что оторванный стержень не имеет электрического контакта с магнитопроводом ротора. Приближенно предполагая  $\partial\varphi/\partial z \approx \Delta\varphi/\Delta z = \Delta\varphi/L_R$ , где  $L_R$  – активная длина ротора, при решении уравнений (2), (3) следует задать разность потенциалов  $\Delta\varphi$  между торцами ротора. Заранее эта величина неизвестна, и для ее задания необходимо использовать условие непрерывности тока. Адекватное решение задачи должно удовлетворять следующему требованию: сумма интегралов плотностей токов  $j_k$  по сечению всех стержней клетки  $N_R$  должна равняться нулю

$$\sum_{k=1}^{k=N_R} \int_{S_{Rk}} j_k ds = 0, \quad (4)$$

т.е. суммарный ток, протекающий в одном направлении поперечного сечения ротора, равен суммарному току, текущему в обратном направлении. Условие (4) автоматически соблюдается для симметричной конструкции клетки, при которой  $\Delta\varphi = 0$ . При наличии поврежденных стержней величина  $\Delta\varphi$  подбирается методом последовательных приближений до соблюдения условия (4) с заданной погрешностью. Следует подчеркнуть, что в связи с нелинейностью зависимостей  $\mu(A_z)$  для ферромагнитных сердечников статора и ротора нелинейное уравнение (3) решается итерационными методами, т.е. итерации должны одновременно совершаться как по  $\mu$ , так и по  $\Delta\varphi$ .

Расчетной областью является поперечное сечение АД (рис.1, а). Уравнение (3) дополняется граничными условиями, в качестве которых задаются однородные граничные условия первого рода

на внешней поверхности ярма (внешней границе расчетной области  $G$ ):  $\dot{A}_z \Big|_G = 0$ . Принятие этого граничного условия означает пренебрежение магнитными потоками рассеяния из ярма статора во внешнее пространство.

На рис. 1, *a* показана общая картина электромагнитного поля АД-5000 в номинальном режиме при наличии двух расположенных рядом поврежденных стержней ротора, а на рис.1, *б* – фрагмент картины поля в зоне поврежденных стержней.

Из рис. 1, *б* видно, что силовые линии поля глубоко проникают в ротор в месте его повреждения, поскольку в этом месте отсутствуют токи, вытесняющие поле в зазор. При этом силовые линии вначале пересекают зазор со стороны статора в направлении ротора, а затем, вытесняясь токами целых стержней (закрашены темным цветом), пересекают воздушный зазор в обратном направлении. В результате над поврежденным участком ротора вектор магнитной индукции не только резко меняет свою величину, но даже изменяет свое направление (знак). Это хорошо видно из приведенных далее кривых распределения нормальной составляющей магнитной индукции вдоль длины воздушного

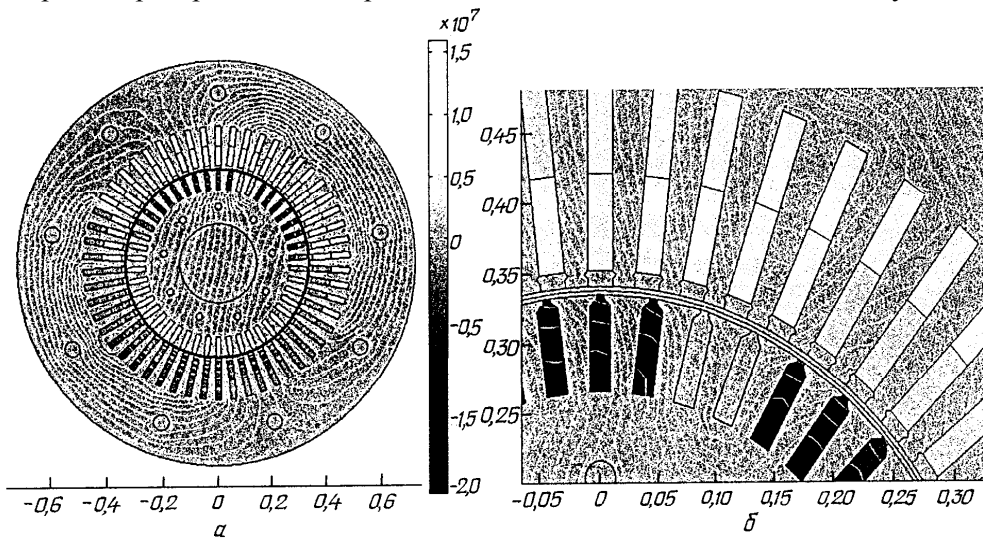


Рис. 1

зазора.

Моделирование поврежденных стержней клетки ротора осуществляется заданием значения электропроводности  $\gamma = 0$  в тех пазах ротора, в которых находятся поврежденные стержни. Токи в них не протекают. В остальных пазах с неповрежденными стержнями задается реальная электропроводность материала клетки (алюминий

или медь). Такой способ позволяет моделировать различные варианты повреждений клетки ротора, в том числе различное количество поврежденных стержней ротора и разное их положение.

Основными источниками электромагнитного поля являются плотности сторонних токов в пазах статора, в которых уложены три фазы обмотки статора,

$$\dot{J}_{A\text{стор}} = I_m / S_{II},$$

$$\dot{J}_{B\text{стор}} = -I_m [\cos(-2\pi/3) - j \sin(-2\pi/3)] / S_{II}, \quad (5)$$

$$\dot{J}_{C\text{стор}} = -I_m [\cos(-4\pi/3) - j \sin(-4\pi/3)] / S_{II},$$

где  $I_m$  – амплитуда тока в фазе статора;  $S_{II}$  – площадь сечения паза статора.

После решения задачи (3)–(5) анализируются особенности распределения электромагнитного поля в активной зоне двигателя, а также кривая распределения магнитной индукции вдоль длины воздушного зазора. С помощью быстрого дискретного преобразования Фурье [1,5] выполняется спектральный анализ кривых индукции, полученных для разных расчетных вариантов.

**Результаты моделирования** АД с поврежденными стержнями ротора на примере двигателя собственных нужд электростанций типа АД-5000. Двигатель имеет следующие данные: мощность  $P=5000$  кВт; номинальное линейное напряжение  $U_{\text{нл}}=6000$  В; номинальный фазный ток  $I_{\text{нф}}=314,59$  А; число полюсов  $2p=2$ ; воздушный зазор  $\delta=6$  мм; число пазов статора и ротора  $Z_1=54, Z_2=46$ ; номинальное

скольжение  $S=0,005$ ; материал стержней ротора – медь. Численная реализация модели (3)–(5) выполнена с помощью метода конечных элементов в пакете программ COMSOL 3.4.

Для получения адекватного численного решения уравнения (3) при несимметричной клетке ротора необходимо правильно задать разность электрических потенциалов  $\Delta\varphi$  между торцами ротора. Результаты численных экспериментов по выбору  $\Delta\varphi$  отображены на рис. 2, на котором даны расчетные

зависимости невязки полного тока ротора в выражении (4) от величины  $\Delta\varphi$  для различного числа поврежденных стержней ротора (1,2 или 3). Поврежденные стержни были выбраны из группы стержней, в которых в расчетный момент времени протекают токи отрицательного знака. При этом для выполнения условия (4) величина  $\Delta\varphi$  должна также иметь отрицательное значение, чтобы усилить влияние токов отрицательного знака в оставшихся неповрежденных стержнях (скомпенсировать отсутствующие токи ротора отрицательного знака). Из рис. 2 видно, что минимум невязки полного тока ротора для любого числа поврежденных стержней ротора достигается при  $\Delta\varphi \approx -0,01$  В. Такое малое значение  $\Delta\varphi$  объясняется малым собственным сопротивлением стержней ротора. При  $\Delta\varphi = -0,01$  В результирующая невязка не превышает 0,1...0,3 % от величины суммарного тока ротора всех стержней одного знака (расположенных под одним полюсом), т.е. в реальных расчетах условие (4) выполняется с весьма малой погрешностью.

На рис. 3, а показано распределение индукции для АД с неповрежденным ротором, а на рис. 3, б, в и 3, г – распределение индукции при наличии соответственно одного, двух и трех поврежденных стержней. Неравномерное распределение локальных экстремумов на кривой индукции для неповрежденного АД вдоль полюсного деления обусловлено результатом наложения зубцовых гармоник разных частот, соответствующих числам  $Z_1=54$ ,  $Z_2=46$ .

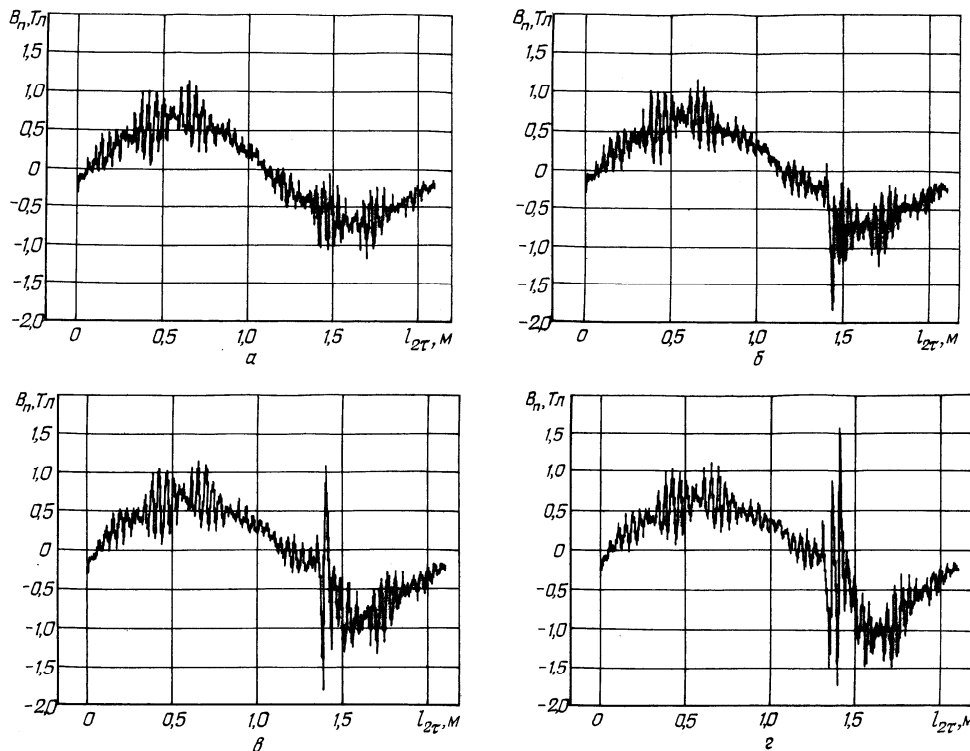


Рис. 3

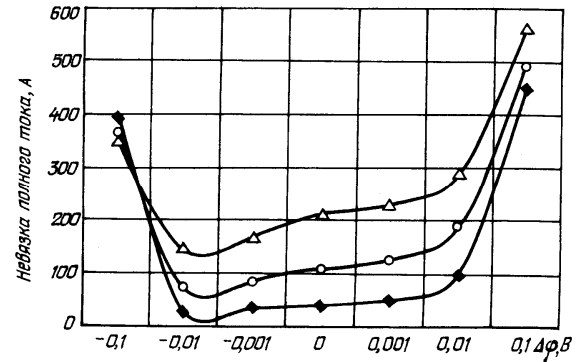


Рис.2

На рисунках хорошо видна локальная деформация магнитного поля в воздушном зазоре над поврежденным участком ротора. Причем интенсивность деформации возрастает с увеличением количества поврежденных стержней. Такую деформацию поля несложно выявить экспериментально с помощью соответствующей системы датчиков.

Локальное возмущение магнитной индукции пульсирует в роторе с частотой скольжения  $f_2 = f_1 s$  по мере того, как токи ротора перемещаются относительно повреж-

денного участка клетки. Например, при расположении поврежденных стержней в середине токового полюса ротора искажение индукции максимально. В момент времени, когда стержни располагаются между токовыми полюсами ротора, возмущение практически отсутствует. Локальное возмущение индукции перемещается вместе с ротором и индуцирует в фазах неподвижной обмотки статора дополнительную ЭДС. При одном поврежденном стержне ротора эта ЭДС имеет импульсный характер с длительностью импульса  $t_u = T_1 p / Z_2$ , где  $T_1$  – период колебания основной частоты тока статора,  $p$  – число пар полюсов,  $Z_2$  – число зубцов ротора. Частота следования импульсов равна  $f_u = f_1(1-s)$ , а амплитуда ЭДС модулирована частотой скольжения. Характер этой ЭДС сложным образом зависит от типа повреждения клетки, числа полюсов АД и других факторов. Измерение дополнительной ЭДС и соответствующих ей токов лежит в основе метода диагностики повреждений ротора, основанного на анализе тока обмотки статора.

Локальные деформации магнитного поля в воздушном зазоре АД изменяют также характер и интенсивность действующих на статор вибровозмущающих сил электромагнитного происхождения, что изменяет вибрацию сердечника статора. Анализ изменений вибраций статора используется в методах вибрационной диагностики повреждений клетки ротора.

Для повышения эффективности диагностики повреждений клетки ротора АД целесообразно выполнять спектральный анализ приведенных кривых магнитной индукции. На рис. 4, а показана спектрограмма кривой магнитной индукции для АД с неповрежденным ротором, а на рис. 4, б, в, г –

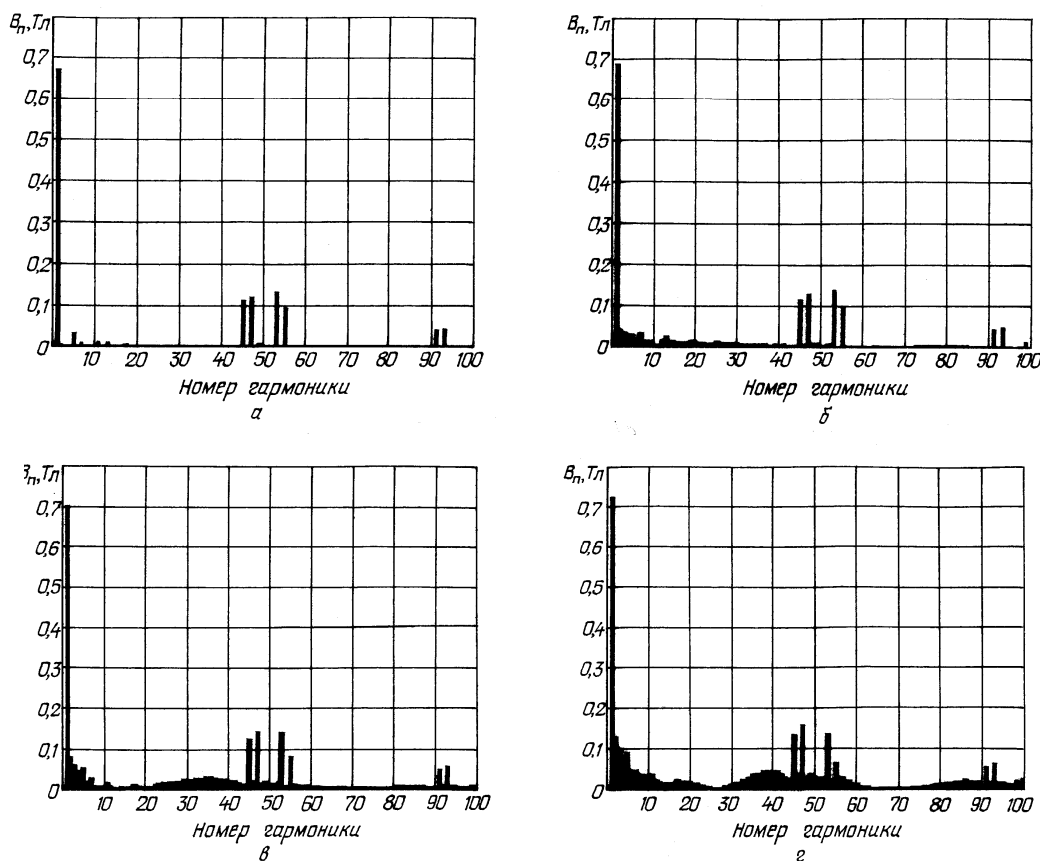


Рис. 4

спектрограммы магнитной индукции соответственно при наличии в клетке одного, двух и трех поврежденных стержней. Из сравнительного анализа спектрограмм видно, что с увеличением числа поврежденных стержней ротора в спектрах магнитной индукции появляется большое количество высших гармоник, которые свидетельствуют о наличии дефекта. Идентификация и эффективная диагностика дефектов должна базироваться на анализе разностных спектрограмм, получен-

ных вычитанием спектрограмм поврежденного и целого АД. При этом отсеиваются шумы и остаются лишь характерные для данного дефекта вновь появившиеся гармоники, которые используются в качестве диагностического признака для идентификации повреждений обмотки ротора.

Анализ особенностей распределения электромагнитного поля в АД с поврежденной клеткой ротора показывает, что однажды возникнувший дефект клетки способствует дальнейшему быстрому разрушению клетки и аварийному выходу двигателя из строя. В частности, в целых стержнях ротора, которые примыкают к поврежденному участку клетки, существенно увеличивается плотность тока и

джоулевы потери. Так, при наличии одного поврежденного стержня в соседних целых стержнях плотность тока возрастает в 1,3 раза, а потери – в 1,69 раза. При наличии двух расположенных рядом поврежденных стержней ротора увеличение плотности тока и потерь в целых соседних стержнях составляет 1,51 и 2,28 раза, а при трех поврежденных стержнях – соответственно 1,71 и 2,92 раза. В результате из-за различного нагрева отдельных стержней клетки в ней возникает существенная неравномерность термомеханических деформаций и последующее ее быстрое разрушение.

Основное преимущество разработанной полевой модели и соответствующей ей расчетной методики состоит в том, что они позволяют рассчитать электромагнитное поле АД и спектрограммы магнитной индукции в воздушном зазоре для любого варианта повреждений клетки ротора, в том числе и при наличии нескольких поврежденных стержней, расположенных в различных местах клетки. При этом можно установить взаимнооднозначное соответствие конкретного вида дефекта с конкретным видом спектрограммы магнитной индукции и использовать ее при проведении мониторинга и диагностики технического состояния ротора ответственных АД. Такой подход позволяет повысить чувствительность методов диагностики для выявления повреждений «беличьей клетки» ротора на ранних стадиях их развития, что повышает надежность работы АД.

**Выводы.** 1. Предложена полевая математическая модель для анализа электромагнитных процессов в короткозамкнутых АД при наличии поврежденных стержней «беличьей клетки» ротора. Модель учитывает влияние скалярного электрического потенциала между торцами ротора и позволяет выполнить анализ электромагнитного поля АД при произвольных повреждениях ротора.

2. Показано, что при наличии дефектов ротора наблюдаются деформации магнитного поля в воздушном зазоре АД, интенсивность и характер которых существенно зависят от объема и характера повреждений ротора.

3. Установлено взаимнооднозначное соответствие между изменением нормальной составляющей магнитной индукции в воздушном зазоре и изменениями ее спектров. По этим изменениям можно судить не только о наличии поврежденных стержней «беличьей клетки», но и об их количестве и даже об их взаимном положении в клетке.

5. Показано, что при появлении поврежденного стержня возникает существенный перегрев целых стержней, примыкающих к поврежденному участку ротора. При этом появляется неравномерность термомеханических деформаций клетки и ее ускоренное дальнейшее разрушение.

1. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
2. Васьковський Ю.М. Польовий аналіз електричних машин. – Київ, НТУ України «КПІ», 2007. – 191 с.
3. Васьковський Ю.М., Гайдєнко Ю.А. Дослідження методами теорії поля характеристик асинхронних двигунів при несиметрії параметрів ротора // Електротехніка і електромеханіка. – 2007. – №3. – С.19–22.
4. Васьковський Ю.М., Гайдєнко Ю.А. Принцип относительности и выбор системы координат при анализе электромагнитного поля в электрических машинах // Електротехніка і електромеханіка. – 2008. – №2. – С.11–14.
5. Оптенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2006. – 856 с.
6. Петухов В.С., Соколов В.А. Диагностика состояния электродвигателей. Метод спектрального анализа потребляемого тока // Новости электротехники. – 2005. – № 1(31). – С. 50–52.
7. Русов В.А. Спектральная вибродиагностика, [www.vibrocenter.ru/book8.htm](http://www.vibrocenter.ru/book8.htm), 1996.
8. Савельев В.А., Назарычев А.Н., Скоробогатов А.А. Оценка потребности в ремонте асинхронного электродвигателя с учетом контроля его состояния и конструктивных особенностей // Вестник ИГЭУ – Иваново, ИГЭУ, 2005. – Вып. 1. – С. 89–91.

Надійшла 16.09.2009