
УДК 519.711.3:631.382.2:669.174

В.Ф. Евдокимов, чл.-кор. НАН Украины,
Е.И. Петрушенко, канд. техн. наук, **В.А. Кучаев**, аспирант
Ин-т проблем моделирования
в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044) 4249160, e-mail:dep_7@voliacable.com; vitalku07@yandex.ru)

Интегральная модель трехмерного вращающегося магнитного поля статора цилиндрического ЭМП на основе симметричных составляющих. II

Скалярная система интегральных уравнений (СкСИУ), полученная в [1—3], преобразована с учетом симметрии по координате Y в проекциях плотностей источников k -й симметричной составляющей магнитного поля статора. Областью определения полученной СкСИУ является часть поверхности магнитопровода статора, лежащая выше плоскости симметрии XOY и справа от координатной плоскости XOZ . Это обстоятельство существенно сокращает объем вычислений, связанный с составлением матрицы аппроксимирующей алгебраической системы и ее решением.

Скалярну систему інтегральних рівнянь (СкСІР), отриману в [1—3], перетворено з урахуванням симетрії по координаті Y в проєкціях щільностей джерел k -ї симетричної складової магнітного поля статора. Областю визначення отриманої СкСІР є частина поверхні магнітопроводу статора, що лежить вище площини симетрії XOY і праворуч від координатної площини XOZ . Ця обставина істотно скорочує об'єм обчислень, пов'язаний із складанням матриці апроксимуючої алгебраїчної системи та її розв'язком.

К л ю ч е в ы е с л о в а: интегральная модель, трехмерное вращающееся магнитное поле, симметричные составляющие, соотношения симметрии, электромагнитный перемешиватель, магнитопровод, скалярная система интегральных уравнений.

В [1, 2] векторная система интегральных уравнений для векторов плотности источников k -й симметричной составляющей (СС) магнитного поля статора цилиндрического трехфазного электромагнитного перемешивателя (ЭМП) преобразована к скалярной системе интегральных уравнений (СкСИУ) относительно проекции на оси цилиндрической системы координат векторов плотности источников k -й СС магнитного поля. В [3] указанная СкСИУ преобразована с учетом симметрий по координате Z в проекциях плотностей источников k -й СС магнитного поля статора. Областью определения СкСИУ, полученной после указанных преобразований, яв-

© В.Ф. Евдокимов, Е.И. Петрушенко, В.А. Кучаев, 2013

ляется часть поверхности магнитопровода статора, лежащая выше координатной плоскости XOY , которой принадлежат точки $M(X_M, Y_M, Z_M)$ с координатами $Z_M \geq 0$.

В данном случае поставлена цель преобразовать полученную в [3] СкСИУ с учетом соотношений симметрии по координате Y в проекциях на оси цилиндрической системы координат векторов плотности источников k -й СС магнитного поля. Областью определения новой СкСИУ является часть поверхности магнитопровода статора, лежащая выше координатной плоскости XOY и вправо от координатной плоскости XOZ , которой принадлежат точки $M(X_M, Y_M, Z_M)$ с координатами $Z_M \geq 0$ и $Y_M \geq 0$.

Введем обозначения, которые будем использовать при преобразовании интегрального уравнения (ИУ) для СС магнитного поля. Пусть точка $M(X_M, Y_M, Z_M)$ лежит над координатной плоскостью XOY декартовой системы координат XYZ . При этом $Z_M \geq 0$. Точка $M_Z(X_M, Y_M, -Z_M)$ симметрична точке M относительно координатной плоскости XOY . Пусть также

S_2 — внутренняя боковая поверхность магнитопровода;

S_{21} — часть поверхности S_2 , которой принадлежит точка M_Z , лежащая под плоскостью XOY ;

S_{22} — часть поверхности S_2 , которой принадлежит точка M , лежащая над плоскостью XOY ;

S_3 или S_{32} — верхнее основание поверхности магнитопровода, которому принадлежит точка M ;

S_4 — внешняя боковая поверхность магнитопровода;

S_{41} — часть поверхности S_4 , которой принадлежит точка M_Z , лежащая под плоскостью XOY ;

S_{42} — часть поверхности S_4 , которой принадлежит точка M , лежащая над плоскостью XOY .

Преобразуем ИУ (11) и (13), полученные в [3], с учетом соотношений симметрии по координате Y в проекциях на оси цилиндрической системы координат векторов плотности источников k -й СС магнитного поля статора. Введенные в [3] обозначения симметричных относительно координатных плоскостей точек и участков поверхности магнитопровода здесь и в дальнейшем представляют интерес в случаях, когда точка $M(X_M, Y_M, Z_M)$ лежит в первом октанте декартовой системы координат XYZ . При этом точка M_{21} в обозначениях, введенных в [3], в рассматриваемом случае может быть обозначена так: $M_{21} = M_2(X_M, Y_M, -Z_M) = M_{22Z}$. Аналогично: $M_{22} = M_2(X_M, Y_M, Z_M)$, $M_{11} = M_1(X_M, Y_M, -Z_M) = M_{12Z}$, $M_{32} = M_3(X_M, Y_M, Z_M)$, $M_{41} = M_4(X_M, Y_M, -Z_M) = M_{42Z}$, $M_{42} = M_4(X_M, Y_M, Z_M)$.

Дополнительно [3] введем следующие обозначения:

S^1 и S^2 — части поверхности S магнитопровода, которым принадлежат соответственно точки $M(X_M, Y_M, -Z_M)$ и $M(X_M, Y_M, Z_M)$;

S^{11} и S^{12} — части поверхности S магнитопровода, которым принадлежат соответственно точки $M(X_M, -Y_M, -Z_M)$ и $M(X_M, Y_M, -Z_M)$;

S^{21} и S^{22} — части поверхности S магнитопровода, которым принадлежат соответственно точки $M(X_M, -Y_M, Z_M)$ и $M(X_M, Y_M, Z_M)$;

S^{111} — часть поверхности S магнитопровода, которой принадлежат точки $M(-X_M, -Y_M, -Z_M)$.

Уравнения (8) и (9), полученные в [3],

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{22}}(Q_{22}) + \int_{S_{22}} [-RC(Q_{22}, M_{22}) + RC(Q_{22}, M_{22Z})] \sigma_{\varphi M_{22}}(M_{22}) ds_{M_{22}} + \\ & \quad + \int_{S_3} [-RS(Q_{22}, M_3) + RS(Q_{22}, M_{3Z})] \sigma_{\rho M_3}(M_3) ds_{M_3} + \\ & \quad + \int_{S_3} [-RC(Q_{22}, M_3) + RC(Q_{22}, M_{3Z})] \sigma_{\varphi M_3}(M_3) ds_{M_3} + \\ & \quad + \int_{S_{42}} [-RC(Q_{22}, M_{42}) + RC(Q_{22}, M_{42Z})] \sigma_{\varphi M_{42}}(M_{42}) ds_{M_{42}} = -F_{2\varphi}^Z(Q_{22}), \\ & \quad Q_{22} \in S_{22}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{22}) + \int_{S_{22}} [ZS(Q_{22}, M_{22}) - ZS(Q_{22}, M_{22Z})] \sigma_{\varphi M_{22}}(M_{22}) ds_{M_{22}} + \\ & \quad + \int_{S_{22}} [CR(Q_{22}, M_{22}) + CR(Q_{22}, M_{22Z})] \sigma_z(M_{22}) ds_{M_{22}} + \\ & \quad + \int_{S_3} [-ZC(Q_{22}, M_3) + ZC(Q_{22}, M_{3Z})] \sigma_{\rho M_3}(M_3) ds_{M_3} + \\ & \quad + \int_{S_3} [ZS(Q_{22}, M_3) - ZS(Q_{22}, M_{3Z})] \sigma_{\varphi M_3}(M_3) ds_{M_3} + \\ & \quad + \int_{S_{42}} [ZS(Q_{22}, M_{42}) - ZS(Q_{22}, M_{42Z})] \sigma_{\varphi M_{42}}(M_{42}) ds_{M_{42}} + \\ & \quad + \int_{S_{42}} [CR(Q_{22}, M_{42}) + CR(Q_{22}, M_{42Z})] \sigma_z(M_{42}) ds_{M_{42}} = -F_{2z}^Z(Q_{22}), \\ & \quad Q_{22} \in S_{22}, \end{aligned} \quad (2)$$

записанные с учетом симметрии по координате Z в плотностях источников СС магнитного поля, преобразуем с учетом симметрии по координате Y в плотностях источников СС магнитного поля. Предварительно учтем следующее обстоятельство. Плоскость XOZ [3, рис. 2] разбивает канонические участки S_{22}, S_{32}, S_{42} поверхности S^2 магнитопровода на две части:

$$S_{22} = S_{221} \cup S_{222}, \quad S_{32} = S_{321} \cup S_{322}, \quad S_{42} = S_{421} \cup S_{422}. \quad (3)$$

С помощью равенств (3) уравнения (1) и (2) запишем в виде

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{22}}(Q_{22}) + \int_{S_{221}} [-RC(Q_{22}, M_{221}) + \\ & + RC(Q_{22}, M_{22Z1})] \sigma_{\varphi M_{221}}(M_{221}) ds_{M_{221}} + \int_{S_{222}} [-RC(Q_{22}, M_{222}) + \\ & + RC(Q_{22}, M_{22Z2})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \int_{S_{321}} [-RS(Q_{22}, M_{321}) + \\ & + RS(Q_{22}, M_{32Z1})] \sigma_{\rho M_{321}}(M_{321}) ds_{M_{321}} + \int_{S_{322}} [-RS(Q_{22}, M_{322}) + \\ & + RS(Q_{22}, M_{32Z2})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{321}} [-RC(Q_{22}, M_{321}) + \\ & + RC(Q_{22}, M_{32Z1})] \sigma_{\varphi M_{321}}(M_{321}) ds_{M_{321}} + \int_{S_{322}} [-RC(Q_{22}, M_{322}) + \\ & + RC(Q_{22}, M_{32Z2})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{421}} [-RC(Q_{22}, M_{421}) + \\ & + RC(Q_{22}, M_{42Z1})] \sigma_{\varphi M_{421}}(M_{421}) ds_{M_{421}} + \int_{S_{422}} [-RC(Q_{22}, M_{422}) + \\ & + RC(Q_{22}, M_{42Z2})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} = -F_{2\varphi}^Z(Q_{22}), \quad Q_{22} \in S_{22}; \quad (4) \\ & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{22}) + \int_{S_{221}} [ZS(Q_{22}, M_{221}) - ZS(Q_{22}, M_{22Z1})] \sigma_{\varphi M_{221}}(M_{221}) ds_{M_{221}} + \\ & + \int_{S_{222}} [ZS(Q_{22}, M_{222}) - ZS(Q_{22}, M_{22Z2})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\ & + \int_{S_{221}} [CR(Q_{22}, M_{221}) + CR(Q_{22}, M_{22Z1})] \sigma_z(M_{221}) ds_{M_{221}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{S_{222}} [CR(Q_{22}, M_{222}) + CR(Q_{22}, M_{22Z2})] \sigma_z(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{321}} [-ZC(Q_{22}, M_{321}) + ZC(Q_{22}, M_{32Z1})] \sigma_{\rho M_{321}}(M_{321}) ds_{M_{321}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [-ZC(Q_{22}, M_{322}) + ZC(Q_{22}, M_{32Z2})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{321}} [ZS(Q_{22}, M_{321}) - ZS(Q_{22}, M_{32Z1})] \sigma_{\varphi M_{321}}(M_{321}) ds_{M_{321}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [ZS(Q_{22}, M_{322}) - ZS(Q_{22}, M_{32Z2})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{421}} [ZS(Q_{22}, M_{421}) - ZS(Q_{22}, M_{42Z1})] \sigma_{\varphi M_{421}}(M_{421}) ds_{M_{421}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [ZS(Q_{22}, M_{422}) - ZS(Q_{22}, M_{42Z2})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{421}} [CR(Q_{22}, M_{421}) + CR(Q_{22}, M_{42Z1})] \sigma_z(M_{421}) ds_{M_{421}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [CR(Q_{22}, M_{422}) + CR(Q_{22}, M_{42Z2})] \sigma_z(M_{422}) ds_{M_{422}} = -F_{2z}^Z(Q_{22}), \\
 & Q_{22} \in S_{22}. \tag{5}
 \end{aligned}$$

При преобразовании уравнения (4) будем учитывать следующие условия симметрии по координате Y в плотностях источников СС магнитного поля:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\varphi M_{221}}(M_{221}) &= -\sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}), \quad \sigma_{\varphi M_{321}}(M_{321}) = -\sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}), \\
 \sigma_{\rho M_{321}}(M_{321}) &= \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}), \quad \sigma_{\varphi M_{421}}(M_{421}) = -\sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}). \tag{6}
 \end{aligned}$$

С учетом (6) уравнение (4) примет вид

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{222}}(Q_{222}) - \int_{S_{222}} [-RC(Q_{222}, M_{222Y}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{22Z2Y})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} [-RC(Q_{222}, M_{222}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{22Z2})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \int_{S_{322}} [-RS(Q_{222}, M_{322Y}) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + RS(Q_{222}, M_{32Z2Y})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{322}} [-RS(Q_{222}, M_{322}) + \\
 & + RS(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} - \int_{S_{322}} [-RC(Q_{222}, M_{322Y}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{32Z2Y})] \sigma_{\phi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{322}} [-RC(Q_{222}, M_{322}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\phi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} - \int_{S_{422}} [-RC(Q_{222}, M_{422Y}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{42Z2Y})] \sigma_{\phi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} + \int_{S_{422}} [-RC(Q_{222}, M_{422}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{42Z2})] \sigma_{\phi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} = -F_{2\phi}^{ZY}(Q_{222}), Q_{222} \in S_{222}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

При преобразовании уравнения (5) будем учитывать следующие условия симметрии по координате Y в плотностях источников СС магнитного поля:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\phi M_{221}}(M_{221}) &= -\sigma_{\phi M_{222}}(M_{222}), \quad \sigma_{\phi M_{321}}(M_{321}) = -\sigma_{\phi M_{322}}(M_{322}), \\
 \sigma_z(M_{221}) &= \sigma_z(M_{222}), \quad \sigma_{\phi M_{421}}(M_{421}) = -\sigma_{\phi M_{422}}(M_{422}), \\
 \sigma_{\rho M_{321}}(M_{321}) &= \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}), \quad \sigma_z(M_{421}) = \sigma_z(M_{422}). \quad (8)
 \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{222}) - \int_{S_{222}} [ZS(Q_{222}, M_{222Y}) - ZS(Q_{222}, M_{22Z2Y})] \sigma_{\phi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} [ZS(Q_{222}, M_{222}) - ZS(Q_{222}, M_{22Z2})] \sigma_{\phi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} [CR(Q_{222}, M_{222Y}) + CR(Q_{222}, M_{22Z2Y})] \sigma_z(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} [CR(Q_{222}, M_{222}) + CR(Q_{222}, M_{22Z2})] \sigma_z(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [-ZC(Q_{222}, M_{322Y}) + ZC(Q_{222}, M_{32Z2Y})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [-ZC(Q_{222}, M_{322}) + ZC(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_{S_{322}} [ZS(Q_{222}, M_{322Y}) - ZS(Q_{222}, M_{322Z})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [ZS(Q_{222}, M_{322}) - ZS(Q_{222}, M_{322Z})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} - \\
 & - \int_{S_{422}} [ZS(Q_{222}, M_{422Y}) - ZS(Q_{222}, M_{422Z})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [ZS(Q_{222}, M_{422}) - ZS(Q_{222}, M_{422Z})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [CR(Q_{222}, M_{422Y}) + CR(Q_{222}, M_{422Z})] \sigma_z(M_{422}) ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [CR(Q_{222}, M_{422}) + CR(Q_{222}, M_{422Z})] \sigma_z(M_{422}) ds_{M_{422}} = -F_{2z}^{ZY}(Q_{222}), \\
 & Q_{222} \in S_{222}. \tag{9}
 \end{aligned}$$

Для дальнейших преобразований запишем уравнение (7) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{222}}(Q_{222}) + \int_{S_{222}} [RC(Q_{222}, M_{222Y}) - \\
 & - RC(Q_{222}, M_{222Z})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} [-RC(Q_{222}, M_{222}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{222Z})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \int_{S_{322}} [-RS(Q_{222}, M_{322Y}) + \\
 & + RS(Q_{222}, M_{322Z})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{322}} [-RS(Q_{222}, M_{322}) + \\
 & + RS(Q_{222}, M_{322Z})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{322}} [RC(Q_{222}, M_{322Y}) - \\
 & - RC(Q_{222}, M_{322Z})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{322}} [-RC(Q_{222}, M_{322}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{322Z})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{422}} [RC(Q_{222}, M_{422Y}) - \\
 & - RC(Q_{222}, M_{422Z})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} + \int_{S_{422}} [-RC(Q_{222}, M_{422}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{422Z})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -RC(Q_{222}, M_{42Z2Y})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} + \int_{S_{422}} [-RC(Q_{222}, M_{422}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{42Z2})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} = -F_{2\varphi}^{ZY}(Q_{222}), \quad Q_{222} \in S_{222}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

В (10) заменим суммы интегралов на интегралы от сумм:

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{222}}(Q_{222}) + \int_{S_{222}} [RC(Q_{222}, M_{222Y}) - RC(Q_{222}, M_{22Z2Y}) - \\
 & - RC(Q_{222}, M_{222}) + RC(Q_{222}, M_{22Z2})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [-RS(Q_{222}, M_{322Y}) + RS(Q_{222}, M_{32Z2Y}) - \\
 & - RS(Q_{222}, M_{322}) + RS(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [RC(Q_{222}, M_{322Y}) - RC(Q_{222}, M_{32Z2Y}) - \\
 & - RC(Q_{222}, M_{322}) + RC(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [RC(Q_{222}, M_{422Y}) - RC(Q_{222}, M_{42Z2Y}) - RC(Q_{222}, M_{422}) + \\
 & + RC(Q_{222}, M_{42Z2})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} = -F_{2\varphi}^{ZY}(Q_{222}), \quad Q_{222} \in S_{222}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 & RC(Q_{222}, M_{222}) - RC(Q_{222}, M_{222Y}) = \Delta_Y RC(Q_{222}, M_{222}), \\
 & RC(Q_{222}, M_{22Z2}) - RC(Q_{222}, M_{22Z2Y}) = \Delta_Y RC(Q_{222}, M_{22Z2}), \\
 & RC(Q_{222}, M_{322}) - RC(Q_{222}, M_{322Y}) = \Delta_Y RC(Q_{222}, M_{322}), \\
 & RC(Q_{222}, M_{32Z2}) - RC(Q_{222}, M_{32Z2Y}) = \Delta_Y RC(Q_{222}, M_{32Z2}), \quad (12) \\
 & RC(Q_{222}, M_{422}) - RC(Q_{222}, M_{422Y}) = \Delta_Y RC(Q_{222}, M_{422}), \\
 & RC(Q_{222}, M_{42Z2}) - RC(Q_{222}, M_{42Z2Y}) = \Delta_Y RC(Q_{222}, M_{42Z2}), \\
 & RS(Q_{222}, M_{322}) + RS(Q_{222}, M_{322Y}) = \Sigma_Y RS(Q_{222}, M_{322}), \\
 & RS(Q_{222}, M_{32Z2}) + RS(Q_{222}, M_{32Z2Y}) = \Sigma_Y RS(Q_{222}, M_{32Z2}).
 \end{aligned}$$

Используя обозначения (12), запишем уравнение (11) так:

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{222}}(Q_{222}) + \int_{S_{222}} [-\Delta_Y RC(Q_{222}, M_{222}) + \\
 & + \Delta_Y RC(Q_{222}, M_{22Z2})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [-\Sigma_Y RS(Q_{222}, M_{322}) + \Sigma_Y RS(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [-\Delta_Y RC(Q_{222}, M_{322}) + \Delta_Y RC(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [-\Delta_Y RC(Q_{222}, M_{422}) + \Delta_Y RC(Q_{222}, M_{42Z2})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} = \\
 & = -F_{2\varphi}^{ZY}(Q_{222}), \quad Q_{222} \in S_{222}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Для дальнейших преобразований запишем уравнение (9) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{222}) + \int_{S_{222}} [-ZS(Q_{222}, M_{222Y}) + ZS(Q_{222}, M_{22Z2Y})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} [ZS(Q_{222}, M_{222}) - ZS(Q_{222}, M_{22Z2})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} [CR(Q_{222}, M_{222Y}) + CR(Q_{222}, M_{22Z2Y})] \sigma_z(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} [CR(Q_{222}, M_{222}) + CR(Q_{222}, M_{22Z2})] \sigma_z(M_{222}) ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [-ZC(Q_{222}, M_{322Y}) + ZC(Q_{222}, M_{32Z2Y})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [-ZC(Q_{222}, M_{322}) + ZC(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [-ZS(Q_{222}, M_{322Y}) + ZS(Q_{222}, M_{32Z2Y})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} [ZS(Q_{222}, M_{322}) - ZS(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{S_{422}} [-ZS(Q_{222}, M_{422Y}) + ZS(Q_{222}, M_{42Z2Y})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [ZS(Q_{222}, M_{422}) - ZS(Q_{222}, M_{42Z2})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [CR(Q_{222}, M_{422Y}) + CR(Q_{222}, M_{42Z2Y})] \sigma_z(M_{422}) ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} [CR(Q_{222}, M_{422}) + CR(Q_{222}, M_{42Z2})] \sigma_z(M_{422}) ds_{M_{422}} = -F_{2z}^{ZY}(Q_{222}), \\
 & Q_{222} \in S_{222}. \tag{14}
 \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 & ZS(Q_{222}, M_{222}) - ZS(Q_{222}, M_{222Y}) = \Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{222}), \\
 & ZS(Q_{222}, M_{22Z2}) - ZS(Q_{222}, M_{22Z2Y}) = \Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{22Z2}), \\
 & CR(Q_{222}, M_{222}) + CR(Q_{222}, M_{222Y}) = \Sigma_Y CR(Q_{222}, M_{222}), \\
 & CR(Q_{222}, M_{22Z2}) + CR(Q_{222}, M_{22Z2Y}) = \Sigma_Y CR(Q_{222}, M_{22Z2}), \\
 & ZC(Q_{222}, M_{322}) + ZC(Q_{222}, M_{322Y}) = \Sigma_Y ZC(Q_{222}, M_{322}), \\
 & ZC(Q_{222}, M_{32Z2}) + ZC(Q_{222}, M_{32Z2Y}) = \Sigma_Y ZC(Q_{222}, M_{32Z2}), \tag{15} \\
 & ZS(Q_{222}, M_{322}) - ZS(Q_{222}, M_{322Y}) = \Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{322}), \\
 & ZS(Q_{222}, M_{32Z2}) - ZS(Q_{222}, M_{32Z2Y}) = \Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{32Z2}), \\
 & ZS(Q_{222}, M_{422}) - ZS(Q_{222}, M_{422Y}) = \Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{422}), \\
 & ZS(Q_{222}, M_{42Z2}) - ZS(Q_{222}, M_{42Z2Y}) = \Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{42Z2}), \\
 & CR(Q_{222}, M_{422}) + CR(Q_{222}, M_{422Y}) = \Sigma_Y CR(Q_{222}, M_{422}), \\
 & CR(Q_{222}, M_{42Z2}) + CR(Q_{222}, M_{42Z2Y}) = \Sigma_Y CR(Q_{222}, M_{42Z2}).
 \end{aligned}$$

Используя обозначения (15), запишем уравнение (14) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{222}) + \int_{S_{222}} [\Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{222}) - \\
 & - \Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{22Z2})] \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} [\Sigma_Y CR(Q_{222}, M_{222}) + \\
 & + \Sigma_Y CR(Q_{222}, M_{22Z2})] \sigma_z(M_{222}) ds_{M_{222}} + \int_{S_{322}} [-\Sigma_Y ZC(Q_{222}, M_{322}) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \Sigma_Y ZC(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{322}} [\Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{322}) - \\
 & - \Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{32Z2})] \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) ds_{M_{322}} + \int_{S_{422}} [\Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{422}) - \\
 & - \Delta_Y ZS(Q_{222}, M_{42Z2})] \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) ds_{M_{422}} + \int_{S_{422}} [\Sigma_Y CR(Q_{222}, M_{422}) + \\
 & + \Sigma_Y CR(Q_{222}, M_{42Z2})] \sigma_z(M_{422}) ds_{M_{422}} = -F_{2z}^{ZY}(Q_{222}), \quad Q_{222} \in S_{222}. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Преобразование ИУ (18) и (19) из [3] с учетом симметрии по координате Y в плотностях источников СС магнитного поля. Уравнения (18) и (19) из [3], имеют вид

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\rho Q_3}(Q_3) + \int_{S_{22}} \sigma_{\varphi M_{22}}(M_{22}) [ZS(Q_3, M_{22}) - ZS(Q_3, M_{22Z})] ds_{M_{22}} + \\
 & + \int_{S_{22}} \sigma_z(M_{22}) [CR(Q_3, M_{22}) + CR(Q_3, M_{22Z})] ds_{M_{22}} + \\
 & + \int_{S_3} \sigma_{\rho M_3}(M_3) [ZC(Q_3, M_{3Z})] ds_{M_3} + \int_{S_3} \sigma_{\varphi M_3}(M_3) [-ZS(Q_3, M_{3Z})] ds_{M_3} + \\
 & + \int_{S_{42}} \sigma_{\varphi M_{42}}(M_{42}) [ZS(Q_3, M_{42}) - ZS(Q_3, M_{42Z})] ds_{M_{42}} + \\
 & + \int_{S_{42}} \sigma_z(M_{42}) [CR(Q_3, M_{42}) + CR(Q_3, M_{42Z})] ds_{M_{42}} = -F_{3p}^Z(Q_3), \quad Q_3 \in S_3; \quad (17) \\
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_3}(Q_3) - \int_{S_{22}} \sigma_{\varphi M_{22}}(M_{22}) [ZC(Q_3, M_{22}) - ZC(Q_3, M_{22Z})] ds_{M_{22}} + \\
 & + \int_{S_{22}} \sigma_z(M_{22}) [SR(Q_3, M_{22}) + SR(Q_3, M_{22Z})] ds_{M_{22}} + \\
 & + \int_{S_3} \sigma_{\rho M_3}(M_3) [ZS(Q_3, M_{3Z})] ds_{M_3} + \int_{S_3} \sigma_{\varphi M_3}(M_3) [ZC(Q_3, M_{3Z})] ds_{M_3} - \\
 & - \int_{S_{42}} \sigma_{\varphi M_{42}}(M_{42}) [ZC(Q_3, M_{42}) - ZC(Q_3, M_{42Z})] ds_{M_{42}} +
 \end{aligned}$$

$$+ \int_{S_{42}} \sigma_z(M_{42})[SR(Q_3, M_{42}) + SR(Q_3, M_{42Z})] ds_{M_{42}} = -F_{3\varphi}^Z(Q_3), Q_3 \in S_3, \quad (18)$$

запишем с учетом соотношений (3):

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\rho Q_{32}}(Q_{32}) + \int_{S_{221}} \sigma_{\varphi M_{221}}(M_{221})[ZS(Q_{32}, M_{221}) - ZS(Q_{32}, M_{22Z1})] ds_{M_{221}} + \\ & + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[ZS(Q_{32}, M_{222}) - ZS(Q_{32}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \\ & + \int_{S_{221}} \sigma_z(M_{221})[CR(Q_{32}, M_{221}) + CR(Q_{32}, M_{22Z1})] ds_{M_{221}} + \\ & + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[CR(Q_{32}, M_{222}) + CR(Q_{32}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \\ & + \int_{S_{321}} \sigma_{\rho M_{321}}(M_{321})[ZC(Q_{32}, M_{32Z1})] ds_{M_{321}} + \\ & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{32}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\ & + \int_{S_{321}} \sigma_{\varphi M_{321}}(M_{321})[-ZS(Q_{32}, M_{32Z1})] ds_{M_{321}} + \\ & + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[-ZS(Q_{32}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\ & + \int_{S_{421}} \sigma_{\varphi M_{421}}(M_{421})[ZS(Q_{32}, M_{421}) - ZS(Q_{32}, M_{42Z1})] ds_{M_{421}} + \\ & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[ZS(Q_{32}, M_{422}) - ZS(Q_{32}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} + \\ & + \int_{S_{421}} \sigma_z(M_{421})[CR(Q_{32}, M_{421}) + CR(Q_{32}, M_{42Z1})] ds_{M_{421}} + \\ & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[CR(Q_{32}, M_{422}) + CR(Q_{32}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} = -F_{3\varphi}^Z(Q_{32}), \\ & Q_{32} \in S_{32}. \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{32}}(Q_{32}) - \int_{S_{221}} \sigma_{\varphi M_{221}}(M_{221})[ZC(Q_{32}, M_{221}) - ZC(Q_{32}, M_{22Z1})] ds_{M_{221}} -$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[ZC(Q_{32}, M_{222}) - ZC(Q_{32}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{221}} \sigma_z(M_{221})[SR(Q_{32}, M_{221}) + SR(Q_{32}, M_{22Z1})] ds_{M_{221}} + \\
 & + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[SR(Q_{32}, M_{222}) + SR(Q_{32}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \\
 & \quad + \int_{S_{321}} \sigma_{\rho M_{321}}(M_{321})[ZS(Q_{32}, M_{32Z1})] ds_{M_{321}} + \\
 & \quad + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZS(Q_{32}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\
 & \quad + \int_{S_{321}} \sigma_{\varphi M_{321}}(M_{321})[ZC(Q_{32}, M_{32Z1})] ds_{M_{321}} + \\
 & \quad + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{32}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} - \\
 & - \int_{S_{421}} \sigma_{\varphi M_{421}}(M_{421})[ZC(Q_{32}, M_{421}) - ZC(Q_{32}, M_{42Z1})] ds_{M_{421}} - \\
 & - \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[ZC(Q_{32}, M_{422}) - ZC(Q_{32}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} + \\
 & \quad + \int_{S_{421}} \sigma_z(M_{421})[SR(Q_{32}, M_{421}) + SR(Q_{32}, M_{42Z1})] ds_{M_{421}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[SR(Q_{32}, M_{422}) + SR(Q_{32}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} = -F_{3p}^Z(Q_{32}), \\
 & \qquad \qquad \qquad Q_{32} \in S_{32}. \tag{20}
 \end{aligned}$$

С учетом условий симметрии (8) уравнения (19) и (20) примут вид

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\rho Q_{322}}(Q_{322}) - \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[ZS(Q_{322}, M_{222Y}) - ZS(Q_{322}, M_{22Z2Y})] ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[ZS(Q_{322}, M_{222}) - ZS(Q_{322}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[CR(Q_{322}, M_{222Y}) + CR(Q_{322}, M_{22Z2Y})] ds_{M_{222}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[CR(Q_{322}, M_{222}) + CR(Q_{322}, M_{222Z2})] ds_{M_{222}} + \\
 & \quad + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{322}, M_{322Z2Y})] ds_{M_{322}} + \\
 & \quad + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{322}, M_{322Z2})] ds_{M_{322}} - \\
 & \quad - \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[-ZS(Q_{322}, M_{322Z2Y})] ds_{M_{322}} + \\
 & \quad + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[-ZS(Q_{322}, M_{322Z2})] ds_{M_{322}} - \\
 & - \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[ZS(Q_{322}, M_{422Y}) - ZS(Q_{322}, M_{422Z2Y})] ds_{M_{422}} + \\
 & \quad + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[ZS(Q_{322}, M_{422}) - ZS(Q_{322}, M_{422Z2})] ds_{M_{422}} + \\
 & \quad + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[CR(Q_{322}, M_{422Y}) + CR(Q_{322}, M_{422Z2Y})] ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[CR(Q_{322}, M_{422}) + CR(Q_{322}, M_{422Z2})] ds_{M_{422}} = -F_{3p}^{ZY}(Q_{322}), \\
 & \qquad \qquad \qquad Q_{322} \in S_{322}. \tag{21}
 \end{aligned}$$

Для удобства преобразования уравнения (21) запишем его в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\rho Q_{322}}(Q_{322}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[-ZS(Q_{322}, M_{222Y}) + \\
 & + ZS(Q_{322}, M_{222Z2Y})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[ZS(Q_{322}, M_{222}) - \\
 & - ZS(Q_{322}, M_{222Z2})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[CR(Q_{322}, M_{222Y}) + \\
 & + CR(Q_{322}, M_{222Z2Y})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[CR(Q_{322}, M_{222}) + \\
 & + CR(Q_{322}, M_{222Z2})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{322}, M_{322Z2Y})] ds_{M_{322}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{322}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[ZS(Q_{322}, M_{32Z2Y})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[-ZS(Q_{322}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[-ZS(Q_{322}, M_{422Y}) + ZS(Q_{322}, M_{42Z2Y})] ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[ZS(Q_{322}, M_{422}) - ZS(Q_{322}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[CR(Q_{322}, M_{422Y}) + CR(Q_{322}, M_{42Z2Y})] ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[CR(Q_{322}, M_{422}) + CR(Q_{322}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} = -F_{3p}^{ZY}(Q_{322}), \\
 & Q_{322} \in S_{322}. \tag{22}
 \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 \Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{222}) &= ZS(Q_{322}, M_{222}) - ZS(Q_{322}, M_{222Y}), \\
 \Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{22Z2}) &= ZS(Q_{322}, M_{22Z2}) - ZS(Q_{322}, M_{22Z2Y}), \\
 \Sigma_Y CR(Q_{322}, M_{222}) &= CR(Q_{322}, M_{222}) + CR(Q_{322}, M_{222Y}), \\
 \Sigma_Y CR(Q_{322}, M_{22Z2}) &= CR(Q_{322}, M_{22Z2}) + CR(Q_{322}, M_{22Z2Y}), \\
 \Sigma_Y ZC(Q_{322}, M_{32Z2}) &= ZC(Q_{322}, M_{32Z2}) + ZC(Q_{322}, M_{32Z2Y}), \\
 \Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{32Z2}) &= ZS(Q_{322}, M_{32Z2}) - ZS(Q_{322}, M_{32Z2Y}), \\
 \Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{422}) &= ZS(Q_{322}, M_{422}) - ZS(Q_{322}, M_{422Y}), \\
 \Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{42Z2}) &= ZS(Q_{322}, M_{42Z2}) - ZS(Q_{322}, M_{42Z2Y}), \\
 \Sigma_Y CR(Q_{322}, M_{422}) &= CR(Q_{322}, M_{422}) - CR(Q_{322}, M_{422Y}), \\
 \Sigma_Y CR(Q_{322}, M_{42Z2}) &= CR(Q_{322}, M_{42Z2}) - CR(Q_{322}, M_{42Z2Y}).
 \end{aligned} \tag{23}$$

Используя обозначения (23), запишем уравнение (22) в виде

$$\frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\rho Q_{322}}(Q_{322}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[\Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{222}) -$$

$$\begin{aligned}
 & -\Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[\Sigma_Y CR(Q_{322}, M_{222}) + \\
 & + \Sigma_Y CR(Q_{322}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[\Sigma_Y ZC(Q_{322}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\phi M_{322}}(M_{322})[-\Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_{\phi M_{422}}(M_{422})[\Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{422}) - \Delta_Y ZS(Q_{322}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[\Sigma_Y CR(Q_{322}, M_{422}) + \Sigma_Y CR(Q_{322}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} = -F_{3p}^{ZY}(Q_{322}), \\
 & Q_{322} \in S_{322}. \tag{24}
 \end{aligned}$$

Аналогично, учитывая соотношения (3), запишем уравнение (18):

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\phi Q_{32}}(Q_{32}) - \int_{S_{221}} \sigma_{\phi M_{221}}(M_{221})[ZC(Q_{32}, M_{221}) - ZC(Q_{32}, M_{22Z1})] ds_{M_{221}} - \\
 & - \int_{S_{222}} \sigma_{\phi M_{222}}(M_{222})[ZC(Q_{32}, M_{222}) - ZC(Q_{32}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{221}} \sigma_z(M_{221})[SR(Q_{32}, M_{221}) + SR(Q_{32}, M_{22Z1})] ds_{M_{221}} + \\
 & + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[SR(Q_{32}, M_{222}) + SR(Q_{32}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{321}} \sigma_{\rho M_{321}}(M_{321})[ZS(Q_{32}, M_{32Z1})] ds_{M_{321}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZS(Q_{32}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{321}} \sigma_{\phi M_{321}}(M_{321})[ZC(Q_{32}, M_{32Z1})] ds_{M_{321}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\phi M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{32}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} - \\
 & - \int_{S_{421}} \sigma_{\phi M_{421}}(M_{421})[ZC(Q_{32}, M_{421}) - ZC(Q_{32}, M_{42Z1})] ds_{M_{421}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) [ZC(Q_{32}, M_{422}) - ZC(Q_{32}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{421}} \sigma_z(M_{421}) [SR(Q_{32}, M_{421}) + SR(Q_{32}, M_{42Z1})] ds_{M_{421}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422}) [SR(Q_{32}, M_{422}) + SR(Q_{32}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} = -F_{3\varphi}^Z(Q_{32}), \\
 & Q_{32} \in S_{32}. \tag{25}
 \end{aligned}$$

Учитывая условия симметрии (8), уравнение (25) записываем в виде

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{322}}(Q_{322}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) [ZC(Q_{322}, M_{222Y}) - \\
 & - ZC(Q_{322}, M_{22Z2Y})] ds_{M_{222}} - \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) [ZC(Q_{322}, M_{222}) - \\
 & - ZC(Q_{322}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222}) [SR(Q_{322}, M_{222Y}) + \\
 & + SR(Q_{322}, M_{22Z2Y})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222}) [SR(Q_{322}, M_{222}) + \\
 & + SR(Q_{322}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) [ZS(Q_{322}, M_{32Z2Y})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) [ZS(Q_{322}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} - \\
 & - \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) [ZC(Q_{322}, M_{32Z2Y})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) [ZC(Q_{322}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) [ZC(Q_{322}, M_{422Y}) - ZC(Q_{322}, M_{42Z2Y})] ds_{M_{422}} - \\
 & - \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) [ZC(Q_{322}, M_{422}) - ZC(Q_{322}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422}) [SR(Q_{322}, M_{422Y}) + SR(Q_{322}, M_{42Z2Y})] ds_{M_{422}} +
 \end{aligned}$$

$$+ \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[SR(Q_{322}, M_{422}) + SR(Q_{322}, M_{422Z2})] ds_{M_{422}} = -F_{3\Phi}^{ZY}(Q_{322}),$$

$$Q_{322} \in S_{322}. \quad (26)$$

Для удобства дальнейших преобразований уравнение (26) запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{322}}(Q_{322}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[ZC(Q_{322}, M_{222Y}) - ZC(Q_{322}, M_{222Z2Y})] ds_{M_{222}} + \\ & + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[-ZC(Q_{322}, M_{222}) + ZC(Q_{322}, M_{222Z2})] ds_{M_{222}} + \\ & + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[SR(Q_{322}, M_{222Y}) + SR(Q_{322}, M_{222Z2Y})] ds_{M_{222}} + \\ & + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222})[SR(Q_{322}, M_{222}) + SR(Q_{322}, M_{222Z2})] ds_{M_{222}} + \\ & \quad + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZS(Q_{322}, M_{322Z2Y})] ds_{M_{322}} + \\ & \quad + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZS(Q_{322}, M_{322Z2})] ds_{M_{322}} + \\ & \quad + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[-ZC(Q_{322}, M_{322Z2Y})] ds_{M_{322}} + \\ & \quad + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{322}, M_{322Z2})] ds_{M_{322}} + \\ & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[ZC(Q_{322}, M_{422Y}) - ZC(Q_{322}, M_{422Z2Y})] ds_{M_{422}} + \\ & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[-ZC(Q_{322}, M_{422}) + ZC(Q_{322}, M_{422Z2})] ds_{M_{422}} + \\ & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[SR(Q_{322}, M_{422Y}) + SR(Q_{322}, M_{422Z2Y})] ds_{M_{422}} + \\ & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422})[SR(Q_{322}, M_{422}) + SR(Q_{322}, M_{422Z2})] ds_{M_{422}} = -F_{3\Phi}^{ZY}(Q_{322}), \end{aligned}$$

$$Q_{322} \in S_{322}. \quad (27)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 \Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{222}) &= ZC(Q_{322}, M_{222}) - ZC(Q_{322}, M_{222Y}), \\
 \Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{22Z2}) &= ZC(Q_{322}, M_{22Z2}) - ZC(Q_{322}, M_{22Z2Y}), \\
 \Sigma_Y SR(Q_{322}, M_{222}) &= SR(Q_{322}, M_{222}) + SR(Q_{322}, M_{222Y}), \\
 \Sigma_Y SR(Q_{322}, M_{22Z2}) &= SR(Q_{322}, M_{22Z2}) + SR(Q_{322}, M_{22Z2Y}), \\
 \Sigma_Y ZS(Q_{322}, M_{32Z2}) &= ZS(Q_{322}, M_{32Z2}) + ZS(Q_{322}, M_{32Z2Y}), \\
 \Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{32Z2}) &= ZC(Q_{322}, M_{32Z2}) - ZC(Q_{322}, M_{32Z2Y}), \\
 \Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{422}) &= ZC(Q_{322}, M_{422}) - ZC(Q_{322}, M_{422Y}), \\
 \Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{42Z2}) &= ZC(Q_{322}, M_{42Z2}) - ZC(Q_{322}, M_{42Z2Y}), \\
 \Sigma_Y SR(Q_{322}, M_{422}) &= SR(Q_{322}, M_{422}) + SR(Q_{322}, M_{422Y}), \\
 \Sigma_Y SR(Q_{322}, M_{42Z2}) &= SR(Q_{322}, M_{42Z2}) + SR(Q_{322}, M_{42Z2Y}).
 \end{aligned} \tag{28}$$

Используя обозначения (28), уравнение (27) запишем так:

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{322}}(Q_{322}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) [-\Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{222}) + \\
 & + \Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222}) [\Sigma_Y SR(Q_{322}, M_{222}) + \\
 & + \Sigma_Y SR(Q_{322}, M_{22Z2})] ds_{M_{222}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) [\Sigma_Y ZS(Q_{322}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) [\Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{32Z2})] ds_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) [-\Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{422}) + \Delta_Y ZC(Q_{322}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_z(M_{422}) [\Sigma_Y SR(Q_{322}, M_{422}) + \Sigma_Y SR(Q_{322}, M_{42Z2})] ds_{M_{422}} = \\
 & = -F_{3\varphi}^{ZY}(Q_{322}), \quad Q_{322} \in S_{322}.
 \end{aligned} \tag{29}$$

Преобразование ИУ (28) и (29) СкСИУ из [3] с учетом симметрии по координате Y в плотностях источников СС магнитного поля. Уравнения (28) и (29), полученные в [3] в результате преобразования уравнений

(7) и (8) из [2] с учетом симметрии по координате Z в плотностях источников СС магнитного поля, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{42}}(Q_{42}) + \int_{S_{22}} \sigma_{\varphi M_{22}}(M_{22}) [RC(Q_{42}, M_{22}) - RC(Q_{42}, M_{22Z})] dS_{M_{22}} + \\ & \quad + \int_{S_3} \sigma_{\rho M_3}(M_3) [RS(Q_{42}, M_3) - RS(Q_{42}, M_{3Z})] dS_{M_3} + \\ & \quad + \int_{S_3} \sigma_{\varphi M_3}(M_3) [RC(Q_{42}, M_3) - RC(Q_{42}, M_{3Z})] dS_{M_3} + \\ & \quad + \int_{S_{42}} \sigma_{\varphi M_{42}}(M_{42}) [RC(Q_{42}, M_{42}) - RC(Q_{42}, M_{42Z})] dS_{M_{42}} = \\ & \qquad \qquad \qquad = -F_{4\varphi}^Z(Q_{42}), \quad Q_{42} \in S_{42}; \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{42}) - \int_{S_{22}} \sigma_{\varphi M_{22}}(M_{22}) [ZS(Q_{42}, M_{22}) - ZS(Q_{42}, M_{22Z})] dS_{M_{22}} - \\ & \quad - \int_{S_{22}} \sigma_z(M_{22}) [RC(Q_{42}, M_{22}) + RC(Q_{42}, M_{22Z})] dS_{M_{22}} + \\ & \quad + \int_{S_3} \sigma_{\rho M_3}(M_3) [ZC(Q_{42}, M_3) - ZC(Q_{42}, M_{3Z})] dS_{M_3} - \\ & \quad - \int_{S_3} \sigma_{\varphi M_3}(M_3) [ZS(Q_{42}, M_3) - ZS(Q_{42}, M_{3Z})] dS_{M_3} - \\ & \quad - \int_{S_{42}} \sigma_{\varphi M_{42}}(M_{42}) [ZS(Q_{42}, M_{42}) - ZS(Q_{42}, M_{42Z})] dS_{M_{42}} - \\ & \quad - \int_{S_{42}} \sigma_z(M_{42}) [RC(Q_{42}, M_{42}) + RC(Q_{42}, M_{42Z})] dS_{M_{42}} = \\ & \qquad \qquad \qquad = -F_{4z}^Z(Q_{42}), \quad Q_{42} \in S_{42}. \end{aligned} \quad (31)$$

Запишем эти уравнения с учетом соотношений (3):

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{42}}(Q_{42}) + \int_{S_{221}} \sigma_{\varphi M_{221}}(M_{221}) [RC(Q_{42}, M_{221}) - RC(Q_{42}, M_{22Z1})] dS_{M_{221}} + \\ & \quad + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) [RC(Q_{42}, M_{222}) - RC(Q_{42}, M_{22Z2})] dS_{M_{222}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{S_{321}} \sigma_{\rho M_{321}}(M_{321})[RS(Q_{42}, M_{321}) - RS(Q_{42}, M_{32Z1})]dS_{M_{321}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[RS(Q_{42}, M_{322}) - RS(Q_{42}, M_{32Z2})]dS_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{321}} \sigma_{\varphi M_{321}}(M_{321})[RC(Q_{42}, M_{321}) - RC(Q_{42}, M_{32Z1})]dS_{M_{321}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[RC(Q_{42}, M_{322}) - RC(Q_{42}, M_{32Z2})]dS_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{421}} \sigma_{\varphi M_{421}}(M_{421})[RC(Q_{42}, M_{421}) - RC(Q_{42}, M_{42Z1})]dS_{M_{421}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[RC(Q_{42}, M_{422}) - RC(Q_{42}, M_{42Z2})]dS_{M_{422}} = \\
 & = -F_{4\varphi}^Z(Q_{42}), \quad Q_{42} \in S_{42}. \tag{32}
 \end{aligned}$$

Теперь преобразуем уравнение (32) с учетом симметрии по координате Y в плотностях источников CC магнитного поля. При этом будем учитывать условия симметрии по координате Y в плотностях источников CC магнитного поля (8). В результате получим

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{422}}(Q_{422}) - \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[RC(Q_{422}, M_{222Y}) - \\
 & - RC(Q_{422}, M_{22Z2Y})]dS_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[RC(Q_{422}, M_{222}) - \\
 & - RC(Q_{422}, M_{22Z2})]dS_{M_{222}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[RS(Q_{422}, M_{322Y}) - \\
 & - RS(Q_{422}, M_{32Z2Y})]dS_{M_{322}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[RS(Q_{422}, M_{322}) - \\
 & - RS(Q_{422}, M_{32Z2})]dS_{M_{322}} - \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[RC(Q_{422}, M_{322Y}) - \\
 & - RC(Q_{422}, M_{32Z2Y})]dS_{M_{322}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[RC(Q_{422}, M_{322}) - \\
 & - RC(Q_{422}, M_{32Z2})]dS_{M_{322}} - \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[RC(Q_{422}, M_{422Y}) - \\
 & - RC(Q_{422}, M_{42Z2Y})]dS_{M_{422}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -RC(Q_{422}, M_{4222Y})]dS_{M_{422}} + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[RC(Q_{422}, M_{422}) - \\
 & -RC(Q_{422}, M_{4222})]dS_{M_{422}} = -F_{4\varphi}^{ZY}(Q_{422}), \quad Q_{422} \in S_{422}. \quad (33)
 \end{aligned}$$

Для дальнейших преобразований уравнение (33) запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{422}}(Q_{422}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[-RC(Q_{422}, M_{222Y}) + \\
 & + RC(Q_{422}, M_{2222Y})]dS_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[RC(Q_{422}, M_{222}) - \\
 & -RC(Q_{422}, M_{2222})]dS_{M_{222}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[RS(Q_{422}, M_{322Y}) - \\
 & -RS(Q_{422}, M_{3222Y})]dS_{M_{322}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[RS(Q_{422}, M_{322}) - \\
 & -RS(Q_{422}, M_{3222})]dS_{M_{322}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[-RC(Q_{422}, M_{322Y}) + \\
 & + RC(Q_{422}, M_{3222Y})]dS_{M_{322}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[RC(Q_{422}, M_{322}) - \\
 & -RC(Q_{422}, M_{3222})]dS_{M_{322}} + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[-RC(Q_{422}, M_{422Y}) + \\
 & + RC(Q_{422}, M_{4222Y})]dS_{M_{422}} + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[RC(Q_{422}, M_{422}) - \\
 & -RC(Q_{422}, M_{4222})]dS_{M_{422}} = -F_{4\varphi}^{ZY}(Q_{422}), \quad Q_{422} \in S_{422}. \quad (34)
 \end{aligned}$$

Введем обозначения :

$$\begin{aligned}
 \Delta_Y RC(Q_{422}, M_{222}) &= RC(Q_{422}, M_{222}) - RC(Q_{422}, M_{222Y}), \\
 \Delta_Y RC(Q_{422}, M_{2222}) &= RC(Q_{422}, M_{2222}) - RC(Q_{422}, M_{2222Y}), \\
 \Sigma_Y RS(Q_{422}, M_{322}) &= RS(Q_{422}, M_{322}) + RS(Q_{422}, M_{322Y}), \\
 \Sigma_Y RS(Q_{422}, M_{3222}) &= RS(Q_{422}, M_{3222}) + RS(Q_{422}, M_{3222Y}), \\
 \Delta_Y RC(Q_{422}, M_{322}) &= RC(Q_{422}, M_{322}) - RC(Q_{422}, M_{322Y}), \quad (35) \\
 \Delta_Y RC(Q_{422}, M_{3222}) &= RC(Q_{422}, M_{3222}) - RC(Q_{422}, M_{3222Y}), \\
 \Delta_Y RC(Q_{422}, M_{422}) &= RC(Q_{422}, M_{422}) - RC(Q_{422}, M_{422Y}),
 \end{aligned}$$

$$\Delta_Y RC(Q_{422}, M_{42Z2}) = RC(Q_{422}, M_{42Z2}) - RC(Q_{422}, M_{42Z2Y}).$$

Запишем уравнение (34) с учетом обозначений (35):

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_{\varphi Q_{422}}(Q_{422}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) [\Delta_Y RC(Q_{422}, M_{222}) - \\ & - \Delta_Y RC(Q_{422}, M_{22Z2})] dS_{M_{222}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) [\Sigma_Y RS(Q_{422}, M_{322}) - \\ & - \Sigma_Y RS(Q_{422}, M_{23Z2})] dS_{M_{322}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) [\Delta_Y RC(Q_{422}, M_{322}) - \\ & - \Delta_Y RC(Q_{422}, M_{32Z2})] dS_{M_{322}} + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) [\Delta_Y RC(Q_{422}, M_{422}) - \\ & - \Delta_Y RC(Q_{422}, M_{42Z2})] dS_{M_{422}} = -F_{4\varphi}^{ZY}(Q_{422}), \quad Q_{422} \in S_{422}. \end{aligned} \quad (36)$$

Прежде чем преобразовывать уравнение (31) с учетом симметрии по координате Y в плотностях источников СС магнитного поля запишем это уравнение с учетом соотношений (3):

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{42}) - \int_{S_{221}} \sigma_{\varphi M_{221}}(M_{221}) [ZS(Q_{42}, M_{221}) - ZS(Q_{42}, M_{22Z1})] dS_{M_{221}} - \\ & - \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) [ZS(Q_{42}, M_{222}) - ZS(Q_{42}, M_{22Z2})] dS_{M_{222}} - \\ & - \int_{S_{221}} \sigma_z(M_{221}) [RC(Q_{42}, M_{221}) + RC(Q_{42}, M_{22Z1})] dS_{M_{221}} - \\ & - \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222}) [RC(Q_{42}, M_{222}) + RC(Q_{42}, M_{22Z2})] dS_{M_{222}} + \\ & + \int_{S_{321}} \sigma_{\rho M_{321}}(M_{321}) [ZC(Q_{42}, M_{321}) - ZC(Q_{42}, M_{32Z1})] dS_{M_{321}} + \\ & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) [ZC(Q_{42}, M_{322}) - ZC(Q_{42}, M_{32Z2})] dS_{M_{322}} - \\ & - \int_{S_{321}} \sigma_{\varphi M_{321}}(M_{321}) [ZS(Q_{42}, M_{321}) - ZS(Q_{42}, M_{32Z1})] dS_{M_{321}} - \\ & - \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) [ZS(Q_{42}, M_{322}) - ZS(Q_{42}, M_{32Z2})] dS_{M_{322}} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_{S_{421}} \sigma_{\varphi M_{421}}(M_{421})[ZS(Q_{42}, M_{421}) - ZS(Q_{42}, M_{42Z1})] dS_{M_{421}} - \\
 & - \int_{S_{422}} \sigma_{\rho M_{422}}(M_{422})[ZS(Q_{42}, M_{422}) - ZS(Q_{42}, M_{42Z2})] dS_{M_{422}} - \\
 & - \int_{S_{421}} \sigma_Z(M_{421})[RC(Q_{42}, M_{421}) + RC(Q_{42}, M_{42Z1})] dS_{M_{421}} - \\
 & - \int_{S_{422}} \sigma_Z(M_{422})[RC(Q_{42}, M_{422}) + RC(Q_{42}, M_{42Z2})] dS_{M_{422}} = \\
 & = -F_{4z}^Z(Q_{42}), \quad Q_{42} \in S_{42}. \tag{37}
 \end{aligned}$$

Преобразуем уравнение (37) с учетом условия симметрии (8):

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{422}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222})[ZS(Q_{422}, M_{222Y}) - ZS(Q_{422}, M_{22Z2Y})] dS_{M_{222}} - \\
 & - \int_{S_{222}} \sigma_{\rho M_{222}}(M_{222})[ZS(Q_{422}, M_{222}) - ZS(Q_{422}, M_{22Z2})] dS_{M_{222}} - \\
 & - \int_{S_{222}} \sigma_Z(M_{222})[RC(Q_{422}, M_{222Y}) + RC(Q_{422}, M_{22Z2Y})] dS_{M_{222}} - \\
 & - \int_{S_{222}} \sigma_Z(M_{222})[RC(Q_{422}, M_{222}) + RC(Q_{422}, M_{22Z2})] dS_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{422}, M_{322Y}) - ZC(Q_{422}, M_{32Z2Y})] dS_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322})[ZC(Q_{422}, M_{322}) - ZC(Q_{422}, M_{32Z2})] dS_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[ZS(Q_{422}, M_{322Y}) - ZS(Q_{422}, M_{32Z2Y})] dS_{M_{322}} - \\
 & - \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322})[ZS(Q_{422}, M_{322}) - ZS(Q_{422}, M_{32Z2})] dS_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[ZS(Q_{422}, M_{422Y}) - ZS(Q_{422}, M_{42Z2Y})] dS_{M_{422}} - \\
 & - \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422})[ZS(Q_{422}, M_{422}) - ZS(Q_{422}, M_{42Z2})] dS_{M_{422}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_{S_{422}} \sigma_Z(M_{422}) [RC(Q_{422}, M_{422Y}) + RC(Q_{422}, M_{422Z})] dS_{M_{422}} - \\
 & - \int_{S_{422}} \sigma_Z(M_{422}) [RC(Q_{422}, M_{422}) + RC(Q_{422}, M_{422Z})] dS_{M_{422}} = \\
 & = -F_{4z}^{ZY}(Q_{422}), \quad Q_{422} \in S_{422}. \quad (38)
 \end{aligned}$$

Для дальнейших преобразований уравнение (38) запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & \frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{422}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) [ZS(Q_{422}, M_{222Y}) - ZS(Q_{422}, M_{222Z})] dS_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) [-ZS(Q_{422}, M_{222}) + ZS(Q_{422}, M_{222Z})] dS_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} \sigma_Z(M_{222}) [-RC(Q_{422}, M_{222Y}) - RC(Q_{422}, M_{222Z})] dS_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{222}} \sigma_Z(M_{222}) [-RC(Q_{422}, M_{222}) - RC(Q_{422}, M_{222Z})] dS_{M_{222}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) [ZC(Q_{422}, M_{322Y}) - ZC(Q_{422}, M_{322Z})] dS_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) [ZC(Q_{422}, M_{322}) - ZC(Q_{422}, M_{322Z})] dS_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) [ZS(Q_{422}, M_{322Y}) - ZS(Q_{422}, M_{322Z})] dS_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) [-ZS(Q_{422}, M_{322}) + ZS(Q_{422}, M_{322Z})] dS_{M_{322}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) [ZS(Q_{422}, M_{422Y}) - ZS(Q_{422}, M_{422Z})] dS_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) [-ZS(Q_{422}, M_{422}) + ZS(Q_{422}, M_{422Z})] dS_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_Z(M_{422}) [-RC(Q_{422}, M_{422Y}) - RC(Q_{422}, M_{422Z})] dS_{M_{422}} + \\
 & + \int_{S_{422}} \sigma_Z(M_{422}) [-RC(Q_{422}, M_{422}) - RC(Q_{422}, M_{422Z})] dS_{M_{422}} = \\
 & = -F_{4z}^{ZY}(Q_{422}), \quad Q_{422} \in S_{422}. \quad (39)
 \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 \Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{222}) &= -ZS(Q_{422}, M_{222}) + ZS(Q_{422}, M_{222Y}), \\
 \Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{22Z2}) &= ZS(Q_{422}, M_{22Z2}) - ZS(Q_{422}, M_{22Z2Y}), \\
 \Sigma_Y RC(Q_{422}, M_{222}) &= -RC(Q_{422}, M_{222}) - RC(Q_{422}, M_{222Y}), \\
 \Sigma_Y RC(Q_{422}, M_{22Z2}) &= -RC(Q_{422}, M_{22Z2}) - RC(Q_{422}, M_{22Z2Y}), \\
 \Sigma_Y ZC(Q_{422}, M_{322}) &= ZC(Q_{422}, M_{322}) + ZC(Q_{422}, M_{322Y}), \\
 \Sigma_Y ZC(Q_{422}, M_{32Z2}) &= ZC(Q_{422}, M_{32Z2}) + ZC(Q_{422}, M_{32Z2Y}), \\
 \Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{322}) &= -ZS(Q_{422}, M_{322}) + ZS(Q_{422}, M_{322Y}), \\
 \Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{32Z2}) &= ZS(Q_{422}, M_{32Z2}) - ZS(Q_{422}, M_{32Z2Y}), \\
 \Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{422}) &= -ZS(Q_{422}, M_{422}) + ZS(Q_{422}, M_{422Y}), \\
 \Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{42Z2}) &= ZS(Q_{422}, M_{42Z2}) - ZS(Q_{422}, M_{42Z2Y}), \\
 \Sigma_Y RC(Q_{422}, M_{422}) &= -RC(Q_{422}, M_{422}) - RC(Q_{422}, M_{422Y}), \\
 \Sigma_Y RC(Q_{422}, M_{42Z2}) &= -RC(Q_{422}, M_{42Z2}) - RC(Q_{422}, M_{42Z2Y}).
 \end{aligned} \tag{40}$$

Используя обозначения (40), запишем уравнение (39) в виде

$$\begin{aligned}
 &\frac{2\pi}{\chi} \sigma_z(Q_{422}) + \int_{S_{222}} \sigma_{\varphi M_{222}}(M_{222}) [\Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{222}) + \\
 &+ \Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{22Z2})] dS_{M_{222}} + \int_{S_{222}} \sigma_z(M_{222}) [\Sigma_Y RC(Q_{422}, M_{222}) + \\
 &+ \Sigma_Y RC(Q_{422}, M_{22Z2})] dS_{M_{222}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\rho M_{322}}(M_{322}) [\Sigma_Y ZC(Q_{422}, M_{322}) - \\
 &- \Sigma_Y ZC(Q_{422}, M_{32Z2})] dS_{M_{322}} + \int_{S_{322}} \sigma_{\varphi M_{322}}(M_{322}) [\Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{322}) + \\
 &+ \Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{32Z2})] dS_{M_{322}} + \int_{S_{422}} \sigma_{\varphi M_{422}}(M_{422}) [\Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{422}) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \Delta_Y ZS(Q_{422}, M_{42Z2}) dS_{M_{422}} + \int_{S_{422}} \sigma_Z(M_{422}) [\Sigma_Y RC(Q_{422}, M_{422}) + \\
 & + \Sigma_Y RC(Q_{422}, M_{42Z2})] dS_{M_{422}} = -F_{4z}^{ZY}(Q_{422}), \quad Q_{422} \in S_{422}. \quad (41)
 \end{aligned}$$

Выводы

Таким образом достигнута поставленная цель преобразовать полученную в [3] СКСИУ с учетом соотношений симметрии по координате Y в проекциях на оси цилиндрической системы координат векторов плотности источников k -й СС магнитного поля. Областью определения новой СКСИУ (13), (16), (24), (29), (36), (41) является часть поверхности магнитопровода статора, лежащая выше координатной плоскости XOY и вправо от координатной плоскости XOZ , которой принадлежат точки $M(X_M, Y_M, Z_M)$ с координатами $Z_M \geq 0$ и $Y_M \geq 0$. Это позволяет существенно сократить объем вычислений, необходимых для составления матрицы аппроксимирующей алгебраической системы и ее решения.

The scalar system of integral equations (ScSIE) obtained in [1—3] will be transformed taking into account symmetries on Y coordinate in the projections of stator magnetic-field sources density k SC. The range of obtained ScSIE definition is part of stator magnetic core surface, lying higher than symmetry plane XOY and at the right of coordinate plane XOZ . This circumstance reduces considerably the calculations volume, related to matrix drafting of the approximating algebraic system and its decision, substantially.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Евдокимов В.Ф., Кучаев А.А., Петрушенко Е.И., Кучаев В.А. Модель трехмерного магнитного поля статора цилиндрического электромагнитного перемешивателя с учетом распределения токов намагниченности по поверхности магнитопровода. I // Электрон. моделирование. — 2012. — 34, № 1. — С. 48—51.
2. Евдокимов В.Ф., Кучаев А.А., Петрушенко Е.И., Кучаев В.А. Модель трехмерного магнитного поля статора цилиндрического электромагнитного перемешивателя с учетом распределения токов намагниченности по поверхности магнитопровода. II // Электрон. моделирование. — 2012. — 34, № 2. — С. 51—75.
3. Евдокимов В.Ф., Петрушенко Е.И., Кучаев В.А. Интегральная модель трехмерного вращающегося магнитного поля статора цилиндрического ЭМП на основе симметричных составляющих. I // Электрон. моделирование. — 2012. — 34, № 6. — С. 3—15.

Поступила 09.01.13

ЕВДОКИМОВ Виктор Федорович, член-кор. НАН Украины, директор Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1963 г. окончил Харьковский политехнический ин-т. Область научных исследований — теория моделирования процессов и систем в энергетике, теория функционально-ориентированных компьютерных систем, анализ и синтез параллельных вычислительных методов и систем.

ПЕТРУШЕНКО Евгений Иванович, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., зав. отделом моделирования задач электромагнитной гидродинамики Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1960 г. окончил Новочеркасский политехнический ин-т, а в 1963 г. Ростовский государственный университет. Область научных исследований — моделирование электромагнитных полей.

КУЧАЕВ Виталий Александрович, аспирант отдела моделирования задач электромагнитной гидродинамики Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 2002 г. окончил Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический ин-т». Область научных исследований — моделирование электромагнитных полей.