



УДК 517.272:621.431

В. П. Долгин, канд. техн. наук
Севастопольский национальный технический университет
(Украина, 99053, Севастополь, ул. Университетская, 33,
тел. (0692) 543570, e-mail: autosev@ukr.net)

Процедура идентификации функций Лейдермана

Изложен метод оценки параметров функций Лейдермана по результатам стендовых испытаний поршневых двигателей внутреннего сгорания.

Викладено метод оцінки параметрів функцій Лейдермана за наслідками стендових випробувань поршневих двигунів внутрішнього згоряння.

К л ю ч е в ы е с л о в а: оценка, метод наименьших квадратов, дисперсия, погрешность, критерий.

Внешняя скоростная характеристика поршневого двигателя внутреннего сгорания (ДВС) может быть построена аналитически по эмпирическим функциям Лейдермана [1]. Аналитическая модель Лейдермана представляет собой систему полиномиальных функций с постоянными коэффициентами (табл. 1), в которой не учитываются конструктивные особенности конкретной модификации двигателя, влияние воздействия окружающей среды и другие факторы, являющиеся следствием эксплуатации транспортного средства (пробега, качества топлива и др).

Постановка задачи. По результатам стендовых испытаний можно уточнить параметры функций Лейдермана, позволяющих построить внешнюю скоростную характеристику поршневого двигателя, которая состоит из следующих характеристик:

эффективной мощности

$$N_e = N_{\max} \left(A \frac{n}{n_e} + B \left(\frac{n}{n_e} \right)^2 - C \left(\frac{n}{n_e} \right)^3 \right), \quad (1)$$

где n — текущее значение частоты вращения коленчатого вала, об/мин;
 n_e — частота вращения, соответствующая максимальной мощности, об/мин;
 N_e и N_{\max} — текущее и максимальное значения эффективной мощности двигателя, кВт;

эффективного крутящего момента

$$M_e = M_k \left(A + B \frac{n}{n_e} - C \left(\frac{n}{n_e} \right)^2 \right), \quad (2)$$

где M_e — текущее значение крутящего момента, Н·м; $M_k = K_m N_{\max}$ — значение крутящего момента при частоте вращения коленчатого вала двигателя, соответствующей максимальной мощности двигателя N_{\max} , Н·м; K_m — масштабный коэффициент, $K_m = 3 \cdot 10^4 / n_e \pi$;

эффективного расхода топлива

$$G_e = G_{\max} \left(A_1 - B_1 \frac{n}{n_e} + C_1 \left(\frac{n}{n_e} \right)^2 \right), \quad (3)$$

где G_e — текущий удельный расход топлива, г/кВт·ч; G_{\max} — удельный расход топлива при максимальной мощности, г/кВт·ч;

часового расхода топлива $G_t = 10^{-3} G_e N_e$;

среднего эффективного давления $P_e = \frac{30 N_e T}{V_c n}$, где V_c — объем двигателя, л; T — тактность двигателя.

По формулам (1)—(3) могут быть рассчитаны и другие характеристики [1]. Следовательно, для представления экспериментальных данных в форме функций Лейдермана необходимо выполнить процедуру уточнения параметров этих функций по результатам стендовых испытаний поршневых ДВС.

Решение задачи. Параметрами, которые необходимо оценить при обработке результатов испытаний, являются коэффициенты функций Лейдермана и экстремальные значения следующих характеристик:

эффективной мощности N_m ;

крутящего момента M_m ;

коэффициента приспособляемости двигателя $K_z = M_{\max} / M_n$, где M_n — крутящий момент на частоте вращения, соответствующей максимальной мощности;

расхода топлива G_{\min} .

Таблица 1. Коэффициенты функций Лейдермана

Двигатели	A	B	C	A_1	B_1	C_1
Карбюраторные	1,0	1,0	1,0	1,2	1,0	0,8
Дизельные с непосредственным впрыском	0,87	1,4	1,0	1,55	1,55	1,0
предкамерные	0,6	1,4	1,0	1,2	1,2	1,0
форкамерные	0,7	1,3	1,0	1,35	1,35	1,0

Проведем анализ характеристик (1)—(3). Для упрощения анализа преобразуем характеристики (1)—(3), сведя их к безразмерной форме

$$\begin{aligned} F_n &= x(A+Bx-Cx^2), \\ F_m &= A+Bx-Cx^2, \\ F_g &= A_1-B_1x+C_1x^2, \end{aligned} \quad (4)$$

где $F_n = N_e / N_m$; $F_m = M_e / M_k$; $F_g = G_e / G_m$; $x = n / n_e$.

Экстремальные значения функций (4) можно определить в результате аналитического исследования. Взяв производные этих функций и приравняв их нулю, получим

$$A+2B-3Cx^2=0, \quad B-2Cx=0, \quad B_1-2C_1x=0. \quad (5)$$

Решив уравнения (5), найдем абсциссу и ординату экстремума функций.

$$\begin{aligned} \text{Абсцисса максимума функции } F_n: x_n &= \frac{B+\sqrt{B^2+3AC}}{3C}; \\ \text{значение максимума функции } F_n: F_{n \max} &= \frac{x_n(2A+x_nB)}{3}; \\ \text{абсцисса максимума функции } F_m: x_m &= B/2C; \\ \text{значение максимума функции } F_m: F_{m \max} &= A+\frac{x_mB}{2}; \\ \text{абсцисса минимума функции } F_g: x_g &= B_1/2C_1; \\ \text{значение минимума функции } F_g: F_{g \min} &= A_1+\frac{x_mB_1}{2}. \end{aligned}$$

Для получения рассматриваемых характеристик необходимо вычислить коэффициенты Лейдермана, минимальный эффективный расход топлива G_{\min} , максимальный эффективный крутящий момент M_{\max} и максимальную эффективную мощность N_{\max} , которые связаны соотношением

$$M_{\max} = \frac{3 \cdot 10^4 N_{\max}}{n_m \pi}.$$

На рис. 1 представлены функции (4) для ДВС с непосредственным впрыском, где масштабным коэффициентом является n_e по оси абсцисс x . По оси ординат F масштабными коэффициентами являются G_{\max} — для характеристики эффективного расхода топлива, N_{\max} — для характеристики эффективной мощности и M_k — для характеристики эффективного крутящего момента.

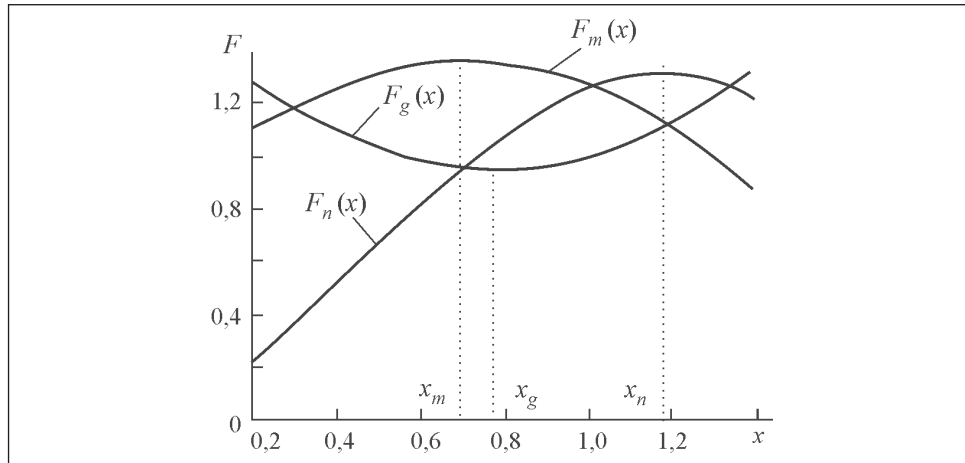


Рис. 1. Графики нормированной внешней скоростной характеристики

Получаемые в процессе стендовых испытаний данные содержат случайную погрешность, величина которой зависит от класса точности измерительного средства [2]. Для уменьшения влияния случайной погрешности можно применить процедуру аппроксимации. Одной из наиболее удобных является аппроксимация методом наименьших квадратов (МНК), суть которой состоит в том, что по каждому из параметров находится минимум квадрата отклонения приближающей функции для всех точек измерения [3]. Решение полученной таким образом системы уравнений, число которых равно числу искомых параметров, позволяет найти их значения.

Описание изменения множества функций $F = \{F_n(x), F_m(x), F_g(x)\}$ вблизи точек экстремума получим для каждой составляющей внешней скоростной характеристики ДВС:

$$D_n = F_{n \max} - F_n, \quad D_m = F_{m \max} - F_m, \quad D_g = F_g - F_{g \min}.$$

На рис. 2 представлены графики изменения функций множества F — составляющих внешней скоростной характеристики ДВС в окрестности точки экстремума, характеристики эффективного расхода топлива D_g для эффективной мощности D_n и эффективного крутящего момента D_m при изменениях режима работы двигателя. Линия уровня расхода топлива $q = 0,1$ соответствует 10 % изменения. Заштрихованная область соответствует допустимым изменениям расхода топлива, что позволяет оценить изменение силовых параметров двигателя при наложенных ограничениях по допустимому уровню расхода топлива.

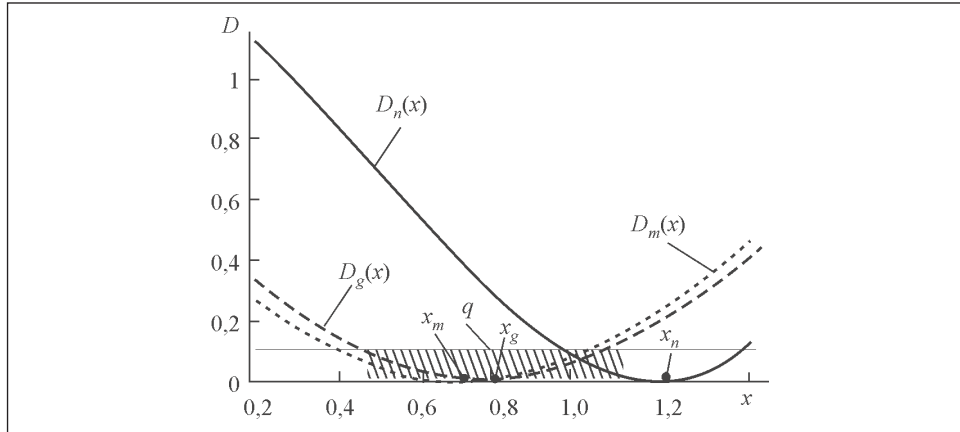


Рис. 2. Графики относительного превышения расхода топлива

Проведенный анализ позволяет предложить версию процедуры идентификации функций Лейдермана.

Реализация методики. По результатам испытаний требуется найти параметры внешней скоростной характеристики G_{\min} , G_{\max} , M_{\max} , N_{\max} и коэффициенты Лейдермана. Учитывая функциональную взаимосвязь искомых параметров, их определение удобно выполнять в следующем порядке:

методом наименьших квадратов найти приближающую функцию эффективного крутящего момента;

исследовать ее на экстремум и получить значения M_{\max} , N_{\max} и G_{\max} ;
вычислить коэффициенты A , B , C .

Коэффициенты функции расхода топлива A_1 , B_1 , C_1 могут быть найдены в аналогичной последовательности по таблице данных расхода [4]:

методом наименьших квадратов найти приближающую функцию эффективного расхода топлива;

исследовать ее на экстремум и получить значение G_{\min} ;
вычислить коэффициенты A_1 , B_1 , C_1 .

Процедура МНК приближения. Рассмотрим методику МНК приближения характеристики эффективного крутящего момента M_e с помощью математического пакета прикладных программ Maple. Согласно табл. 2 по значениям характеристики эффективного крутящего момента $Y(x) = M_e(x)$ сформируем множество ординат, множество абсцисс и применим пакет программ приближения fit для приближающей полиномиальной функции $y(x)$ n -го порядка

$$y(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i,$$

обозначив ее через $W = y(x)$ и приняв $n=2$ для заданного числа измерений m :

```
# Процедура MNK приближения
W:=sum('a[j]*x^j', 'j'=0..n): # приближающий полином
Sy:=[seq(Y[i], i=1..m)]: # множество ординат
Sx:=[seq(X[i], i=1..m)]: # множество абсцисс
MNK:=fit[leastsquare][x,y,W]([Sx,Sy]);
Rez:=evalf[3](MNK); # результат приближения
assign(Rez): # присвоение значений
```

В результате решения получим значения коэффициентов a_0, a_1, a_2 приближающей функции $y(x)$, которая будет определена в диапазоне значений $[x_1, x_m]$.

Определение максимального крутящего момента. Следующий этап состоит в определении максимального значения эффективного крутящего момента M_{\max} , который является максимумом приближающей функции $y(x)$ и может быть определен с помощью оператора `maximize` в формате

$$Mm:=\text{maximize}(y,x=0..x_0),$$

где $x_0 = n_0 / n_e$; n_0 — максимальная частота вращения коленчатого вала двигателя.

Положение точки максимума x_m можно найти в результате решения уравнения $y(x) = M_{\max}$ относительно переменной x ,

$$xm:=\text{max}(\text{solve}(y=Mm,x)),$$

либо вычислить по формуле $x_m = B/2C$, полученной в результате предыдущего анализа.

Вычисление коэффициентов функции Лейдермана можно выполнить, зная значения коэффициентов a_0, a_1, a_2 приближающей функции $y(x)$:

$$A = a_0 / a_2, \quad B = a_1 / a_2, \quad C = a_2 / a_2 = 1.$$

Таблица 2. Значения функций $Y(x)$ и $y(x)$

Результаты измерений		Результат приближения функции $y(x)$
Приближаемая функция $Y(x)$	Аргумент x	
$Y(x_1)$	x_1	$y(x_1)$
$Y(x_2)$	x_2	$y(x_2)$
...
$Y(x_m)$	x_m	$y(x_m)$

Имитационная модель. Проверка корректности изложенной методики реализована с помощью процедуры имитационного моделирования. Для ДВС с непосредственным впрыском (см. табл. 1) при значении $M_k = 10^3$ сформирована табл. 2, согласно которой $Y(x_j) = M_k(F_m(x_j) + \xi_j)$, где ξ_j — случайная погрешность ($j = [1 \dots m]$),

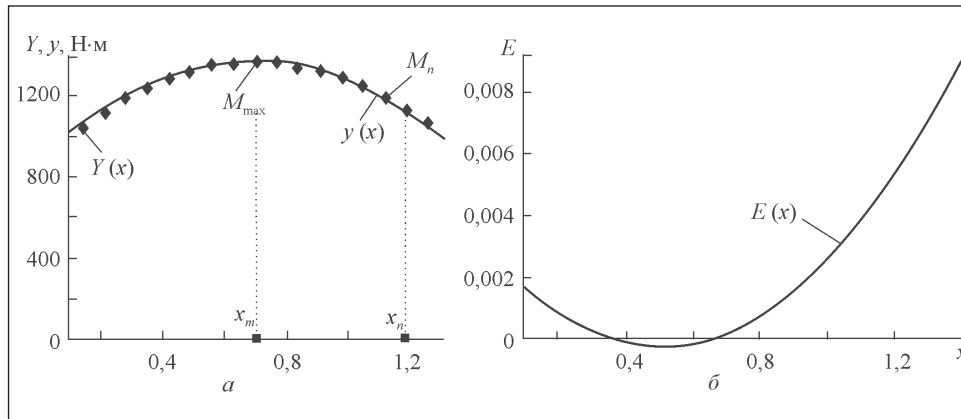


Рис. 3. Графики приближения (а) и погрешности МНК аппроксимации (б)

равномерно распределенная в интервале $\pm E$ ($E=10^{-2}$ — погрешность измерений при $m=20$ в заданном диапазоне относительных частот вращения $x=[x_j \dots x_0]$; x_j — относительная частота вращения в режиме холостого хода; x_0 — максимальная относительная частота вращения коленчатого вала двигателя. Коэффициент приспособляемости двигателя $K_z = M_{\max} / M_n$.

На рис. 3, а, представлены приближаемая $Y(x)$ и приближающая $y(x)$ функции и указаны значения максимального вращающего момента M_{\max} и момента при максимальной мощности M_n , а на рис. 3, б, — кривая погрешности приближения в заданном диапазоне относительных частот вращения $[x_j \dots x_0]$ коленчатого вала двигателя.

Величина максимальной относительной погрешности приближения составила 1,1 % при погрешности измерений эффективного момента вращения коленчатого вала двигателя 1 %.

Рассчитанные значения основных параметров модели следующие:

$$M_{\max} = 1359,9 \setminus 1360; M_n = 1129,95 \setminus 1130,31; M_k = 983,81 \setminus 1000;$$

$$K_z = 1,2035 \setminus 1,2032; x_m = 0,703 \setminus 0,7; x_n = 1,1869 \setminus 1,1793;$$

$$A = 0,888 \setminus 0,87; B = 1,406 \setminus 1,40; C = 1,0 / 1,0.$$

После косой черты указаны ожидаемые (теоретические) значения.

Следует заметить, что существует возможность повышения качества модели, так как с увеличением числа измерений погрешности приближения и результатов вычисления параметров уменьшаются.

The method of estimation of parameters of the Leyderman functions by results of stand tests of pistons internal combustion engine is expounded.

1. <http://www.cogeneration.com.ua/htm/part1.htm>
2. <http://docs.cntd.ru/document/1200009997>
3. Хемминг Р. В. Численные методы. — М. : Наука, 1972. — 400 с.
4. Купач Р. С., Долгин И. В., Ксенофонтова В. А. Модель оценки коэффициентов Лейдермана по результатам стендовых испытаний // Материалы междунар. науч.-техн. конф. студ., асп. и молодых ученых «Прогрессивные направления развития машино-приборостроительных отраслей и транспорта», 17—19 апреля 2012 г. — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2012. — С. 80—82.

Поступила 02.07.12

ДОЛГИН Владимир Прохорович, канд. техн. наук, доцент кафедры автомобильного транспорта Севастопольского национального технического университета. В 1958 г. окончил Военно-морское инженерное училище им. Ф. Э. Дзержинского (г. Ленинград), в 1965 г. — Севастопольский приборостроительный ин-т. Область научных исследований — адаптивные модели в системах управления технологическими объектами.