УДК 681.2

Е. Н. Безвесильная, д-р техн. наук, **Е. В. Гура**, аспирант
Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический ин-т»
(Украина, 03056, Киев, пр-т Победы, 37,
тел. (044) 2360926, (093) 7518052,
E-mail: bezvesilna@mail.ru, verstand@bigmir.net)

Моделирование состояния гирогравиметра авиационной гравиметрической системы

Разработаны и исследованы на ЭВМ алгоритмы оценивания состояния гироскопического гравиметра на основе метода наименьших квадратов и фильтра Калмана.

Розроблено та досліджено на ЕОМ алгоритми оцінювання стану гіроскопічного гравіметра на основі методу найменших квадратів і фільтра Калмана.

Ключевые слова: гироскоп, гравиметр, моделирование, авиационная гравиметрическая система.

В литературе по авиационной гравиметрии [1—3 и др.] отсутствуют сведения об оценивании состояния одного из наиболее перспективных гравиметров — гироскопического гравиметра (ГГ) авиационной гравиметрической системы (АГС). Поэтому разработку и исследование алгоритмов оценивания состояния ГГ АГС можно считать весьма актуальной задачей.

Будем исследовать алгоритмы оценивания состояния ГГ при ориентации его оси чувствительности на север на основании методов наименьших квадратов (МНК) и фильтра Калмана (ФК). Исследуя погрешности оценивания, определим их зависимость от параметров возмущений и начальных условий движения гироскопа — чувствительного элемента (ЧЭ). Проанализируем также погрешности оценивания, обусловленные чувствительностью алгоритмов оценки к несоответствию принятой модели и реальному исходному сигналу ГГ и проведем сравнительный анализ точности и быстродействия алгоритмов обработки информации методами МНК и ФК.

Как правило, при исследовании точности ГГ не учитывается влияние погрешностей, вызванных нелинейными искривлениями траектории движения гироскопа, неравенством нулю показателя успокоения прецессионных колебаний вследствие действия на гироскоп моментов типа вязкого трения, неизохронностью прецессионных колебаний, отличием круговой частоты прецессионных колебаний, используемой в алгоритмах оценки, от частоты прецессионных колебаний гироскопа, препятствиями, искривляющими закон движения гироскопа. Однако влияние этих погрешностей может быть недопустимо большим (10...30 мгл). Поэтому задачу повышения точности и быстродействия измерения ГГ можно решить посредством устранения указанных погрешностей.

Исходный сигнал ГГ, снимаемый с датчика угла (ДУ), подается на вход цифровой вычислительной машины (ЦВМ), которая по разработанным алгоритмам определяет значения погрешностей и осуществляет их автоматическую компенсацию в исходном сигнале ГГ. Далее уточненный сигнал ГГ, наравне с сигналами от других подсистем, используется для вычисления приращения ускорения свободного падения Δg.

Движение ЧЭ, наблюдаемое с помощью ДУ, можно представить функцией

$$\alpha(t) = R^N + \alpha_1(t) + \varepsilon(t).$$

Здесь R — угол между нулевым значением ДУ и вычисленным направлением на север; $\varepsilon(t)$ — искривление траектории прецессионного движения ЧЭ; $\alpha_1(t)$ — текущее угловое состояние ЧЭ, определяемое из уравнения

$$\ddot{\alpha}_1 + 2\xi_1\dot{\alpha}_1 + \omega_0 \sin\alpha_1 = 0, \tag{1}$$

где ω_0 — круговая частота малых прецессионных колебаний ЧЭ; ξ_1 — параметр успокоения.

В случае малых колебаний ЧЭ ($\sin\alpha_1 \approx \alpha_1$) функцию $\alpha_1(t)$ можно представить в виде

$$\alpha_1(t) = Ae^{-\xi_1 t}\sin(\omega t + \varphi), \tag{2}$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \xi_1^2}$; A и φ — амплитуда и начальная фаза прецессионных колебаний ЧЭ.

На основании выражения (2) модель движения ЧЭ, наблюдаемого по ДУ, можно представить в виде

$$\alpha(t) = \hat{R}^N + \hat{A}e^{\xi_1 t}\sin(\omega t + \hat{\varphi}), \tag{3}$$

где $\hat{R}^N$ — вычисленный угол между нулевым значением ДУ и вычисленным направлением на север; $\hat{A}, \hat{\varphi}$ — вычисленные значения A, φ.

В общем случае в (3) величины $\hat{R}^N$, A, φ, ω, ξ_1 — неизвестные. С учетом принятых предположений модель движения (3) можно описать выражением

$$\alpha(t) = \hat{R}^N + \hat{A}_c \sin\omega t + \hat{A}_s \cos\omega t, \tag{4}$$

где $\hat{A}_c$ и $\hat{A}_s$ — параметры состояния и погрешности учета $\hat{A}_c = \hat{A}\cos\varphi$ и $\hat{A}_s = \hat{A}\sin\varphi$. Вектор состояния, оцениваемый для рассматриваемого случая, представим в виде $\hat{x}_N = [\hat{R}^N \ \hat{A}_c \ \hat{A}_s]$.

Для оценки МНК составим функционал:

$$F_N = \sum_{i=1}^{n} (\hat{R}^N + \hat{A}_c \sin\omega t_i + \hat{A}_s \cos\omega t_i - \alpha_i)^2, \tag{5}$$

где $\alpha_i = \alpha(t_i)$ — угловое положение ЧЭ в моменты времени $t_i = (i-1)\Delta t$, $i = \overline{1, n}$, при наблюдении за его движением во время получения информации T_C; Δt — дискретность съема информации; $n = T_C \Delta t^{-1} + 1$ — число наблюдаемых отсчетов в течение T_C. Минимум функционала F_N достигается при

$$\frac{\partial F_N}{\partial \hat{R}^N} = \frac{\partial F_N}{\partial \hat{A}_c} = \frac{\partial F_N}{\partial \hat{A}_s} = 0,$$

что эквивалентно матричному уравнению

$$c^N \hat{x}_N = z_N, \tag{6}$$

где

$$c^N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} \sin\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n} \cos\omega_0 t_i \\ \sum_{i=1}^{n} \sin\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n} \sin^2\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n} \sin\omega_0 t_i \cos\omega_0 t_i \\ \sum_{i=1}^{n} \cos\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n} \sin\omega_0 t_i \cos\omega_0 t_i & \sum_{i=1}^{n} \cos^2\omega_0 t_i \end{bmatrix},$$

$$z_N = \left[\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \quad \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \sin\omega_0 t_i \quad \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \cos\omega_0 t_i \right]^T.$$

Исследуем решение системы (6), т.е. докажем ее существование. Известно, что неоднородная система алгебраических уравнений имеет единичное решение, когда ее главный определитель не равняется нулю. Покажем, при каких условиях $\det c^N \neq 0$.

Из теории матриц известно, что определитель Грамма имеет вид

$$D = \begin{bmatrix} (\bar{x}_1 \bar{x}_1) & (\bar{x}_1 \bar{x}_2) & \ldots & (\bar{x}_1 \bar{x}_m) \\ (\bar{x}_2 \bar{x}_1) & (\bar{x}_2 \bar{x}_2) & \ldots & (\bar{x}_2 \bar{x}_m) \\ (\bar{x}_m \bar{x}_1) & (\bar{x}_m \bar{x}_2) & \ldots & (\bar{x}_m \bar{x}_m) \end{bmatrix},$$

где $\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_m$ — набор n-мерных векторов; $(\bar{x}_i \bar{x}_j)$ — скалярное произведение векторов $\bar{x}_i$, $\bar{x}_j$, $i, j \in [1, n]$. Определитель D — положительный, когда векторы $\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_m$ линейно независимые. Если

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \; x_2 = \begin{bmatrix} \sin\omega t_1 \\ \sin\omega t_2 \\ \vdots \\ \sin\omega t_n \end{bmatrix}, \; x_3 = \begin{bmatrix} \cos\omega t_1 \\ \cos\omega t_2 \\ \vdots \\ \cos\omega t_n \end{bmatrix},$$

то определитель системы (6) является определителем Грамма. Итак, если $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ — линейно независимые, то $\det c^N > 0$ и система (6) — всегда решаемая, причем единственным способом. Найдем условия, при которых $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ линейно независимы.

Рассмотрим случай, когда $n = 3$. Исследование линейной зависимости векторов $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ эквивалентно исследованию системы уравнений

$$b_1\bar{x}_1 + b_2\bar{x}_2 + b_3\bar{x}_3 = 0,$$

$$D' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & \sin\lambda & \cos\lambda \\ 1 & \sin 2\lambda & \cos 2\lambda \end{bmatrix} = 2\sin\lambda\cos 2\lambda,$$

где $\lambda = \omega\Delta t$. Отсюда следует

$$\lambda \neq \pi k, \; \lambda \neq \pi\left(\frac{1}{2} + 2k\right), \; k = 0, \; \pm 1, \; \pm 2. \tag{7}$$

При этом $D' \neq 0$, т.е. векторы $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ линейно независимы. Очевидно, что при выполнении условий (7) векторы $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ будут линейно независимы и при $n > 3$.

Итак, при выполнении условий

$$n \geq 3, \; \Delta t \neq \frac{\pi k}{\omega}, \; \Delta t \neq \frac{\pi k}{2\omega} + \frac{2\pi k}{\omega}$$

система (6) решаема и при этом единичным способом. Доказанное условие решаемости системы (6) эквивалентно доказательству ее существования.

Решим систему (6), предварительно заменив суммы тригонометрических функций их окончательными выражениями. После замены система (6) примет вид

$$c^N_{\lambda,n}\hat{x}_N = z^N_{\lambda,n}, \tag{8}$$

 ISSN 0204–3572. Electronic Modeling. 2011. V. 33. № 5

где

$$c_{\lambda,n}^{N}=\begin{bmatrix} n\sin\frac{\lambda}{2} & \sin\frac{n\lambda}{2}\sin\frac{n-1}{2}\lambda & \sin n\lambda\cos\frac{n-1}{2}\lambda \\ 4\sin\frac{n\lambda}{2}\sin\frac{n-1}{2}\cos\frac{\lambda}{2} & n\sin\lambda-\sin n\lambda\cos(n-1)\lambda & \sin n\lambda\sin(n-1)\lambda \\ 4\sin\frac{n\lambda}{2}\cos\frac{n-1}{2}\cos\frac{\lambda}{2} & \sin n\lambda\sin(n-1)\lambda & n\sin\lambda+\sin n\lambda\cos(n-1)\lambda \end{bmatrix},$$

$$z_{\lambda,n}^{N}=[z_1^N\ \ z_2^N\ \ z_3^N]^T=$$

$$=\left[\sin\frac{\lambda}{2}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,2\sin\lambda\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\sin\lambda\,(i-1)\,2\sin\lambda\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\cos\lambda\,(i-1)\right]^T.$$

Для решения системы (8) можно использовать метод Гаусса с выборкой главного элемента или метод Крамера. При решении методом Гаусса элементы вектора $\hat{x}_N$ можно записать в виде

$$\hat{R}^N=(\det c_{\lambda,n}^N)^{-1}(A_{11}^N z_1^N+A_{21}^N z_2^N+A_{31}^N z_3^N),$$

$$\hat{A}_{\text{c}}=(\det c_{\lambda,n}^N)^{-1}(A_{12}^N z_1^N+A_{22}^N z_2^N+A_{32}^N z_3^N),$$

$$\hat{A}_{\text{s}}=(\det c_{\lambda,n}^N)^{-1}(A_{13}^N z_1^N+A_{23}^N z_2^N+A_{33}^N z_3^N),$$

где A_{ij}^N — алгебраические приложения элемента c_{ij}^N матрицы $c_{\lambda,n}^N$. Раскрывая выражение $\hat{R}^N$, получаем

$$\hat{R}^N=\left[nk_1-4\cos\frac{\lambda}{2}\sin^2\frac{n\lambda}{2}\right]^{-1}(k_1S_1^N+k_2S_2^N+k_3S_3^N),$$

где

$$k_1=\sin\frac{\lambda}{2}(n\sin\lambda+\sin n\lambda);\ k_2=-2\sin\frac{n\lambda}{2}\sin\frac{n-1}{2}\lambda\sin\lambda;$$

$$k_3=-2\sin\frac{n\lambda}{2}\cos\frac{n-1}{2}\lambda\sin\lambda;$$

$$S_1^N=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i,\ S_2^N=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\sin\lambda\,(i-1),\ S_3^N=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\cos\lambda\,(i-1).$$

Оценки амплитуды $\hat{A}$ и начальной фазы $\hat{\varphi}$ прецессионных колебаний определяются из выражений

$$\hat{A}^N = \sqrt{\hat{A}_\text{c}^2 + \hat{A}_\text{s}^2}, \ \hat{\varphi} = \begin{cases} \arcsin \dfrac{A_\text{s}}{A_\text{c}}, \ A_\text{c} \geq 0, \\ \pi - \arcsin \dfrac{A_\text{s}}{A_\text{c}}, \ A_\text{c} \leq 0. \end{cases}$$

Исследуем погрешности оценки состояния ГГ. Для этого представим решение дифференциального уравнения (1) при $\sin\alpha \approx \alpha - \alpha^3/3!$ в виде

$$\alpha_1(t) = A_0 e^{-\xi_1 t} \sin(pt + \varphi_0) + A_1 e^{-\xi_1 t} \sin 3(pt + \varphi_0),$$

где $p \cong \omega_0 \left(1 - \dfrac{A_0^2}{16}\right)$; $A_1 \cong \dfrac{A_0^3}{192}$. Разложив $\alpha_1(t)$ в ряд Тейлора по параметрам p и ξ в окружении точки $(\omega_0, 0)$ и оставив только два члена разложения, получим

$$\alpha_1(t) \approx A_\text{oc} \sin\omega_0 t + A_\text{os} \cos\omega_0 t + \frac{A_0^3}{192} \sin 3(\omega_0 t + \varphi_0) -$$

$$- \omega_0 t \frac{A_0^3}{16} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - \xi_1 t A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{9}$$

Теперь проведем разложение в ряд Тейлора функции модели движения ЧЭ (4) по параметрам $\hat{R}^N$, $\hat{A}_\text{c}$, $\hat{A}_\text{s}$, ω в окружении точки $(\hat{R}_0^N, \hat{A}_\text{oc}, \hat{A}_\text{os}, \omega_0)$. Оставив первые два члена разложения в ряд, получим

$$\alpha(t_i) = \hat{R}_0^N + \Delta\hat{R}^N + \hat{A}_\text{oc} \sin\omega_0 t_i + \hat{A}_\text{os} \cos\omega_0 t_i + \Delta\hat{A}_\text{c} \sin\omega_0 t_i + \Delta\hat{A}_\text{s} \cos\omega_0 t_i +$$

$$+ \Delta\omega t_i \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t_i + \hat{\varphi}_0) - \varepsilon(t_i), \tag{10}$$

где $\Delta\hat{R}^N = \hat{R}^N - \hat{R}_0^N$, $\Delta\hat{A}_\text{c} = \hat{A}_\text{c} - \hat{A}_\text{oc}$, $\Delta\hat{A}_\text{s} = \hat{A}_\text{s} - \hat{A}_\text{os}$ — погрешности оценки состояния и погрешности учета ω_0. После подстановки выражений (9) и (10) в функционал (5), получаем

$$F_N = \sum_{i=1}^{n} (\Delta\hat{R}^N + \Delta\hat{A}_\text{c} \sin\omega_0 t_i + \Delta\hat{A}_\text{s} \cos\omega_0 t_i - \alpha_N^0(t_i)),$$

где

$$\alpha_N^0(t_i) = -A_0\left(\Delta\omega + \omega_0\frac{A_0^2}{16}\right)t_i\cos(\omega_0 t + \varphi_0) + A_0\xi t\sin(\omega_0 t + \varphi_0) +$$

$$+\frac{A_0^3}{192}\sin 3(\omega_0 t + \varphi_0) + \varepsilon(t_i).$$

Условие достижения минимума функционала эквивалентно матричному уравнению $c_{\lambda_0,n}^N \hat{\delta}^N = f^N$, где

$$c_{\lambda_0,n}^N \hat{\delta}^N = \hat{f}^N\Big|_{\lambda=\lambda_0};\ \lambda_0 = \omega_0\Delta t;\ \hat{\delta}^N = [\Delta\hat{R}^N\ \ \Delta\hat{A}_{\rm c}\ \Delta\hat{A}_{\rm s}]^T;$$

$$f^N = \left[\sin\frac{\lambda_p}{2}\sum_{i=1}^{n}\lambda_N(t_i)\,2\sin\lambda_0\sum_{i=1}^{n}\alpha_N^0(t_i)\sin\lambda_0(i-1)\,2\sin\lambda_0\times\right.$$

$$\left.\times\sum_{i=1}^{n}\alpha_N^0(t_i)\cos\lambda_0(i-1)\right]^T.$$

Воспользовавшись методом Крамера для нахождения $\Delta\hat{R}^N$, получим

$$\Delta\hat{R}^N = \left(nk_1^0 - 4\cos\frac{\lambda_0}{2}\sin^2\frac{n\lambda_0}{2}\right)^{-1}(k_1^0 f_1^N + k_2^0 f_2^N + k_3^0 f_3^N), \tag{11}$$

где

$$k_j^0 = k_j\Big|_{\lambda=\lambda_0},\quad j=\overline{1,3};\quad f_1^N = \sum_{i=1}^{n}\alpha_N^0(t_i);$$

$$f_2^N = \sum_{i=1}^{n}\alpha_N^0(t_i)\sin\lambda_0(i-1);\quad f_3^N = \sum_{i=1}^{n}\alpha_N^0(t_i)\cos\lambda_0(i-1).$$

Исключив в (11) для удобства записи индекс при λ, получим выражение погрешности оценивания:

$$\Delta\hat{R}^N = d_1(\lambda,n)\,A_0\left[\left(\frac{A_0^2}{16}+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\sin\left(\varphi_0+\frac{n-1}{2}\lambda\right)-\frac{\xi}{\omega_0}\cos\left(\varphi_0+\frac{n-1}{2}\lambda\right)\right]-$$

$$-d_2(\lambda,n)\frac{A_0^3}{192}\sin 3\left(\varphi_0+\frac{n-1}{2}\lambda\right)+\bar{d}_3(\lambda,n,\varepsilon(t_i)), \tag{12}$$

где

$$d_1(\lambda,n)=\frac{\lambda}{2\sin\lambda}\,\frac{\sin\frac{n\lambda}{2}\left(\sin\lambda+\frac{n}{2}\sin2\lambda\right)-(n\sin\lambda)^2\cos\frac{n\lambda}{2}}{n\sin\frac{\lambda}{2}(n\sin\lambda+\sin n\lambda)-4\cos\frac{\lambda}{2}\sin^2\frac{n\lambda}{2}};$$

$$d_2(\lambda,n)=\frac{(1+2\cos\lambda)(\cos\lambda+\sin n\lambda)\sin\frac{n\lambda}{2}\sin n\lambda-\cos\lambda\sin^3\frac{n\lambda}{2}(n\sin\lambda+\sin n\lambda)}{\cos\lambda\,(1+2\cos\lambda)\left[n\sin\frac{\lambda}{2}(n\sin\lambda+\sin n\lambda)-4\cos\frac{\lambda}{2}\sin^2\frac{n\lambda}{2}\right]};$$

$d_3[\lambda,n,\varepsilon(t_i)]$ — погрешности, обусловленные искривлением наблюдаемого закона движения ЧЭ. Если $\Delta t\le 0{,}01T_0$, $T_0=2\pi\,\omega_0^{-1}$, следует упростить выражение (12) при $\Delta t\to 0$, $T_H=\text{const}$. Осуществляя предельный переход для ΔR^N, запишем

$$\Delta\hat{R}^N=\sum_{j=1}^{n}\Delta R^N j, \tag{13}$$

где

$$\Delta\hat{R}_1^N=-d_2(u)\frac{A_0^3}{192}\sin3\left(\varphi_0+\frac{u}{2}\right);\;\; \Delta\hat{R}_2^N=-d_1(u)\frac{\xi}{\omega_0}A_0\cos3\left(\varphi_0+\frac{u}{2}\right);$$

$$\Delta\hat{R}_3^N=d_1(u)\frac{A_0^3}{16}\sin\left(\varphi_0+\frac{u}{2}\right);\;\; \Delta\hat{R}_4^N=d_1(u)\frac{\Delta\omega}{\omega_0}A_0\sin\left(\varphi_0+\frac{u}{2}\right);$$

$$\Delta\hat{R}_5^N=\lim_{\substack{\Delta t\to0\\ Tc=\text{const}}}\bar{d}_3[\lambda,n,\varepsilon(t_i)]=\bar{d}_3[u,\varepsilon(t_i)];$$

$$d_1(u)=\frac{(u+\sin u)\sin\frac{u}{2}-u^2\cos\frac{u}{2}}{u(u+\sin u)-8\sin^2\frac{u}{2}};$$

$$d_2(u)=\frac{2}{3}\,\frac{3\cos\frac{u}{2}\sin^2u-\sin\frac{3}{2}u\,(u+\sin u)}{u(u+\sin u)-8\sin^2\frac{u}{2}};\;\; u=\omega_0T_c;$$

$$\bar{d}_3[\lambda,n,\varepsilon(t)]=\frac{k_1^0\sum_{i=1}^{n}\varepsilon(t_i)+k_2^0\sum_{i=1}^{n}\varepsilon(t_i)\sin\lambda(i-1)+k_3^0\sum_{i=1}^{n}\varepsilon(t_i)\cos\lambda(i-1)}{nk_1^0-4\cos\frac{\lambda}{2}\sin^2\frac{n\lambda}{2}};$$

 ISSN 0204–3572. Electronic Modeling. 2011. V. 33. № 5

$$\Delta \hat{R}_5^N = \omega_0 \frac{(u+\sin u)\int\limits_0^{T_c} \varepsilon(t)\,dt - 4\sin^2\frac{u}{2}\int\limits_0^{T_c}\varepsilon(t)\sin\omega t dt - 2\sin u\int\limits_0^{T_c}\varepsilon(t)\cos\omega t dt}{u(u+\sin u)-8\sin^2\frac{u}{2}}.$$

Исходный сигнал ГГ подается на вход ЦВМ, которая определяет по (13) значение погрешностей $\Delta\hat{R}_{1-5}^N$ и осуществляет вычитание из исходного сигнала, снимаемого с ДУ ГГ:

$$\hat{\alpha}^N = \hat{R}^N - \sum_{i=1}^{5}\Delta\hat{R}_{1-5}^N.$$

Таким образом осуществляется автоматическая компенсация погрешностей и обеспечивается существенное повышение точности ГГ.

Выводы

В результате проведенных исследований решена задача развития и обобщения теории погрешностей оценивания состояния ГГ с цифровой обработкой информации.

Прямое цифровое моделирование и результаты экспериментальных исследований алгоритмов оценки целиком подтвердили формулы погрешностей, полученных аналитически. Результатами сравнительного цифрового моделирования МНК и ФК подтверждена адекватность алгоритмов. Установлено, что погрешности оценки состояния ГГ в случае северной ориентации обусловлены такими основными факторами:

- нелинейными искривлениями траектории движения гироскопа вследствие аппроксимации $\sin\alpha \approx \alpha$;
- неравенством нулю показателя успокоения прецессионных колебаний вследствие воздействия на гироскоп моментов типа вязкого трения;
- неизохронностью прецессионных колебаний;
- отличием круговой частоты прецессионных колебаний, используемой в алгоритмах оценивания, от частоты прецессионных колебаний ГГ;
- препятствиями, искривляющими закон движения ГГ.

В результате анализа погрешностей оценки найдено оптимальное соотношение времени наблюдения информации и начальных условий движения ГГ. Препятствие экспоненциального типа предопределяет погрешности $\Delta\hat{R}_{51}^N$, которые монотонно уменьшаются при увеличении времени наблюдения информации. Уменьшение погрешности тем быстрее, чем меньше постоянная времени экспоненты.

Предложенный ГГ нового типа позволяет повысить точность измерений и быстродействие более чем в два раза при автоматической компенсации погрешностей по разработанным алгоритмам оценки состояния ГГ. Установлено, что время наблюдения информации, необходимое для уменьшения погрешностей оценки, должно быть не менее $3T_0$.

Algorithms for state estimation of gyroscopic gravimeter have been developed and investigated by computer basing on the method of least squares and the Kalman filter.

1. *Безвесільна О. М.* Вимірювання гравітаційних прискорень. — Житомир: ЖІТІ, 2002. — 264 с.
2. *Лозинская А. М.* Измерения силы тяжести на борту самолета. — Г. : ВИЭМС, 1978. — 70 с.
3. *Самотокин Б. Б., Мелешко В. В., Степанковский Ю. В.* Навигационные приборы и системы. — К. : Высшая школа, 1986. — 344 с.

Поступила 18.01.11

БЕЗВЕСИЛЬНАЯ Елена Николаевна, д-р техн. наук, профессор кафедры приборостроения Национального технического университета Украины «Киевский политехнический ин-т». В 1972 г. окончила Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — методы измерения механических величин; гравиметрические системы.

ГУРА Евгений Викторович, аспирант кафедры приборостроения Национального технического университета Украины «Киевский политехнический ин-т», который окончил в 2009 г. Область научных исследований — гравиметрия, приборостроение, механика.