УДК 681.04

Ю. Д. Полисский, канд. техн. наук
(Украина, 49000, Днепропетровск,
тел. (056) 7443365, E-mail: polissky@mail.ru)

Новые способы выполнения сложных операций в системе остаточных классов

Рассмотрены новые подходы к выполнению сложных операций над числами, представленными в системе остаточных классов. Методы основаны на «внутреннем» по отношению к системе счисления способе без предварительного преобразования непозиционного представления чисел в позиционное.

Розглянуто нові підходи до виконання складних операцій над числами, представленими в системі залишкових класів. Методи базовані на «внутрішньому» по відношенню до системи числення способі без попереднього перетворення непозиційного представлення чисел в позиційне.

К л ю ч е в ы е с л о в а: остаточные классы, сложные операции, модули, операция сравнения.

Внедрение принципов модулярной арифметики, основанной на представлении данных в системе остаточных классов (СОК) [1], является одним из перспективных направлений развития современной техники, информационных и управляющих систем.

Обладая высокой степенью параллелизма и способностью арифметической самокоррекции, СОК позволяет повысить надежность вычислений и их скорость при решении многих важных задач [2]. Однако с применением СОК возникают серьезные трудности при реализации немодульных, так называемых сложных, операций, требующих знания всего числа в целом. К таким операциям относятся операции попарного и группового сравнения чисел, определения принадлежности числа данной половине диапазона, деления числа на два, деления на число, кратное одному из модулей, расширения диапазона представления чисел, определения переполнения диапазона в результате сложения, вычитания или умножения, определения четности числа в системе нечетных модулей.

Результаты исследований, описанные в [3, 4], свидетельствуют о том, что реализация каждой из этих операций основана на определении в явном или неявном виде позиционных характеристик чисел с последующей их обработкой в позиционной системе. Поэтому известные в настоящее время решения носят «внешний» [5] характер по отношению к самой системе представления чисел. При этом реализация базовой операции — сравнения чисел — требует n итераций для получения позиционных характеристик по всем разрядам и n итераций для сравнения полученных позиционных характеристик, начиная со старшего разряда, т.е. $T_{\text{пз}} = 2n$ итераций. Проблема заключается в разработке алгоритмов, основанных на «внутреннем» по отношению к системе счисления способе без предварительного преобразования непозиционного представления в позиционное.

В работах [6, 7] предложены новые подходы, не требующие указанных преобразований, основанные на вычислении только внутренних характеристик, т.е. приведенных остатков по каждому модулю. Сущность метода сводится к следующему. (Будем использовать определения и обозначения, принятые в [6]).

Если для каждого числа N из последовательного ряда чисел $N = 0, 1, 2, \ldots$ $\ldots, M-1$ на всем диапазоне

$$[0, M), \ M = m_1 m_2 \ldots m_n \tag{1}$$

составить разности

$$\tilde{\alpha}_i = (\alpha_i - \alpha_n)(\operatorname{mod} m_i), \ i = 1, 2, \ldots, n-1, \tag{2}$$

то весь диапазон (1) окажется разбитым на $K = m_1 \ m_2 \ldots m_i \ \ldots m_{n-1}$ поддиапазонов длины m_n, внутри каждого из которых значения разностей (2) одинаковы. При этом меньшим (большим) числом поддиапазона является число с меньшим (большим) значением α_n. Полученные результаты определяют новый подход к решению задач сравнения.

Пусть A и B — сравниваемые числа:

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n), \ B = (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n).$$

Необходимо определить результат $R = A > B$ или $R = A < B$.

Подробный обзор известных решений по сравнению чисел в СОК приведен в [8]. Сравнение по данному алгоритму будем проводить для ненулевых чисел $A \neq B$ (в противном случае решение тривиально). В случае, если после $(j-1)$-й итерации $(j = 1, 2, \ldots, n-1)$ результат сравнения не получен, j-я итерация для диапазона $M^{j-1} = m_1 \ m_2 \ldots m_{n-(j-1)}$ состоит в следующем.

В соответствии с (2) вычисляем

$$\tilde{\alpha}_i^j = (\tilde{\alpha}_i^{j-1} - \tilde{\alpha}_{n-(j-1)}^{j-1})(\operatorname{mod} m_i), \ i = 1, 2, \ldots, n-(j-1),$$

$$\tilde{\beta}_i^j = (\tilde{\beta}_i^{j-1} - \tilde{\beta}_{n-(j-1)}^{j-1})(\operatorname{mod} m_i), \ i = 1, 2, \ldots, n-(j-1).$$

 ISSN 0204–3572. Electronic Modeling. 2011. V. 33. № 5

Получаем

$$\widetilde{A}^{j}=(\widetilde{\alpha}_1^{j},\widetilde{\alpha}_2^{j},...,\widetilde{\alpha}_{n-j}^{j}),\ \ \widetilde{B}^{j}=(\widetilde{\beta}_1^{j},\widetilde{\beta}_2^{j},...,\widetilde{\beta}_{n-j}^{j}),$$

$$R=\begin{cases}A>B,(\widetilde{A}^{J}=\widetilde{B}^{J})\bigcap(\widetilde{\alpha}_n^{j-1}>\widetilde{\beta}_n^{j-1}),\\ A<B,(\widetilde{A}^{J}=\widetilde{B}^{J})\bigcap(\widetilde{\alpha}_n^{j-1}<\widetilde{\beta}_n^{j-1}).\end{cases}$$

При $\widetilde{A}^{j}\neq\widetilde{B}^{j}$ для следующей итерации в качестве сравниваемых чисел принимаем

$$\widetilde{A}^{1,j}=\frac{\widetilde{A}^{j}}{m_{n-(j-1)}},\ \ \widetilde{B}^{1,j}=\frac{\widetilde{B}^{j}}{m_{n-(j-1)}}.$$

Если сравнение не завершилось до $(n-1)$-й итерации, то после ее выполнения получаем

$$R=\begin{cases}A>B,((\widetilde{A}^{1,n-1}=\widetilde{B}^{1,n-1})\bigcap(\widetilde{\alpha}_1^{1,n-2}>\widetilde{\beta}_1^{1,n-2}))\bigcup\\ \bigcup((\widetilde{A}^{1,n-1}\neq\widetilde{B}^{1,n-1})\bigcap(\widetilde{\alpha}_1^{1,n-1}>\widetilde{\beta}_1^{1,n-1})),\\ A<B,((\widetilde{A}^{1,n-1}=\widetilde{B}^{1,n-1})\bigcap(\widetilde{\alpha}_1^{1,n-2}<\widetilde{\beta}_1^{1,n-2}))\bigcup\\ \bigcup((\widetilde{A}^{1,n-1}\neq\widetilde{B}^{1,n-1})\bigcap(\widetilde{\alpha}_1^{1,n-1}<\widetilde{\beta}_1^{1,n-1})).\end{cases}\qquad(3)$$

Пример сравнения пары чисел $A=41, B=205$ при $m_1=2, m_2=3, m_3=5, m_4=7$ представлен табл. 1—3.

Поскольку $\widetilde{A}^{1,1}(1,2,0)\neq\widetilde{B}^{1,1}(1,2,3)$, в качестве сравниваемых чисел для второй итерации принимаем $\widetilde{A}^{2,1}=\widetilde{A}^{1,1}/7$ и $\widetilde{B}^{2,1}=\widetilde{B}^{1,1}/7$ (см. табл. 1).

Поскольку $\widetilde{A}^{1,2}(1,2)\neq\widetilde{B}^{1,2}(1,1)$, для третьей итерации в качестве сравниваемых чисел принимаем $\widetilde{A}^{2,2}=\widetilde{A}^{1,2}/5$ и $\widetilde{B}^{2,2}=\widetilde{B}^{1,2}/5$ (см. табл. 2).

Поскольку $\widetilde{A}_3^{1,3}\neq\widetilde{B}_3^{1,3}$ и $\widetilde{\alpha}_1^{1,3}<\widetilde{\beta}_1^{1,3}$ в соответствии с (3) $A<B$ (см. табл. 3).

Алгоритм группового сравнения чисел $N_1, N_2,..., N_s,..., N_k$, $s=1,2,...,k$, для определения $N_{\min}$ или $N_{\max}$ также основан на вычислении приведенных остатков. В случае, если после $(j-1)$-й итерации $(i=1,2,...,n-1)$ при определении, например, минимального из чисел результат сравнения не получен, j-я итерация для диапазона $M^{j-1}=m_1\,m_2\,...\,m_{n-(j-1)}$ состоит в следующем.

В соответствии с (2)

$$\widetilde{\alpha}_{s,i}^{1,j}=(\widetilde{\alpha}_{s,i}^{1,j-1}-\widetilde{\alpha}_{s,n-(j-1)}^{1,j-1})(\bmod m_i),\ i=1,2,...,n-(j-1),\ s=1,2,...,k,$$
$$\widetilde{N}_s^{1,j}=(\widetilde{\alpha}_{s,1}^{1,j},\widetilde{\alpha}_{s,2}^{1,j},...,\widetilde{\alpha}_{s,n-j}^{1,j}).\qquad(4)$$

Для тех чисел (4), которые попадают в один поддиапазон, по минимальному из остатков $\widetilde{\alpha}_{s,n-j}^{1,j-1}$ определяем минимальное число $\widetilde{N}_{\min,s}^{1,j}$ в данном

Таблица 1

Модуль	2	3	5	7	Модуль	2	3	5
Сравниваемые числа	Остаток				Приведенное число	Приведенный остаток		
						$\tilde{\alpha}_i^{1,1} = (\alpha_i - \alpha_4)(\mathrm{mod}\, m_i)$ $\tilde{\beta}_i^{1,1} = (\beta_i - \beta_4)(\mathrm{mod}\, m_i)$		
	α_1	α_2	α_3	α_4		$\tilde{\alpha}_1^{1,1}$	$\tilde{\alpha}_2^{1,1}$	$\tilde{\alpha}_3^{1,1}$
	β_1	β_2	β_3	β_4		$\tilde{\beta}_1^{1,1}$	$\tilde{\beta}_2^{1,1}$	$\tilde{\beta}_3^{1,1}$
$A = 41$	1	2	1	6	$\tilde{A}^{1,1}$	1	2	0
$B = 205$	1	1	0	2	$\tilde{B}^{1,1}$	1	2	3

Таблица 2

Модуль	2	3	5	Модуль	2	3
Сравниваемые числа	Остаток			Приведенное число	Приведенный остаток	
					$\tilde{\alpha}_i^{1,2} = (\tilde{\alpha}_i^{2,1} - \tilde{\alpha}_3^{2,1})(\mathrm{mod}\, m_i)$ $\tilde{\beta}_i^{1,2} = (\tilde{\beta}_i^{2,1} - \tilde{\beta}_3^{2,1})(\mathrm{mod}\, m_i)$	
	$\tilde{\alpha}_1^{2,1}$	$\tilde{\alpha}_2^{2,1}$	$\tilde{\alpha}_3^{2,1}$		$\tilde{\alpha}_1^{1,2}$	$\tilde{\alpha}_2^{1,2}$
	$\tilde{\beta}_1^{2,1}$	$\tilde{\beta}_2^{2,1}$	$\tilde{\beta}_3^{2,1}$		$\tilde{\beta}_1^{1,2}$	$\tilde{\beta}_2^{1,2}$
$\tilde{A}^{2,1}$	1	1	2	$\tilde{A}^{1,2}$	1	2
$\tilde{B}^{2,1}$	0	1	3	$\tilde{B}^{1,2}$	1	1

Таблица 3

Модуль	2	3	Модуль	2
Сравниваемые числа	Остаток		Приведенное число	Приведенный остаток
	$\tilde{\alpha}_1^{2,2}$	$\tilde{\alpha}_2^{2,2}$		$\tilde{\alpha}_i^{1,3} = (\tilde{\alpha}_i^{2,2} - \tilde{\alpha}_2^{2,2})(\mathrm{mod}\, m_1)$
	$\tilde{\beta}_1^{2,2}$	$\tilde{\beta}_2^{2,2}$		$\tilde{\beta}_i^{1,3} = (\tilde{\beta}_i^{2,2} - \tilde{\beta}_2^{2,2})(\mathrm{mod}\, m_1)$
$\tilde{A}^{2,2}$	1	1	$\tilde{A}^{1,3}$	0
$\tilde{B}^{2,2}$	1	2	$\tilde{B}^{1,3}$	1

поддиапазоне и принимаем $\widetilde{N}_s^{2,j} = \widetilde{N}_{\min,s}^{1,j} / m_i$ в качестве одного из сравниваемых чисел.

Если сравнение не завершилось до $(n-1)$-й итерации, то после ее выполнения получаем

$$R = \begin{cases} N_{\min}, ((\widetilde{N}_1^{1,n-1} = \widetilde{N}_2^{1,n-1} = ... = \widetilde{N}_k^{1,n-1}) \cap \\ \cap (\widetilde{\alpha}_1^{2,n-2} = \min\{\widetilde{\alpha}_1^{2,n-2}, \widetilde{\alpha}_2^{2,n-2}, ..., \widetilde{\alpha}_k^{2,n-2}\})) \cup \\ \cup ((\widetilde{N}_s^{1,n-1} \neq \widetilde{N}_1^{1,n-1}) \cap (\widetilde{\alpha}_1^{1,n-1} = \min\{\widetilde{\alpha}_1^{1,n-1}, \widetilde{\alpha}_2^{1,n-1}, ..., \widetilde{\alpha}_k^{1,n-1}\})), \\ N_{\max}, ((\widetilde{N}_1^{1,n-1} = \widetilde{N}_2^{1,n-1} = ... = \widetilde{N}_k^{1,n-1}) \cap \\ \cap (\widetilde{\alpha}_1^{2,n-2} = \max\{\widetilde{\alpha}_1^{2,n-2}, \widetilde{\alpha}_2^{2,n-2}, ..., \widetilde{\alpha}_k^{2,n-2}\})) \cup \\ \cup ((\widetilde{N}_s^{1,n-1} \neq \widetilde{N}_1^{1,n-1}) \cap (\widetilde{\alpha}_1^{1,n-1} = \max\{\widetilde{\alpha}_1^{1,n-1}, \widetilde{\alpha}_2^{1,n-1}, ..., \widetilde{\alpha}_k^{1,n-1}\})). \end{cases}$$

Число итераций по данному алгоритму $T_{\text{нпз}} = n$, т.е. быстродействие $\theta = T_{\text{пз}} / T_{\text{нпз}} = 2$ данного алгоритма в два раза выше существующего, основанного на определении позиционных характеристик чисел с последующей их обработкой в позиционной системе.

Рассмотренные операции попарного и группового сравнения чисел являются базовыми для выполнения остальных приведенных выше сложных операций без предварительного преобразования непозиционного представления в позиционное.

Будем отличать числа первой $R1$ и второй $R2$ половины диапазона. Определение принадлежности числа N данной половине диапазона осуществляется сравнением пары чисел N и $M/2$:

$$N \in \begin{cases} R1, 0 \le N \le \dfrac{M}{2} - 1, \\ R2, \dfrac{M}{2} \le N < M. \end{cases}$$

Одной из необходимых операций является деление числа на два. Пусть в системе с основаниями $m_1 = 2, m_2, ..., m_n$ даны два числа, $N_1 = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ и $N_2 = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n)$, и пусть $E = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n)$ — частное от деления N_1 на N_2. Тогда, если деление точно выполнимо, т.е. N_1 кратно N_2, все остатки частного, кроме остатка по модулю m_1, определяются формальным делением остатков α_i на остатки β_i. Для модуля m_1 имеем неопределенность $0/0$, которую требуется раскрыть.

Для решения задачи образуем числа $E_1 = (\varepsilon_1 = 0, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n)$ и $E_2 = (\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n)$. В работе [9] доказано, что на всем диапазоне M существуют два и только два числа с фиксированной совокупностью остатков $\varepsilon_2, \varepsilon_3, ..., \varepsilon_n$, и эти числа принадлежат разным половинам. Поскольку результат деления на два принадлежит нижней половине диапазона, на основе операции попарного сравнения выбираем $E = \min\{E_1, E_2\}$.

Рассмотрим решение задачи деления в системе остаточных классов на число, кратное одному из модулей системы. Пусть в системе с основаниями $m_1, m_2, ..., m_n$ даны два числа, $N_1 = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ и $N_2 = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n)$, и пусть $E = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n)$ — частное от деления N_1 на N_2. Тогда, если деление точно выполнимо, т.е. N_1 кратно N_2, все остатки частного, кроме остатка по модулю m_r, определяются формальным делением остатков α_i на остатки β_i. Для модуля m_r имеем неопределенность $0/0$, которую требуется раскрыть.

Для решения задачи образуем m_r чисел

$$E_1 = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_r = 0, ..., \varepsilon_n),\ E_2 = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_r = 1, ..., \varepsilon_n), ...$$

$$..., E_{m_r} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_r = m_r - 1, ..., \varepsilon_n).$$

Утверждение. На всем диапазоне M существуют m_r и только m_r чисел с фиксированной совокупностью остатков $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_{r-1}, \varepsilon_{r+1}, ..., \varepsilon_n$. Числа E_t, E_u, $t = 1, 2, ..., m_r - 1$, $u = 1, 2, ..., m_r - 1$, принадлежат разным поддиапазонам.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Остаток ε_r принимает значения $0, 1, 2, ..., m_r - 1$, что доказывает первую часть утверждения. Вторая часть утверждения доказывается тем, что $|E_t - E_u|$ делится на число M / m_r. Поскольку результат деления принадлежит первому поддиапазону, на основе операции группового сравнения выбираем $E = \min\{E_1, E_2, ..., E_{m_r}\}$.

Задача расширения диапазона представления чисел заключается в том, чтобы число $N = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ с модулями $m_1, m_2, ..., m_n$ представить в системе модулей $m_1, m_2, ..., m_n, m_{n+1}, ..., m_k$, т.е. определить остатки $\alpha_{n+1}, ..., \alpha_k$ по модулям соответственно $m_{n+1}, m_{n+2}, ..., m_k$. Для этого образуем $(k - n)$ групп чисел:

$$\{N_{1,n+1} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, \alpha_{n+1} = 0), ..., N_{m_{n+1},n+1} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, \alpha_{n+1} = m_{n+1} - 1)\},$$

$$\{N_{1,n+2} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, \alpha_{n+2} = 0), ..., N_{m_{n+2},n+2} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, \alpha_{n+2} = m_{n+2} - 1)\},$$

. . . .

. . . .

$$\{N_{1,k} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, \alpha_k = 0), ..., N_{m_k,k} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n, \alpha_k = m_k - 1)\}$$

и в каждой группе на основе операции группового сравнения выбираем

$$N_{\min, n+1} = \min\{N_{1, n+1}, N_{2, n+1}, N_{m_{n+1}, n+1}\},$$
$$N_{\min, n+2} = \min\{N_{1, n+2}, N_{2, n+2}, N_{m_{n+2}, n+2}\},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$N_{\min, k} = \min\{N_{1, k}, N_{2, k},\ N_{m_k, k}\}.$$

Остатки $\alpha_{\min, n+1}, \ldots, \alpha_{\min, k}$ чисел $N_{\min, n+1}, N_{\min, n+2}, \ldots, N_{\min, k}$ являются искомыми остатками $\alpha_{n+1}, \ldots, \alpha_k$.

Рассмотрим решение на основе операций сравнения задачи определения выхода за диапазон результата $S_\Delta = N_1 - N_2$, $S_\Sigma = N_1 + N_2$, $S_п = N_1 \times N_2$. Обозначим R — признак положения результата $S_\Delta, S_\Sigma, S_п$ внутри или вне диапазона. При этом $R = 1$, если результат выходит за диапазон, и $R = 0$, если результат не выходит за диапазон:

$$R_{S_\Delta} = \begin{cases} 1, N_1 < N_2, \\ 0, N_1 \geq N_2. \end{cases}$$

Пусть $N_1 < N_2$ и S_Σ — внутри диапазона. Тогда $S_\Sigma < N_2$.

Пусть $N_1 + N_2$ — выходит за диапазон. Тогда $S_\Sigma = N_1 + N_2 - M$. Рассмотрим разность $N_2 - S_\Sigma = M - N_1$. Поскольку $M - N_1 > 0$, $S_\Sigma > N_2$, следовательно

$$R_{S_\Sigma} = \begin{cases} 1, S_\Sigma < N_2, \\ 0, S_\Sigma > N_2. \end{cases}$$

Пусть $T = \sqrt{M}\downarrow$ — ближайшее к $\sqrt{M}$ меньшее целое число. Тогда, если $N_1 < T$, $N_2 < T$ то $R_п = 0$. Если $N_1 > T$, $N_2 > T$, то $R_п = 1$.

Рассмотрим подробнее случай $N_1 < T$, $N_2 > T$. При $N_1 = 1$ результат очевиден: $R_{S_п} = 0$. Для $N_1 = 2$ уже при $N_2 = M/2$ получаем результат $R_{S_п} = 1$. Поэтому для однозначного определения выхода $S_п = N_1 \times N_2 = T \times M/2$ за диапазон M необходимо расширить его до $M \times \sqrt{M}\downarrow/2$.

Рассмотрим реальную систему модулей эксплуатировавшихся в системе ПРО России комплексов ЭВМ Т-340А и К-340А [10]:

$$m_1 = 2,\ m_2 = 17,\ m_3 = 13,\ m_4 = 5,\ m_5 = 19,\ m_6 = 63,$$
$$m_7 = 29,\ m_8 = 61,\ m_9 = 31,\ m_{10} = 23.$$

Для расширения диапазона потребуется ввести всего три модуля: $m_{11} = 59$, $m_{12} = 67$, $m_{13} = 71$. Поэтому при $N_1 < T$, $N_2 > T$ выполняется операция $N_1 \times N_2$. Пусть $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}$ — остатки в новой системе модулей, а

$\tilde{\alpha}_{11}$, $\tilde{\alpha}_{12}$, $\tilde{\alpha}_{13}$ — остатки, полученные расширением диапазона M до $M \times \sqrt{M} \downarrow /2$. Тогда

$$R_{S_{\text{п}}} = \begin{cases} 1, (\alpha_{11} = \tilde{\alpha}_{11}) \bigcap (\alpha_{12} = \tilde{\alpha}_{12}) \bigcap (\alpha_{13} = \tilde{\alpha}_{13}), \\ 0, (\alpha_{11} \neq \tilde{\alpha}_{11}) \bigcup (\alpha_{12} \neq \tilde{\alpha}_{12}) \bigcup (\alpha_{13} \neq \tilde{\alpha}_{13}). \end{cases}$$

Определение четности числа $N = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ в системе $m_1, m_2, ..., m_n$ нечетных модулей также основано на операции сравнения. Выполняется расширение диапазона до $M_1 = m_0 \times M$, где $m_0 = 2$, и по значению $\alpha_0 = 0$ или $\alpha_0 = 1$ судят о четности числа N.

Возможен и другой вариант, основанный на операции попарного сравнения: вводим дополнительный модуль m_0, образуем числа $N_1 = (\alpha_0 = 0,$ $\alpha_1, ..., \alpha_n)$, $N_2 = (\alpha_0 = 1, \alpha_1, ..., \alpha_n)$ и по значению $\alpha_0 = 0$ или $\alpha_0 = 1$ меньшего из них определяем четность числа N.

Выводы

Предложенные новые подходы к решению задачи выполнения немодульных операций над числами, представленными в системе остаточных классов, позволяют определять приведенные остатки без предварительного преобразования непозиционного представления чисел в позиционное и обеспечивают выполнение комплекса сложных операций при повышении быстродействия.

Представляется целесообразным применить предложенные подходы в качестве направления исследований для получения эффективных решений задачи выполнения немодульных операций. Полученные результаты могут быть использованы для разработки патентно-способных и несложных при схемной реализации вычислительных структур.

New approaches are considered to implementation of complicated operations on the numbers presented in the system of residue classes. The methods are based on the «internal», in relation to the number system, method without preliminary transformation of nonpositional representation of the numbers to positional one.

1. *Акушский И. Я., Юдицкий Д. И.* Машинная арифметика в остаточных классах. — М. : Сов. радио, 1968. — 440 с.
2. *Червяков Н. И.* Методы и принципы построения модулярных нейрокомпьютеров. — http://www.computer-museum.ru/, 2005.
3. *Полисский Ю. Д.* О выполнении сложных операций в системе остаточных классов// Электрон. моделирование. — 2006. — **28**, № 3. — С. 117—123.
4. *Полисский Ю. Д.* Выполнение сложных операций в модулярных вычислительных структурах //Матеріали XV міжнар. конф. з автоматичного управління. «Автоматика-2008». — Одеса, 10—14 вересня, 2008 р. Ч. І . — Одеса : ОНМА, 2008. — С. 43—45.

5. *Амербаев В. М., Касимов Ю. Ф.* О сравнении чисел в непозиционных системах счисления // Теория кодирования и оптимизация сложных систем. — Алма-Ата: Наука, 1977. — С. 47—54.
6. *Полисский Ю. Д.* Некоторые вопросы выполнения сложных операций в системе остаточных классов // Электрон. моделирование. — 2008. —**30**, № 2. — С. 115—120.
7. *А. с.* № 608155 СССР, М. Кл^2 G 06 F 7/04. Устройство для сравнения чисел, выраженных в системе остаточных классов/ М. Г. Факторович, Ю. Д. Полисский.— Опубл. 25.05.78, Бюл. № 19.
8. *Полисский Ю. Д.* Сравнение чисел в остаточных классах //Сб. науч. тр. юбилейной междунар. науч.-техн. конф. «50 лет модулярной арифметике».— М. : ОАО «Ангстрем», МИЭТ, 2006. — С. 274—290.
9. *Тейтельбаум В. Н.* Сравнение чисел в чешской системе счисления //ДАН СССР. — 1958. — **121**, № 5. — С. 807—810.
10. *Малашевич Б. М.* Неизвестные модулярные супер-ЭВМ. — http://www.computer-museum.ru/, 2005.

Поступила 10.03.11;
после доработки 27.05.11

ПОЛИССКИЙ Юрий Давидович, канд. техн. наук. В 1960 г. окончил Днепропетровский металлургический ин-т. Область научных исследований — системы и средства управления.